

## Информация о номере

Название журнала: Физическая мезомеханика

ISSN: 1683-805X

Издатель: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики прочности и материаловедения Сибирского отделения Российской академии наук (ИФПМ СО РАН)

Место издания: Томск, Россия

Адрес: Академический пр., 2/4, Томск, 634055, Россия

Сокращенное название: Физ. мезомех.

2025, Том 28, № 4, с. 5–160.

Дата выпуска: 29 августа 2025

### 1. Научная статья

#### Сведения об авторах

Садовский Владимир Михайлович, чл.-корр. РАН, д. ф.-м. н., г.н.с., зав. отделом, ИВМ СО РАН, sadov@icm.krasn.ru,

Садовская Оксана Викторовна, к. ф.-м. н., с.н.с., ИВМ СО РАН, o\_sadov@icm.krasn.ru.

УДК 539.371

DOI 10.55652/1683-805X\_2025\_28\_4\_5-20

Поступила в редакцию 16.01.2025; после доработки 27.02.2025; принята к публикации 02.03.2025.

## Задача о краевой дислокации, бегущей с трансзвуковой скоростью

В.М. Садовский, О.В. Садовская

Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск, 660036 Россия

В качестве модели сдвигового разрыва в земной коре на глубинах сейсмической активности, растущего со скоростью в диапазоне между скоростями поперечных и продольных упругих волн, рассматривается краевая дислокация Вольтерра, движущаяся в безграничной изотропной упругой среде под действием предварительных касательных напряжений. В приближении плоской деформации уравнения стационарного движения среды вокруг дислокации приводятся к эллиптико-гиперболической системе уравнений для скоростей и напряжений, которая интегрируется с применением аналитических функций комплексной переменной и метода характеристик. С помощью инвариантного J-интеграла получена оценка энергии деформационных процессов, выделяемой при продвижении дислокации на единичное расстояние, в зависимости от скорости, величины касательного напряжения на бесконечности, длины веера, примыкающего к вершине, и от характера распределения вектора Бюргерса в веере.

*Ключевые слова:* сдвиговый разрыв, стационарное движение, краевая дислокация, уравнения Коши – Римана, римановы инварианты, инвариантный интеграл

## Transonic Edge Dislocation Problem

V.M. Sadovskii, O.V. Sadovskaya

Institute of Computational Modelling SB RAS, Krasnoyarsk, 660036 Russia

A Volterra edge dislocation moving in the infinite isotropic elastic medium under preliminary shear stresses is considered as a model of a fault in the Earth's crust formed at seismic depths and propagating at velocities in the range between the transverse and longitudinal elastic wave velocities. In the plane strain approximation, the equations of stationary motion of the medium around a dislocation are reduced to an elliptic-hyperbolic system of equations for velocities and stresses, which is integrated using analytical functions of a complex variable and the method of characteristics. The invariant J-integral is used to estimate the deformation energy released during the dislocation motion depending on the velocity, shear stress at infinity, length of a fan adjacent to the dislocation vertex, and Burgers vector distribution in the fan.

*Keywords:* fault, stationary motion, edge dislocation, Cauchy–Riemann equations, Riemannian invariants, invariant integral

## Финансирование

Работа выполнена при финансовой поддержке Красноярского математического центра, финансируемого Минобрнауки РФ в рамках мероприятий по созданию и развитию региональных научно-образовательных математических центров (Соглашение 075-02-2025-1606).

## Литература

1. Ortlepp, W. D., *Rock Fracture and Rockbursts: An Illustrative Study*, Monograph series M9. South African Institute of Mining and Metallurgy, Johannesburg, 1997.
2. McGarr, A. F., Simpson, D., and Seeber, L., Case Histories of Induced and Triggered Seismicity. In *International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology* (eds. Lee, W. H. K., Kanamori, H., Jennings, P. C., and Kisslinger, C.), Ser. *International Geophysics*, **81**(A), chapt. 40, pp. 647–661. Elsevier, London, 2002. [https://doi.org/10.1016/S0074-6142\(02\)80243-1](https://doi.org/10.1016/S0074-6142(02)80243-1)
3. Otsuki, K. and Dilov, T., Evolution of hierarchical self-similar geometry of experimental fault zones: Implications for seismic nucleation and earthquake size. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2005, **110**(B3), p. B03303. <https://doi.org/10.1029/2004JB003359>
4. Rosakis, A. J., Samudrala, O., and Coker, D., Cracks faster than the shear wave speed. *Science*, 1999, **284**(5418), pp. 1337–1340. <https://doi.org/10.1126/science.284.5418.1337>
5. Gori, M., Rubino, V., Rosakis, A. J., and Lapusta, N., Pressure shock fronts formed by ultra-fast shear cracks in viscoelastic materials. *Nature Communications*, 2018, **9**, p. 4754. <https://doi.org/10.1038/s41467-018-07139-4>
6. Rubino, V., Rosakis, A. J., and Lapusta, N., Spatiotemporal properties of sub-Rayleigh and supershear ruptures inferred from full-field dynamic imaging of laboratory experiments. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2020, **125**(2), p. e2019JB018922. <https://doi.org/10.1029/2019JB018922>
7. Abdelmeguid, M., Zhao, C., Yalcinkaya, E., Gazetas, G., Elbanna, A., and Rosakis, A., Dynamics of episodic supershear in the 2023 M7.8 Kahramanmaraş/Pazarcik earthquake, revealed by near-field records and computational modeling. *Communications Earth & Environment*, 2023, **4**, p. 456. <https://doi.org/10.1038/s43247-023-01131-7>
8. Karakozova, A. I., Kuznetsov, S. V., and Mondrus, V. L., Kahramanmaraş earthquake 06.02.2023: Mathematical models, assessments and methods of seismic protection. *Mechanics of Solids*, 2024, **59**(2), pp. 635–642. <https://doi.org/10.1134/S0025654423600484>
9. Pavlenko, O. V. and Pavlenko, V. A., Rupture directivity effects of large seismic sources, case of February 6th 2023 catastrophic earthquakes in Turkey. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 2023, **59**(6), pp. 912–928. <https://doi.org/10.1134/s1069351323060149>
10. Kocharyan, G. G., Budkov, A. M., and Kishkina, S. B., Effect of slip zone structure on earthquake rupture velocity. *Physical Mesomechanics*, 2022, **25**(6), pp. 549–556. <https://doi.org/10.1134/S1029959922060078>
11. Tarasov, B. G., Hitherto unknown shear rupture mechanism as a source of instability in intact hard rocks at highly confined compression. *Tectonophysics*, 2014, **621**, pp. 69–84. <https://doi.org/10.1016/j.tecto.2014.02.004>
12. Tarasov, B. G. and Randolph, M. F., Improved concept of lithospheric strength and earthquake activity at shallow depths based upon the fan-head dynamic shear rupture mechanism. *Tectonophysics*, 2016, **667**, pp. 124–143. <https://doi.org/10.1016/j.tecto.2015.11.016>
13. Tarasov, B. G., New physics of supersonic ruptures. *Deep Underground Science and Engineering*, 2023, **2**(3), pp. 207–244. <https://doi.org/10.1002/dug2.12050>
14. Tarasov, B. G., Fan mechanism creating dynamic ruptures with high permeability at seismogenic depths of the Earth's crust. *Russian Journal of Geophysical Technologies*, 2024, **1**, pp. 118–186. <https://doi.org/10.18303/2619-1563-2024-1-118>
15. Tarasov, B. G., Sadovskii, V. M., and Sadovskaya, O. V., Analysis of fan waves in a laboratory model simulating the propagation of shear ruptures in rocks, *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2017, **58**(7), pp. 1139–1152. <https://doi.org/10.1134/S0021894417070100>
16. Tarasov, B. G., Sadovskii, V. M., Sadovskaya, O. V., Cassidy, M. J., and Randolph, M. F., Modelling the static stress-strain state around the fan-structure in the shear rupture head. *Applied Mathematical Modelling*, 2018, **57**, pp. 268–279. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.01.020>
17. Sadovskii, V. M. and Sadovskaya, O. V., Supercomputing analysis of fan-shaped waves in the Earth's crust at the depths of seismic activity. *Materials Physics and Mechanics*, 2019, **42**(3), pp. 330–339. [https://doi.org/10.18720/MPM.4232019\\_8](https://doi.org/10.18720/MPM.4232019_8)
18. Sadovskii, V. M. and Sadovskaya, O. V., Problem of moving edge dislocation. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2025, **66**(1), pp. 163–173. <https://doi.org/10.15372/PMTF202415480>
19. Dascalu, C., Supershear rupture with a two-scale damage model. *Engineering Fracture Mechanics*, 2024, **295**, p. 109783. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2023.109783>

20. Stefanov, Yu. P., Initiation and propagation of rupture in the fault zone. *Physical Mesomechanics*, 2008, **11**(1), pp. 94–100.
21. Budkov, A. M., and Kishkina, S. B., One of the scenarios for supershear earthquakes. *Physical Mesomechanics*, 2024, **27**(4), pp. 417–425. <https://doi.org/10.1134/S1029959924040064>
22. Panin, V. E., Likhachev, V. A., and Grinyaev, Yu. V., *Structure Levels of Deformation of Solids*. Nauka, Novosibirsk, 1985.
23. Panin, V. E., Fomin, V. M., and Titov, V. M., Physical principles of mesomechanics of surface layers and internal interfaces in a solid under deformation. *Physical Mesomechanics*, 2003, **6**(2), pp. 5–14.
24. Panin, V. E., Panin, A. V., and Moiseenko, D. D., Chessboard-like mesoeffect of the interface in heterogeneous media in the fields of external actions. *Physical Mesomechanics*, 2006, **9**(6), pp. 5–15.
25. Rabotnov, Yu. N., *Mechanics of Deformable Solids*. Nauka, Moscow, 1988.

C. 5–20

## 2. Научная статья

### Сведения об авторах

Балохонов Руслан Ревович, д.ф.-м.н., зав. лаб., г.н.с., ИФПМ СО РАН, rusy@ispms.ru,  
 Романова Варвара Александровна, д.ф.-м.н., г.н.с., ИФПМ СО РАН, varvara@ispms.ru,  
 Землянов Александр Викторович, м.н.с., ИФПМ СО РАН, zem.aleks99@ispms.ru,  
 Гатиятуллина Диана Дамировна, инж.-исслед., ИФПМ СО РАН, gdiana@ispms.ru,  
 Шугуров Артур Рубинович, д.ф.-м.н., в.н.с., ИФПМ СО РАН, shugurov@ispms.ru,  
 Ивашов Иван Романович, лаб., ИФПМ СО РАН, ivashov231204@mail.ru,  
 Балохонов Василий Русланович, лаб., ИФПМ СО РАН, vbalokhonov@ispms.ru,  
 Кульков Алексей Сергеевич, к.ф.-м.н., н.с., ИФПМ СО РАН, 727@sibmail.com,  
 Дымнич Екатерина Михайловна, м.н.с., ИФПМ СО РАН, dymnich@ispms.ru.

УДК 539.37

DOI 10.55652/1683-805X\_2025\_28\_4\_21-40

Поступила в редакцию 14.02.2025; после доработки 02.04.2025; принята к публикации 02.04.2025

## Вычислительная мезомеханика материалов на примере аддитивно изготовленного эвтектического алюминиево-кремниевого сплава

Р.Р. Балохонов<sup>1,2\*</sup>, В.А. Романова<sup>1,2</sup>, А.В. Землянов<sup>1</sup>,  
 Д.Д. Гатиятуллина<sup>1,2</sup>, А.Р. Шугуров<sup>1,3</sup>, И.Р. Ивашов<sup>1,3</sup>,  
 В.Р. Балохонов<sup>1,2</sup>, А.С. Кульков<sup>1</sup>, Е.М. Дымнич<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск, 634055 Россия

<sup>2</sup> Томский государственный университет, Томск, 634050 Россия

<sup>3</sup> Томский политехнический университет, Томск, 634050 Россия

В работе численно исследуются особенности деформирования и разрушения эвтектического сплава AlSi12, изготовленного электронно-лучевым аддитивным плавлением проволоки. Реализован подход «сверху-вниз» для численно-экспериментального определения локальных пластических и прочностных свойств материалов. Структура сплава на разных масштабах исследована экспериментально с помощью оптической микроскопии. Проведены механические испытания на растяжение и наноиндентирование. На основе экспериментальных данных созданы конечно-элементные модели слоистой структуры на макроуровне и дендритных структур на мезоуровне. Анализ «сверху-вниз» предполагает последовательное численное моделирование на макро- и мезоуровнях для извлечения механических свойств алюминия в дендритах и материала эвтектического каркаса. На макроуровне с использованием экспериментальной кривой течения и данных наноиндентирования определяются функции упрочнения и предельные деформации для материалов слоя и прослойки путем численного моделирования растяжения слоистой структуры. Полученные свойства слоя и данные наноиндентирования затем используются для определения свойств алюминия в дендритах и материала эвтектики при моделировании растяжения дендритной структуры в мезоскопическом масштабе. Извлеченные пластические и прочностные характеристики алюминия и материала эвтектики применяются для численного изучения неоднородного пластического течения и растрескивания дендритной структуры с прослойкой, содержащей микронные частицы кремния.

*Ключевые слова:* вычислительная мезомеханика, многоуровневое моделирование, аддитивное производство алюминий-кремниевые сплавы, пластическая деформация, разрушение

## Computational Mesomechanics of Materials Using the Example of Additively Manufactured Eutectic Aluminum-Silicon Alloy

R.R. Balokhonov<sup>1,2\*</sup>, V.A. Romanova<sup>1,2</sup>, A.V. Zemlianov<sup>1</sup>,  
D.D. Gatiyatullina<sup>1,2</sup>, A.R. Shugurov<sup>1,3</sup>, I.R. Ivashov<sup>1,3</sup>,  
V.R. Balokhonov<sup>1,2</sup>, A.S. Kulkov<sup>1</sup>, E.M. Dymnich<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Institute of Strength Physics and Materials Science, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Tomsk, 634055 Russia

<sup>2</sup> National Research Tomsk State University, Tomsk, 634050 Russia

<sup>3</sup> National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, 634050 Russia

The study numerically investigates the deformation and fracture of the eutectic alloy AlSi12 produced by wire-feed electron beam additive manufacturing. A "top-down" approach is implemented for the numerical-experimental determination of local plastic and strength properties of materials. The alloy's microstructure of different scales is experimentally examined using optical microscopy. Mechanical uniaxial tensile and nanoindentation tests are performed. Based on the experimental data, the finite element models of the layered structure at the macrolevel and dendritic structure at the mesolevel are created. The "top-down" analysis involves sequential numerical simulations at the macro- and meso-levels to extract the mechanical properties of the aluminum in the eutectic material and dendrites. With the use of the experimental flow curve and nanoindentation data at the macrolevel, the hardening functions and ultimate strains for the layer and interlayer materials are determined by numerically simulating the layered structure tension. The layer properties obtained and nanoindentation data are then used to derive the properties of the aluminum in the eutectic material and dendrites by simulating the dendritic structure tension at the mesoscopic scale. The derived plastic and strength characteristics of the aluminum and the eutectic material are applied to numerically analyze the heterogeneous plastic flow and cracking in the dendritic structure with an interlayer containing micron-sized silicon particles.

*Keywords:* computational mesomechanics, multiscale modeling, additive manufacturing, aluminum-silicon alloys, plastic deformation, fracture

### Финансирование

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-11-00222, <https://rscf.ru/project/23-11-00222/>.

### Литература

1. Панин, В. Е., Лихачев, В. А., Гриняев, Ю. В., *Структурные уровни деформации твердых тел*. Новосибирск: Наука, 1985, С. 229.
2. Панин, В. Е., Методология физической мезомеханики как основа построения моделей в компьютерном конструировании материалов. *Известия вузов. Физика*, 1995, **11**, С. 6–25.
3. Панин, В. Е., Основы физической мезомеханики. *Физическая мезомеханика*, 1998, **1**(1), С. 5–22.
4. Панин, В. Е., Физическая мезомеханика поверхностных слоев твердых тел. *Физическая мезомеханика*, 1999, **2**(6), С. 5–23.
5. Панин, В. Е., Гриняев, Ю. В., Физическая мезомеханика – новая парадигма на стыке физики и механики деформируемого твердого тела. *Физическая мезомеханика*, 2003, **6**(4), С. 9–36.
6. Макаров, П.В., Микродинамическая теория пластичности и разрушения структурно-неоднородных сред. *Известия вузов. Физика*, 1992, **4**, С. 42–58.
7. Макаров, П. В., Моделирование процессов деформации и разрушения на мезоуровне. *Известия РАН. Механика твердого тела*, 1999, **5**, С. 109–131.
8. Псахье, С. Г., Хори, Я., Коростелев, С. Ю., Смолин, А. Ю., Дмитриев, А. И., Шилько, Е. В., Алексеев, С. В., Метод подвижных клеточных автоматов как инструмент для моделирования в рамках физической мезомеханики. *Известия вузов. Физика*, 1995, **38**(11), С. 58–70.
9. Панин, В. Е., Макаров, П. В., Псахье, С. Г., *Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов*. Новосибирск: Наука. Сибирская издательская фирма РАН, 1995, 2, С. 320.
10. Zhu, Z., Hu, Z., Seet, H. L., Liu, T., Liao, W., Ramamurty, U., and Nai, S. M. L., Recent progress on the additive manufacturing of aluminum alloys and aluminum matrix composites: Microstructure, properties, and applications. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2023, **190**, p. 104047. <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2023.104047>

11. Yang, X., Li, R., Yuan, T., Ke, L., Bai, J., and Yang, K., A comprehensive overview of additive manufacturing aluminum alloys: Classifications, structures, properties and defects elimination. *Materials Science and Engineering A*, 2024, **919**, p. 147464. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2024.147464>
12. Ye, H., An overview of the development of Al-Si-alloy based material for engine applications. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 2003, **12**(3), pp. 288–297. <https://doi.org/10.1361/105994903770343132>.
13. Nowak, M. and Hari-Babu, N., Novel Grain Refiner for Hypo and Hyper-Eutectic Al-Si Alloys. *Materials Science Forum*, 2011, **690**, pp. 49–52. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.690.49>
14. Chou, R., Milligan, J., Paliwal, M., and Brochu, M., Additive manufacturing of Al-12Si alloy via pulsed selective laser melting. *JOM: the journal of the Minerals, Metals & Materials Society*, 2015, **67**(3), pp. 590–596. <https://doi.org/10.1007/s11837-014-1272-9>
15. Da Silva, A., Wang, S., Volpp, J., and Kaplan, A. F. H., Vertical laser metal wire deposition of Al-Si alloys. *Procedia CIRP*, 2020, **94**, pp. 341–345. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2020.09.078>
16. Zhang, M., Zhou, X., Wang, D., He, L., Ye, X., and Zhang, W., Additive manufacturing of in-situ strengthened dual-phase AlCoCuFeNi high-entropy alloy by selective electron beam melting. *Journal of Alloys and Compounds*, 2022, **893**, p. 162259. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2021.162259>
17. Knapp, G. L., Gussev, M., Shyam, A., Feldhausen, T., and Plotkowski, A., Microstructure, deformation and fracture mechanisms in Al-4043 alloy produced by laser hot-wire additive manufacturing. *Additive Manufacturing*, 2022, **59**, p. 103150. <https://doi.org/10.1016/j.addma.2022.103150>
18. Shi, Y., Gong, S., Xu, H., Yang, G., Qiao, J., Wang, Z., Zhang, J., and Qi, B., Electron beam metal additive manufacturing: Defects formation and in-process control. *Journal of Manufacturing Processes*, 2023, **101**, pp. 386–431. <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2023.06.013>
19. Huang, W., Chen, S., Xiao, J., Jiang, X., and Jia, Y., Laser wire-feed metal additive manufacturing of the Al alloy. *Optics & Laser Technology*, 2021, **134**, p. 106627. <https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2020.106627>
20. Kolubaev, E., Rubtsov, V., Chumaevskii, A., and Astafurova, E., Micro-, meso- and macrostructural design of bulk metallic and polycrystalline materials by wire-feed electron-beam additive manufacturing. *Physical Mesomechanics*, 2022, **25**, pp. 479–491. <https://doi.org/10.1134/S1029959922060017>
21. Utyaganova, V., Filippov, A., Tarasov, S., Shamarin, N., Gurianov, D., Vorontsov, A., and Kolubaev, E., Characterization of AA7075/AA5356 gradient transition zone in an electron beam wire-feed additive manufactured sample. *Materials Characterization*, 2021, **172**, p. 110867. <https://doi.org/10.1016/j.matchar.2020.110867>
22. Elmasry, A., Azoti, W., El-Safty, S. A., and Elmarakbi, A., A comparative review of multiscale models for effective properties of nano- and micro-composites. *Progress in Materials Science*, 2023, **132**, p. 101022. <https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2022.101022>
23. He, C., Ge, J., Zhang, B., Gao, J., Zhong, S., Liu, W.K., and Fang, D., A hierarchical multiscale model for the elastic-plastic damage behavior of 3D braided composites at high temperature. *Composites Science and Technology*, 2020, **196**, p. 108230. <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2020.108230>
24. Li, M., Li, S., Tian, Y., Zhang, H., Zhu, W., and Ke, Y., Bottom-up stochastic multiscale model for the mechanical behavior of multidirectional composite laminates with microvoids. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2024, **181**, p. 108144. <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2024.108144>
25. Yao, H., Bai, T., He, X., Wang, Q., Gu, S., Shi, S. Q., Yan, J., Lu, J., Wang, D., Han, G., and Cheng, W., A novel multiscale prediction strategy for simulating the progressive damage behavior of plain-woven bamboo fabrics reinforced epoxy resin composites. *Composites Science and Technology*, 2024, **253**, p. 110662. <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2024.110662>
26. Balokhonov, R., Zemlianov, A., Utyaganova, V., Gatiyatullina, D., and Romanova, V., Two-scale computational analysis of deformation and fracture in an Al-Si composite material fabricated by electron beam wire-feed additive manufacturing. *Metals*, 2023, **13**(8), p. 1465. <https://doi.org/10.3390/met13081465>
27. Balokhonov, R., Utyaganova, V., Gatiyatullina, D., Zemlianov, A., and Romanova, V., Interlayer effect on deformation and fracture of dendritic structure formed during wire-feed electron-beam additive manufacturing of Al-Si alloy. *Facta Universitatis, Series: Mechanical Engineering*, 2024, **22**(3), pp. 515–527. <https://doi.org/10.22190/FUME240104009B>
28. Zemlyanov, A. V., Gatiyatullina, D. D., Utyaganova, V. R., Dymnich, E., Shamarin, N. N., Nikonov, S. Y., Romanova, V. A., Kulkov, A. S., and Balokhonov, R. R., A study of deformation and fracture of the eutectic in an additively manufactured Al-Si composite alloy. *Physical Mesomechanics*, 2023, **26**(6), pp. 678–690. <https://doi.org/10.1134/S1029959923060073>
29. Tarasov, S., Balokhonov, R., Utyaganova, V., Zykova, A., Savchenko, N., Vorontsov, A., Romanova, V., Shamarin, N., Knyazhev, E., Gurianov, D., and Moskvichev, E., Microstructure, Mechanical Properties and Tribological Behavior of Wire Electron Beam Additive Manufactured Eutectic Al-12Si Alloy. *Metals and Materials International*, 2024, **31**, pp. 787–810. <https://doi.org/10.1007/s12540-024-01785-8>
30. Ma, P., Jia, Y., Prashanth, K. G., Yu, Zh., Li, Ch., Zhao, J., Yang, S., and Huang, L., Effect of Si content on the microstructure and properties of Al-Si alloys fabricated using hot extrusion. *Journal of Materials Research*, 2017, **32**, pp. 2210–2217. <https://doi.org/10.1557/jmr.2017.97>

31. Balokhonov, R. R., Romanova, V. A., Buyakova, S. P., Kulkov, A. S., Bakeev, R. A., Evtushenko, E. P., and Zemlyanov, A. V. Deformation and Fracture Behavior of Particle-Reinforced Metal Matrix Composites and Coatings. *Physical Mesomechanics*, 2022, **25**(6), pp. 492–504. <https://doi.org/10.1134/S1029959922060029>

C. 21–40

### 3. Научная статья

#### Сведения об авторах

Шанявский Андрей Андреевич, д.т.н., проф., начальник отдела, Авиареги́стр России, 106otdel@mail.ru, Солдатенков Алексей Павлович, начальник отделения, Авиареги́стр России, 106otdel@gmail.com, Никитин Александр Дмитриевич, к.т.н., в.н.с., ИАП РАН, nikitin\_alex@bk.ru.

УДК 620.17, 620.178.3, 620.184.6

DOI 10.55652/1683-805X\_2025\_28\_4\_41-58

Поступила в редакцию 28.02.2025; после доработки 11.05.2025; принята к публикации 16.05.2025

## Иерархия механизмов усталости металлов с позиций «Физической мезомеханики»

А.А. Шанявский<sup>1,2\*</sup>, А.П. Солдатенков<sup>1,2</sup>, А.Д. Никитин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт автоматизации проектирования РАН, Москва, 123056 Россия  
<sup>2</sup>Авиареги́стр России, Московская область, 141426 Россия

Рассмотрены механизмы зарождения и распространения усталостных трещин в металлах на основе представлений Физической мезомеханики. Представлена эволюция в поведении металлов по направлению возрастания масштабных уровней эволюции в соответствии с возрастанием уровня эквивалентного циклического напряжения или плотности энергии деформации. Проанализированы и проиллюстрированы различия в процессах накопления дефектов в поверхностном слое и под поверхностью на трех масштабных уровнях, отвечающих сверхмногоцикловой, многоцикловой и малоцикловой усталости соответственно. Показаны механизмы зарождения трещин под поверхностью материала, приводящие к формированию очагов в виде гладкой фасетки или мелкокристаллической зоны. Оба очага формируются в условиях вихревых потоков пластической деформации. Обсуждено и проиллюстрировано различие в формировании очагов зарождения трещин на мезоскопическом и макроскопическом масштабном уровне. Рассмотрены особенности разрушения вязких металлов в области ультрамалоцикловой усталости, являющейся переходом от усталости к монотонному растяжению материала.

*Ключевые слова:* усталость, масштабные уровни, скольжение, дислокации, усталостные бороздки, фасетка, наноструктура, ротационная мода деформации и разрушения

## Hierarchy of the Metal Fatigue Mechanisms Based on The Physical Mesomechanics Methodology

A.A. Shanyavskiy<sup>1,2</sup>, A.P. Soldatenkov<sup>1,2</sup>, A.D. Nikitin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Institute for Computer Aided Design RAS, Moscow, 123056 Russia  
<sup>2</sup> Aviation Register for the Russian Federation, Moscow region, 141426 Russia

Mechanisms of fatigue crack nucleation and propagation in metals are considered on the basis of the physical mesomechanics methodology. Evolution in the metal behavior is presented in the direction of increasing scale levels of evolution with growing cyclic equivalent stress or strain energy density. Differences in damage accumulation in the surface layer and internal volume on the three scales corresponding to very high-cycle, high-cycle and low-cycle fatigue regions are analyzed. The subsurface crack initiation mechanisms leading to origins in the form of a smooth facet or fine-granular area are shown. Both types of origins are created under vortex flow of plastic deformation. Differences in the fatigue crack nucleation on the meso- and macroscales are discussed and illustrated. Fracture features of ductile metals in the ultra-low-cycle fatigue region, which is a transition region from cyclic to monotonic static loading conditions, are considered.

*Keywords:* fatigue, scale levels, sliding, dislocations, fatigue striations, facet, nanostructure, rotational mode of deformation and fracture

## Финансирование

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-19-00640.

## Литература

1. Шанявский, А. А., *Безопасное усталостное разрушение элементов авиаконструкций: Синергетика в инженерных приложениях*. Монография, Уфа, 2003. 804 с.
2. GOST (State Standard) 25.502–79: Strength analysis and testing in machine building. Methods of metals mechanical testing. Methods of fatigue testing, 2005.
3. ASTM E 1823-96: Standard Terminology Relating to Fatigue and Fracture Testing, 2002.
4. Shanyavskiy, A. A., and Soldatenkov, A. P., Relation between Stresses for the Boundaries of Scale Levels of the Fatigue Diagram and Difference of the Meso- and Macroscale Fracture Mechanisms. *Physical Mesomechanics*, 2024, **27**(3), pp. 256–268. <https://doi.org/10.1134/S1029959924030032>
5. Miller, K. J., The two thresholds of fatigue behaviour. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 1993, **16**(9), pp. 931–939. <https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.1993.tb00129.x>
6. Mughrabi, H., On “multi-stage” fatigue life diagrams and the relevant life-controlling mechanisms in ultrahigh-cycle fatigue. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2002, **25**(8-9), pp. 755–764. <https://doi.org/10.1046/j.1460-2695.2002.00550.x>
7. Панин, В. Е., *Физическая мезомеханика материалов*. ТГУ, Томск, 2015. Т. 1. 460 с.; Т. 2. 462 с.
8. Bathias, C., and Paris, P. C., *Gigacycle fatigue in mechanical practice*. Marcel Dekker, New York, 2005. 305 p.
9. Sakai, T., Historical review and future prospect for researches on very high cycle fatigue of metallic materials. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2023, **46**(4), pp. 1217–1255. <https://doi.org/10.1111/ffe.13885>
10. Шанявский, А. А., Никитин, А. Д., Солдатенков, А. П., *Сверхмногоцикловая усталость металлов. Синергетика и физическая мезомеханика*. Физматлит, Москва, 2022. 496 с.
11. Panin, V. E., Shulepov, I. A., Panin, A. V., Perevalova, O. B., and Vlasov, I. V., The Effect of Nanoscale Mesoscopic Structural States Associated with Lattice Curvature on the Mechanical Behavior of Ti–6Al–4V Alloy. *Physical Mesomechanics*, 2020, **23**(6), pp. 457–465. <https://doi.org/10.1134/S1029959920060016>
12. Panin, V. E., and Egorushkin, V. E., Curvature solitons as generalized structural wave carriers of plastic deformation and fracture. *Physical Mesomechanics*, 2013, **16**(4), pp. 267–286. <https://doi.org/10.1134/S1029959913040012>
13. Pan, X., Xu, S., Qian, G., Nikitin, A., Shanyavskiy, A., Palin-Luc, T., and Hong, Y., The Mechanism of Internal Fatigue-Crack Initiation and Early Growth in a Titanium Alloy with Lamellar and Equiaxed Microstructure. *Materials Science and Engineering: A*, 2020, **798**, p. 140110. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2020.140110>
14. Naydenkin, E. V., Soldatenkov, A. P., Mishin, I. P., Oborin, V. A., and Shanyavskiy, A. A., Very High Cycle Fatigue Failure of Near  $\beta$  Titanium Alloy. *Physical Mesomechanics*, 2021, **24**(3), pp. 326–334. <https://doi.org/10.1134/S1029959921030115>
15. Heinz, S., and Eifler, D., Crack initiation mechanisms of Ti6Al4V in the very high cycle fatigue regime. *International Journal of Fatigue*, 2016, **93**, pp. 301–308. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2016.04.026>
16. Панин, В. Е., Почивалов, Ю. И., Моисеенко, Д. Д., Максимов, П. В., Бикинцев, Г. Ш., Трибоконтат в парах трения как многоуровневая иерархически организованная система. *Физическая мезомеханика*, 2010, **13**(6), с. 35–46.
17. Тюменцев, А. Н., Коротаев, А. Д., Дитенберг, И. А., Пиньжин, Ю. П., Чернов, В. М., *Закономерности пластической деформации в высокопрочных и нанокристаллических металлических материалах*. Издательство СО РАН, Новосибирск, 2018. 252 с.
18. Shanyavskiy, A., and Banov, M., The twisting mechanism of subsurface fatigue cracking in Ti-6Al-2Sn-4Zr-2Mo-0.1Si alloy. *Engineering Fracture Mechanics*, 2010, **77**(11), pp. 1896–1906. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2010.04.011>
19. Messenger, A., Junet, A., Palin-Luc, T., Buffiere, J.-Y., Saintier, N., Ranc, N., May, M. E., Gaillard, Y., King, A., Bonnin, A., and Nadot, Y., In situ synchrotron ultrasonic fatigue testing device for 3D characterisation of internal crack initiation and growth. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2020, **43**(3), pp. 558–567. <https://doi.org/10.1111/ffe.13140>
20. Yoshinaka, F., Nakamura, T., Oguma, H., Fujimura, N., Takeuchi, A., Uesugi, M., and Uesugi, K., Characterization of internal fatigue crack initiation in Ti-6Al-4V alloy via synchrotron radiation X-ray computed tomography. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2023, **46**(6), pp. 2338–2347. <https://doi.org/10.1111/ffe.13957>
21. Панин, В. Е., *Физическая мезомеханика поверхностных слоев твердых тел. Физическая мезомеханика*, 1999, **2**(6), с. 5–23.

22. Panin, V. E., Panin, A. V., and Moiseenko, D. D., Physical mesomechanics of a deformed solid as a multilevel system. II. Chessboard-like mesoeffect of the interface in heterogeneous media in external fields. *Physical Mesomechanics*, 2007, **10**(1–2), pp. 5–14. <https://doi.org/10.1016/j.physme.2007.06.001>
23. Иванова, В. С., Терентьев, В. Ф., *Природа усталости металлов*. Metallurgy, Москва, 1975. 455 с.
24. Конева, Н. А., Лычагин, Д. В., Теплякова, Л. А., Козлов, Э. В., Дислокационно-дисклинационные субструктуры и упрочнение. В кн. *Теоретическое и экспериментальное исследование дисклинаций* (ред. Владимиров, В. И.), ФТИ им. А.Ф. Иоффе, Ленинград, 1986, с. 116–126.
25. Трефилов, В. И., Мильман, Ю. В., Фирстов, С. А., *Физические основы прочности тугоплавких металлов*. Наукова Думка, Киев, 1975. 315 с.
26. Panin, V. E., Egorushkin, V. E., and Panin, A. V., Role of local nanostructural states in plastic deformation and fracture of solids. *Physical Mesomechanics*, 2012, **15**(1–2), pp. 1–12. <https://doi.org/10.1134/S1029959912010018>
27. Yoshinaka, F., Nakamura, T., Takeuchi, A., Uesugi, M., and Uesugi, K., Initiation and growth behaviour of small internal fatigue cracks in Ti-6Al-4V via synchrotron radiation microcomputed tomography. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2019, **42**(9), pp. 2093–2105. <https://doi.org/10.1111/ffe.13085>
28. Shanyavskiy, A. A., and Burchenkova, L. M., Mechanism for fatigue striations as formed under variable negative R-ratio in Al-based structural alloys. *International Journal of Fatigue*, 2013, **50**, pp. 47–56. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2012.04.006>
29. Fernandes, A. A., de Jesus, A. M. P., and Jorge, R. N., *Monotonic and Ultra-Low-Cycle Fatigue Behaviour of Pipeline Steels. Experimental and Numerical Approaches*. Springer International Publishing AG, part of Springer Nature, Cham, Switzerland, 2018. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-78096-2>
30. Komotori, J., and Shimizu, M., Microstructural effects on fracture mechanisms and fatigue life in extremely low cycle fatigue. In *Engineering Against Fatigue* (eds. Beynon, J. H., Brown, M. W., Lindley, T. C., Smith, R. A., and Tomkins, B.), A.A.Balkema, Rotterdam, 1999, pp. 133–140.
31. Woodfield, A. P., Gorman, M. D., Corderman, R. R., Sutliff, J. A., and Yamrom, B., Effect of microstructure on dwell fatigue behavior of Ti6242. In *Titanium'95: Science and Technology*, (eds. Blenkinsop, P. A., Evans, W. J., and Flower, H. M.), The Institute of Materials, Birmingham, UK, 1996, pp. 1116–1123.
32. Шанявский, А. А., *Моделирование усталостных разрушений металлов. Синергетика в авиации*. Монография, Уфа, 2007. 500 с.
33. Шанявский, А. А., Банов, М. Д., Беклемишев, Н. Н., *Диагностика усталости авиационных конструкций акустической эмиссией*. Изд-во МАИ, Москва, 2017. 188 с.

С. 41–58

#### 4. Научная статья

##### Сведения об авторах

Шлянников Валерий Николаевич, д.т.н., научный руководитель ИЭПТ ФИЦ КазНЦ РАН, [shlyannikov@mail.ru](mailto:shlyannikov@mail.ru),

Шанявский Андрей Андреевич, д.т.н., начальник отдела, Авиарегистр РФ, [shana@flysafaty.msk.ru](mailto:shana@flysafaty.msk.ru).

УДК 539.4

DOI 10.55652/1683-805X\_2025\_28\_4\_59-76

Поступила в редакцию 10.03.2025; после доработки 29.03.2025; принята к публикации 04.04.2025.

## Развитие трещин при изотермической и термомеханической усталости и доминирующие механизмы разрушения в жаропрочном сплаве

В.Н. Шлянников<sup>1\*</sup>, А.А. Шанявский<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт энергетики и перспективных технологий ФИЦ “Казанский научный центр Российской академии наук”, Казань, 420111 Россия

<sup>2</sup> Авиационный регистр Российской Федерации, Аэропорт Шереметьево-1, Химки, 141426 Россия

В данной работе представлен анализ скорости роста трещин и оценка механизмов разрушения для экспериментальных данных по изотермической и неизотермической усталости. Результаты испытаний

получены в диапазоне температур 400–650°C для условий гармонической усталости, взаимодействия ползучести и усталости, синфазного и несинфазного термомеханического циклического деформирования. Объектом исследований выступал жаропрочный сплав на основе никеля ЭИ698. Образцы после испытаний подвергались подробному фрактографическому анализу с использованием сканирующей электронной микроскопии. Было обнаружено, что с точки зрения ускорения роста трещин диаграммы усталостного разрушения располагаются в следующем порядке: изотермическое взаимодействие ползучести и усталости, неизотермическая синфазная термомеханическая усталость, изотермическая чистая усталость и неизотермическая несинфазная термомеханическая усталость. Расположение кривых скорости роста трещин поставлено в соответствие доминирующим межкристаллитному и транскристаллитному механизмам разрушения и установлены особенности их изменений.

*Ключевые слова:* термомеханическая усталость, скорость роста трещин, доминирующие механизмы разрушения, жаропрочный сплав

## Crack Growth under Isothermal and Thermomechanical Fatigue and Dominant Failure Mechanisms in Heat-Resistant Alloy

V.N. Shlyannikov<sup>1</sup>, A.A. Shanyavskiy<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institute of Power Engineering and Advanced Technologies,  
FRC Kazan Scientific Center of Russian Academy of Sciences, 420111 Russia

<sup>2</sup>Aviation Register for the Russian Federation, Airport Sheremetievo-1,  
Moscow region, 4 Chimkinskiy State, 141426 Russia

This study presents an analysis of crack growth rates and an assessment of fracture mechanisms based on experimental data on isothermal and non-isothermal fatigue. The test results were obtained in the temperature range of 400–650°C under conditions of harmonic fatigue, creep-fatigue interaction, in-phase and out-of-phase thermomechanical cyclic loading. The object of the study was the heat-resistant nickel-based alloy EI698. After testing, the specimens underwent detailed fractographic analysis using scanning electron microscopy. It was found that, in terms of crack growth acceleration, the fatigue fracture diagrams follow this order: isothermal creep-fatigue interaction, non-isothermal in-phase thermomechanical fatigue, isothermal pure fatigue, and non-isothermal out-of-phase thermomechanical fatigue. The arrangement of the crack growth rate curves corresponds to the dominant intergranular and transgranular fracture mechanisms, and the features of their changes have been identified.

*Keywords:* thermomechanical fatigue, crack growth rate, dominant failure mechanisms, heat-resistant alloy

### Финансирование

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда, проект № 23-19-00158.

### Литература

1. Stekovic, S., Jones, J. P., Engel, B., Whittaker, M. T., Norman, V., Rouse, J. P., Pattison, S., Hyde, C. J., Härnman P., Lancaster, R. J., Leidermark, D., and Moverare, J., DevTMF – Towards code of practice for thermo-mechanical fatigue crack growth. *International Journal of Fatigue*, 2020, 138, pp. 1–7. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2020.105675>
2. Palmer, J. P., Jones, J.J., Dyer, A., Smith, R., Lancaster, R. L., and Whittaker, M., Development of test facilities for thermo-mechanical fatigue testing. *International Journal of Fatigue*, 2019, 121, pp. 208–218. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2018.12.015>
3. Jones, J. J., Enhancing the accuracy of advanced high temperature mechanical testing through thermography. *Applied Sciences*, 2018, 8(3), pp. 1-19. <https://doi.org/10.3390/app8030380>
4. Li, H. Y., Sun, J. F., Hardy, M. C., Evans, H. E., Williams, S. J., Doel, T. J. A., Bowena, P., Effects of microstructure on high temperature dwell fatigue crack growth in a coarse grain PM nickel based superalloy. *Acta Materialia*, 2015, 90, pp. 355–369. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2015.02.023>
5. Eckmann, S., and Schweizer, C., Characterization of fatigue crack growth, damage mechanisms and damage evolution of the nickel-based superalloys MAR-M247 CC (HIP) and CM-247 LC under thermomechanical fatigue loading using in situ optical microscopy. *International Journal of Fatigue*, 2017, 99, pp. 235–241. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2017.01.015>
6. Jiang, J., Yang, J., Zhang, T., Zou, J., Wang, Y., Dunne, F. P. E., and Britton, T. B., Microstructurally sensitive crack nucleation around inclusions in powder metallurgy nickel-based superalloys. *Acta Materialia*, 2016, 117, pp. 333–344. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2016.07.023>
7. Gayda, J., and Miner, R. V., Effects of processing and microstructure on the fatigue behaviour of the nickel-base superalloy René 95. *International Journal of Fatigue*, 1983, 5, pp. 135–143. [10.1016/0142-1123\(84\)90037-9](https://doi.org/10.1016/0142-1123(84)90037-9)

8. Onofrio, G., Osinkolu, G. A., and Marchionni, M., Fatigue crack growth of UDIMET 720 Li superalloy at elevated temperature. *International Journal of Fatigue*, 2001, 23, pp. 887–895. [https://doi.org/10.1016/S01421123\(01\)00053-6](https://doi.org/10.1016/S01421123(01)00053-6)
9. Pineau, A., McDowell, D., Busso, E., and Antolovich, S., Failure of metals II: Fatigue. *Acta Materialia*, 2016, 107, pp. 484–507. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2015.05.050>
10. Pretty, C. J., Whitaker, M. T., and Williams, S., J. Thermo-mechanical fatigue crack growth of RR1000. *Materials*, 2017, 10, pp. 1–20. <https://doi.org/10.3390/ma10010034>
11. Palmert, F., Moverarea, J., and Gustafsson, D., Thermomechanical fatigue crack growth in a single crystal nickel base superalloy. *International Journal of Fatigue*, 2019, 122, pp. 184–198. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2019.01.014>
12. Jones, J., Whittaker, M., Lancaster, R., Hyde, C., Rouse, J., Engel, B., Pattison, S., Stekovic, S., Jackson, C., and Li, H. Y., The effect of phase angle on crack growth mechanisms under thermomechanical fatigue loading. *International Journal of Fatigue*, 2020, 135, p. 105539. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2020.105539>
13. Norman, V., Stekovic, S., Jones, J., Whittaker, M., Grant, B., On the mechanistic difference between in-phase and out-of-phase thermomechanical fatigue crack growth. *International Journal of Fatigue*, 2020, 135, pp. 1–11. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2020.105528>
14. Segersall, M., and Deng, D., A comparative study between in- and out-of-phase thermomechanical fatigue behaviour of a single-crystal superalloy. *International Journal of Fatigue*, 2021, 146, pp. 1–13. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2021.106162>
15. Feulvarch, E., Lacroix, R., Madou, K., Deschanel, H., and Pignol, M., 3D XFEM investigation of the plasticity effect on fatigue propagation under thermo-mechanical loading. *International Journal of Fracture*, 2021, 230, pp. 33–41. <https://doi.org/10.1007/s10704-021-00516-z>
16. Karabela, A., Zhao, L. G., Lin, B., Tong, J., and Hardy, M. C., Oxygen diffusion and crack growth for a nickel-based superalloy under fatigue-oxidation conditions. *Materials Science and Engineering: A*, 2013, 567, pp. 46–57. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2012.12.088>
17. Xu, C., Yao, Z. H., Dong, J. X., and Jiang, Y. K., Mechanism of high-temperature oxidation effects in fatigue crack propagation and fracture mode for FGH97 superalloy. *Rare Metals*, 2019, 38, pp. 642–652. <https://doi.org/10.1007/s12598-018-1123-x>
18. Jiang, R., Everitt, S., Gao, N., Soady, K., Brooks, J. W., and Reed, P. A. S., Influence of oxidation on fatigue crack initiation and propagation in turbine disc alloy N18. *International Journal of Fatigue*, 2015, 75, pp. 89–99. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2015.02.00>
19. Evans, H. E., Li, H. Y., and Bowen, P., A mechanism for stress-aided grain boundary oxidation ahead of cracks. *Scripta Materialia*, 2013, 69, pp. 179–182. <https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2013.03.026>
20. Fessler, E., Andrieu, E., Bonnard, V., Chiaruttini, V., Pierret, S., Relation between crack growth behaviour and crack front morphology under hold-time conditions in DA Inconel 718. *International Journal of Fatigue*, 2017, 96, pp. 17–27. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2016.11.015>
21. Zrník, J., Semeňák, J., Vrchovinský, V., and Wangyao, P., Influence of hold period on creep-fatigue deformation behaviour of nickel base superalloy. *Materials Science and Engineering*, 2001, 319-321, pp. 637–642. [https://doi.org/10.1016/S0921-5093\(01\)01030-9](https://doi.org/10.1016/S0921-5093(01)01030-9)
22. Zrník, J., Strunz, P., Vrchovinský, V., Muransky, O., Novy, Z., and Wiedenmann, A., Degradation of creep properties in a long-term thermally exposed nickel base superalloy. *Materials Science and Engineering: A*, 2004, 387-389, pp. 728–733. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2004.02.100>
23. Lomberg, B. S., Bakradze, M. M., Chabina, E. B., and Filonova, E. B., Interrelation between structure and properties of ni-base superalloys for GTE disks. *Aviation Materials Technology*, 2011, 2, pp. 25–30.
24. Lu, J., and Yuan, H., Effects of creep and oxidation to thermomechanical fatigue life assessment for nickel-based superalloy. *International Journal of Fatigue*, 2023, 176, p.107873. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2023.107873>
25. Shlyannikov, V., Sulamanidze, A., and Kosov, D., Generalization of crack growth mechanisms under isothermal and thermomechanical fatigue by COD and ERR parameters. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2024, 131, p. 104392. <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2024.104392>
26. Shlyannikov, V., and Sulamanidze, A., Crack tip field analysis for thermo-mechanical fatigue loading. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2023, 125, p. 103945. <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2023.103945>
27. Шанявский, А. А., Безопасное усталостное разрушение авиаконструкций. Синергетика в инженерных приложениях. Уфа, Монография, 2003.
28. Шанявский, А. А., Моделирование усталостных разрушений металлов. Синергетика в авиации. Уфа, Монография, 2007

*Сведения об авторах*

Горячева Ирина Георгиевна, д.ф.-м.н., проф., академик РАН, г.н.с., зав. лаб., ИПМех РАН, goryache@ipmnet.ru,

Яковенко Анастасия Александровна, к.ф.-м.н., н.с., ИПМех РАН, anastasiya.yakovenko@phystech.edu,

Гачегова Елена Алексеевна, м.н.с., ИМСС УрО РАН, gachegova.e@icmm.ru,

Пантелеев Иван Алексеевич, д.ф.-м.н., зав. лаб., ИМСС УрО РАН, pia@icmm.ru.

УДК 539.3, 539.4.014.13

DOI 10.55652/1683-805X\_2025\_28\_4\_77-95

Поступила в редакцию 15.04.2025; после доработки 11.06.2025; принята к публикации 11.06.2025

## **Моделирование влияния остаточных напряжений на контактно-усталостное разрушение упругих тел в условиях трения скольжения/качения**

И.Г. Горячева<sup>1</sup>, А.А. Яковенко<sup>1\*</sup>, Е.А. Гачегова<sup>2</sup>, И.А. Пантелеев<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, 119526 Россия*

<sup>2</sup> *Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, 614068 Россия*

С целью исследования влияния остаточных полей напряжений на процессы разрушения подповерхностных слоев материалов в условиях контактного взаимодействия в работе проведен анализ напряженного состояния подповерхностных слоев материала при качении и скольжении упругого цилиндра по упругой полуплоскости при наличии в ней остаточных напряжений. На основе макроскопического подхода проведен расчет накопления контактно-усталостных повреждений при разных видах распределения остаточных напряжений в приповерхностном слое материала и различных условиях контактного взаимодействия (значениях коэффициента трения, величины относительного проскальзывания и т.д.). Рассмотрены сжимающие и растягивающие остаточные напряжения, которые либо постоянны по глубине в приповерхностном слое заданной толщины, либо линейно спадают в нем до нуля. Показано, что сжимающие остаточные напряжения в подповерхностном слое приводят к уменьшению амплитудных значений эквивалентных напряжений как в условиях трения скольжения, так и трения качения и замедляют скорость накопления усталостных повреждений в подповерхностных слоях материалов взаимодействующих тел. Полученные результаты могут быть использованы для разработки способов управления процессами контактно-усталостного разрушения поверхностных слоев материалов, работающих в условиях трения качения и скольжения, за счет формирования в контактирующих материалах полей остаточных напряжений.

*Ключевые слова:* остаточные напряжения, качение, скольжение, контактная усталость, износ

## **Modeling the Residual Stress Effect on Contact Fatigue Fracture of Elastic Solids under Sliding/Rolling Friction**

I.G. Goryacheva<sup>1</sup>, A.A. Yakovenko<sup>1</sup>, E.A. Gachegova<sup>2</sup>, and I.A. Panteleev<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics, Russian Academy of Sciences, Moscow, 119526 Russia*

<sup>2</sup> *Institute of Continuous Media Mechanics, Ural Branch, Russian Academy of Sciences, Perm, 614068 Russia*

The effect of residual stresses on surface and subsurface fatigue fracture under rolling and sliding friction is studied by analyzing internal stresses during rolling and sliding of an elastic cylinder against an elastic half-plane with residual stresses in the subsurface. The macroscopic approach is used to calculate the accumulated contact fatigue damage for different types of residual stress distribution in the subsurface layer and for various contact conditions (friction coefficient, relative slip, etc.). Compressive and tensile residual stresses, which are either constant across the subsurface layer of a given thickness or decrease linearly to zero in it, are considered. It is shown that compressive residual stresses cause a decrease in the equivalent stress amplitude in the subsurface region of the half-plane under both sliding and rolling friction. They also decrease the rate of fatigue damage accumulation in the subsurface layers of the friction pair. The obtained results can be used to develop methods for controlling the contact fatigue fracture in the subsurface layers of the friction pair under rolling and sliding friction by inducing the appropriate residual stresses in the interacting materials.

*Keywords:* residual stresses, rolling, sliding, contact fatigue, wear

## Финансирование

Работа выполнена в рамках крупного научного проекта при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 075-15-2024-535 от 23.04.2024).

## Литература

1. Горячева, И. Г., Чекина, О. Г., изнашивание поверхностей: от моделирования микроразрушения к анализу формоизменения. *Известия РАН. Механика твердого тела*, 1999, (5), с. 131–131.
2. Горячева, И. Г., Чекина, О. Г., Модель усталостного разрушения поверхностей. *Трение и износ*, 1990, **11**(3), с. 389–400.
3. Kendall, K., Rolling friction and adhesion between smooth solids. *Wear*, 1975, **33**(2), pp. 351–358. [https://doi.org/10.1016/0043-1648\(75\)90288-4](https://doi.org/10.1016/0043-1648(75)90288-4)
4. Sadeghi, F., Jalalahmadi, B., Slack, T. S., Raje, N., and Arakere, N. K., A review of rolling contact fatigue. *Journal of Tribology*, 2009, **131**(4), p. 041403. <https://doi.org/10.1115/1.3209132>
5. Сакало, В. И., Сакало, А. В., Критерии для прогнозирования возникновения контактно-усталостных повреждений в колесах железнодорожного подвижного состава и рельсах. *Вестник ВНИИЖТ*, 2019, **78**(3), с. 141–148. <https://doi.org/10.21780/2223-9731-2019-78-3-141-148>
6. Sakalo, V., Sakalo, A., Rodikov, A., and Tomashevskiy, S., Computer modeling of processes of wear and accumulation of rolling contact fatigue damage in railway wheels using combined criterion. *Wear*, 2019, **432-433**, p. 102900. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2019.05.015>
7. Leng, X., Chen, Q., and Shao, E., Initiation and propagation of case crushing cracks in rolling contact fatigue. *Wear*, 1988, **122**(1), pp. 33–43. [https://doi.org/10.1016/0043-1648\(88\)90004-X](https://doi.org/10.1016/0043-1648(88)90004-X)
8. Zaretsky, E. V., Parker, R. J., and Anderson, W. J. A study of residual stress induced during rolling. *Journal of Lubrication Technology*, 1969, **91**(2), pp. 314–318. <https://doi.org/10.1115/1.3554921>
9. Goryacheva, I. G., *Contact Mechanics in Tribology*. Springer, Dordrecht, 1998.
10. Панин, В. Е., Колубаев, А. В., Слосман, А. И., Тарасов, С. Ю., Панин, С. В., Шаркеев, Ю. П., Износ в парах трения как задача физической мезомеханики. *Физическая мезомеханика*, 2000, **3**(1), с. 67–74.
11. Панин, В. Е., Витязь, П. А., Физическая мезомеханика разрушения и износа на поверхностях трения твердых тел. *Физическая мезомеханика*, 2002, **5**(1), с. 5–13.
12. Панин, В. Е., Елсукова, Т. Ф., Панин, А. В., Кузина, О. Ю. Мезосубструктура в поверхностных слоях поликристаллов при циклическом нагружении и ее роль в усталостном разрушении. *Доклады РАН*, 2005, **403**(3), с. 328–333.
13. Панин, В. Е., Панин, А. В., Эффект поверхностного слоя в деформируемом твердом теле. *Физическая мезомеханика*, 2005, **8**(5), с. 7–15.
14. Панин, В. Е., Сергеев, В. П., Панин, А. В., Почивалов, Ю. И. Наноструктурирование поверхностных слоев и нанесение наноструктурных покрытий – эффективный способ упрочнения современных конструкционных и инструментальных материалов. *Физика металлов и металловедение*, 2007, **104**(6), с. 650–660.
15. Tabatabaeian, A., Ghasemi, A. R., Shokrieh, M. M., Marzbanrad, B., Baraheni, M., and Fotouhi, M., Residual stress in engineering materials: a review. *Advanced Engineering Materials*, 2002, **24**(3), p. 2100786. <https://doi.org/10.1002/adem.202100786>
16. Горячева, И. Г., Торская, Е. В., Моделирование накопления контактно-усталостных повреждений в условиях трения качения при наличии остаточных напряжений. *Трение и износ*, 2019, **40**(1), с. 44–51.
17. Bogdański, S., Olzak, M., and Stupnicki, J., Numerical modelling of a 3D rail RCF 'squat'-type crack under operating load. *FFEMS*. 1998, **21**(8), pp. 923–935. <https://doi.org/10.1046/j.1460-2695.1998.00082.x>
18. Wang, W., Liu, H., Zhu, C., Du, X., and Tang, J., Effect of the residual stress on contact fatigue of a wind turbine carburized gear with multiaxial fatigue criteria. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2019, **151**, pp. 263–273. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2018.11.013>
19. Colpitts, C., Ektesabi, A. M., Wyatt, R. A., Crawford, B. D., and Kiani, A., Mammalian fibroblast cells avoid residual stress zone caused by nanosecond laser pulses. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 2017, **74**, pp. 214–220. <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2017.06.005>
20. Inokoshi, M., Zhang, F., Vanmeensel, K., De Munck, J., Minakuchi, S., Naert, I., Vleugels, J., and Van Meerbeek, B., Residual compressive surface stress increases the bending strength of dental zirconia. *Dental Materials*, 2017, **33**(4), pp. 147–154. <https://doi.org/10.1016/j.dental.2016.12.007>
21. Ohmori, K., Tasaki, T., Kimura, S., Hori, A., Sakaeda, N., Hanabusa, M., and Yamamoto, T., Residual polymerization stresses in human premolars generated with Class II composite restorations. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 2020, **104**, p. 103643. <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2020.103643>
22. Knupfer, S. M., Paradowska, A. M., Kirstein, O., and Moore, A. J., Characterization of the residual strains in iterative laser forming. *Journal of Materials Processing Technology*, 2012, **212**(1), pp. 90–99. <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2011.08.009>

23. Pape, F., Neubauer, T., Maiß, O., Denkena, B., and Poll, G., Influence of residual stresses introduced by manufacturing processes on bearing endurance time. *Tribology Letters*, 2017, **65**, p. 70. <https://doi.org/10.1007/s11249-017-0855-3>
24. Sasahara, H., The effect on fatigue life of residual stress and surface hardness resulting from different cutting conditions of 0.45% C steel. *International Journals of Machine Tools and Manufacture*, 2005, **45**(2), pp. 131–136. <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2004.08.002>
25. Segawa, T., Sasahara, H., and Tsutsumi, M., Development of a new tool to generate compressive residual stress within a machined surface. *International Journals of Machine Tools and Manufacture*, 2004, **44**(11), pp. 1215–1221. <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2004.03.010>
26. Джонсон К., *Механика Контактного Взаимодействия*. Мир, Москва, 1989.
27. Carter, F. W., On the action of a locomotive driving wheel. *Proceedings of the Royal Society A*, 1926, **112**(760), pp. 151–157. <https://doi.org/10.1098/rspa.1926.0100>
28. McEwen, E., Stresses in elastic cylinders in contact along a generatrix (including the effect of tangential friction). London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 1949, **40**, pp. 454–459. <https://doi.org/10.1080/14786444908521733>
29. Горячева, И. Г., *Механика Фрикционного Взаимодействия*. Наука, Москва, 2001.
30. Ioannides, E. and Harris, T. A., A new fatigue life model for rolling bearings. *Journal of Tribology*, 1985, **107**(3), pp. 367–377. <https://doi.org/10.1115/1.3261081>
31. Papuga, J., Vargas, M., and Hronek, M., Evaluation of uniaxial fatigue criteria applied to multiaxially loaded unnotched samples. *Engineering Mechanics*, 2012, **19**(2-3), pp. 99–111.
32. Li, B. C., Jiang, C., Han, X., and Li, Y., A new approach of fatigue life prediction for metallic materials under multiaxial loading. *International Journal of Fatigue*, 2015, **78**, pp. 1–10. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2015.02.022>
33. Brhane, A. G. and Mekonone, S. T., Numeric simulation of steel twin disc system under rolling-sliding contact. *Tribology and Materials*, 2023, **2**(4), pp. 181–188. <https://doi.org/10.46793/tribomat.2023.019>
34. Гачегова, Е. А., Сихамов, Р., Фенцке, Ф., Кашаев, Н., Плехов, О. А., Влияние лазерной ударной проковки на мало- и многоцикловую усталость титанового сплава ОТ4-0. *Прикладная механика и техническая физика*, 2022, **63**(2), с. 182–191.
35. ASTM E 837-13a: Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole Drilling Strain-Gauge Method, 2013.
36. Corrêa, F. J., Jahnert, F. A., and Tomás, J. P., Residual stress profile determination by the hole-drilling method with calibration coefficients obtained using FEM. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2021, **59**(4), pp. 661–673. <https://doi.org/10.15632/jtam-pl/141686>
37. Bikdeloo, R., Farrahi, G. H., Mehmanparast, A., and Mahdavi, S. M., Multiple laser shock peening effects on residual stress distribution and fatigue crack growth behaviour of 316L stainless steel. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2020, **105**, p. 102429. <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2019.102429>
38. Langer, K., Spradlin, T. J., and Fitzpatrick, M. E., Finite element analysis of laser peening of thin aluminum structures. *Metals*, 2020, **10**(1), p. 93. <https://doi.org/10.3390/met10010093>
39. El-Axir, M. H., A method of modeling residual stress distribution in turning for different materials. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2002, **42**(9), pp. 1055–1063. [https://doi.org/10.1016/S0890-6955\(02\)00031-7](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(02)00031-7)
40. Александров, В. М., Воротынцева, И. В., Осесимметричные контактные задачи для преднапряженных деформируемых тел. *Прикладная механика и техническая физика*, 1990, **31**(3), с. 146–153.

С. 77–95

## 6. Научная статья

### Сведения об авторах

Волков Михаил Андреевич, к.ф.-м.н., н.с. ИПМех РАН, [volkovmikh1@ipmnet.ru](mailto:volkovmikh1@ipmnet.ru),  
 Городцов Валентин Александрович, д.ф.-м.н., проф., в.н.с. ИПМех РАН, [gorod@ipmnet.ru](mailto:gorod@ipmnet.ru),  
 Лисовенко Дмитрий Сергеевич, д.ф.-м.н., член-корр. РАН, зав. лаб. ИПМех РАН, [lisoventk@ipmnet.ru](mailto:lisoventk@ipmnet.ru).

УДК 539.31, 539.32

DOI 10.55652/1683-805X\_2025\_28\_4\_96-105

Поступила в редакцию 15.04.2025; после доработки 11.06.2025; принята к публикации 11.06.2025.

# Изменчивость эффективных упругих характеристик двухслойных пластин из орторомбических кристаллов

М.А. Волков, В.А. Городцов, Д.С. Лисовенко

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, 119526 Россия*

В статье рассматривается продольное растяжение двухслойных пластин из орторомбических кристаллов. Получены выражения эффективных модулей Юнга и коэффициентов Пуассона для различных направлений растяжения. На основе известных экспериментальных значений констант упругости проведен анализ изменчивости эффективных упругих характеристик пластин для всех возможных комбинаций орторомбических кристаллов. Выявлены пластины с эффективным модулем Юнга большей величины, чем модули Юнга слоев и пластины с отрицательным эффективным коэффициентом Пуассона.

*Ключевые слова:* ауксетики, орторомбические кристаллы, двухслойные композиты, модуль Юнга, коэффициент Пуассона

## Variability of Effective Elastic Properties of Two-Layered Plates of Orthorhombic Crystals

M.A. Volkov<sup>1</sup>, V.A. Gorodtsov<sup>1</sup>, D.S. Lisovenko<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, 119526 Russia*

The article discusses the longitudinal stretching of two-layered plates of orthorhombic crystals. Expressions for effective Young's modulus and Poisson's ratio for various stretching directions are obtained. Using well-known experimental data on the elasticity constants, the variability of the effective elastic characteristics of plates is analyzed for all possible combinations of orthorhombic crystals. Plates with effective Young's modulus greater than Young's moduli of the layers and plates with a negative effective Poisson's ratio are identified.

*Keywords:* auxetics, orthorhombic crystals, two-layered composites, Young's modulus, Poisson's ratio

### Финансирование

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ №25-29-00443.

### Литература

1. Love, A. E. H., A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, Cambridge: University Press, 1892.
2. Lakes, R., Foam Structures with a Negative Poisson's Ratio. *Science*, 1987, 235, pp. 1038–1040. <https://doi.org/10.1126/science.235.4792.1038>
3. Friis, E. A., Lakes, R. S., and Park, J. B., Negative Poisson's Ratio Polymeric and Metallic Foams. *Journal of Materials Science*, 1988, 23, pp. 4406–4414. <https://doi.org/10.1007/bf00551939>
4. Evans, K. E., Tensile Network Microstructures Exhibiting Negative Poisson's Ratios. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 1989, 22, pp. 1870–1876. <https://doi.org/10.1088/0022-3727/22/12/011>
5. Grima, J. N. and Evans, K. E., Auxetic Behavior from Rotating Squares. *Journal of Materials Science Letters*, 2000, 19, pp. 1563–1565. <https://doi.org/10.1023/a:1006781224002>
6. Grima, J. N., Gatt, R., and Farrugia, P.-S., On the Properties of Auxetic Meta-Tetrachiral Structures. *Physica Status Solidi B*, 2008, 245, pp. 511–520. <https://doi.org/10.1002/pssb.200777704>
7. Sanchez-Valle, C., Lethbridge, Z. A. D., Sinogeikin, S. V., Williams, J. J., Walton, R. I., Evans, K. E., and Bass, J. D., Negative Poisson's Ratios in Siliceous Zeolite MFI-Silicalite. *The Journal of Chemical Physics*, 2008, 128, p. 184503. <https://doi.org/10.1063/1.2912061>
8. Rovati, M., Directions of Auxeticity for Monoclinic Crystals. *Scripta Materialia*, 2004, 51, pp. 1087–1091. <https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2004.08.003>
9. Norris, A. N., Poisson's Ratio in Cubic Materials. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2006, 462, pp. 3385–3405. <https://doi.org/10.1098/rspa.2006.1726>
10. Lethbridge, Z. A., Walton, R. I., Marmier, A. S., Smith, C. W., and Evans, K. E., Elastic Anisotropy and Extreme Poisson's Ratios in Single Crystals. *Acta Materialia*, 2010, 58, pp. 6444–6451. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2010.08.006>
11. Goldstein, R. V., Gorodtsov, V. A., and Lisovenko, D. S., Classification of Cubic Auxetics. *Physica Status Solidi B*, 2013, 250, pp. 2038–2043. <https://doi.org/10.1002/pssb.201384233>

12. Ting, T. C. T. and Chen, T., Poisson's Ratio for Anisotropic Elastic Materials Can Have No Bounds. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 2005, 58, pp. 73–82. <https://doi.org/10.1093/qjmamj/hbh021>
13. Pigłowski, P. M., Wojciechowski, K. W., and Tretiakov, K. V., Partial Auxeticity Induced by Nanoslits in the Yukawa Crystal. *Physica Status Solidi (RRL) - Rapid Research Letters*, 2016, 10, pp. 566–569. <https://doi.org/10.1002/pssr.201600119>
14. Tretiakov, K. V., Pigłowski, P. M., Hyżorek, K., and Wojciechowski, K. W., Enhanced Auxeticity in Yukawa Systems Due to Introduction of Nanochannels in [001]-Direction. *Smart Materials and Structures*, 2016, 25, p. 054007. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/25/5/054007>
15. Pigłowski, P., Narojczyk, J., Poźniak, A., and Wojciechowski, K. W., Auxeticity of Yukawa Systems with Nanolayers in the (111) Crystallographic Plane. *Materials*, 2017, 10, p. 1338. <https://doi.org/10.3390/ma10111338>
16. Tretiakov, K. V., Pigłowski, P. M., Narojczyk, J. W., Bilski, M., and Wojciechowski, K. W., High Partial Auxeticity Induced by Nanochannels in [111]-Direction in a Simple Model with Yukawa Interactions. *Materials*, 2018, 11, p. 2550. <https://doi.org/10.3390/10.3390/ma11122550>
17. Tretiakov, K. V., Pigłowski, P. M., Narojczyk, J. W., and Wojciechowski, K. W., Selective Enhancement of Auxeticity Through Changing a Diameter of Nanochannels in Yukawa Systems. *Smart Materials and Structures*, 2018, 27, p. 115021. <https://doi.org/10.1088/1361-665x/aae6a4>
18. Narojczyk, J. W., Wojciechowski, K. W., Tretiakov, K. V., Smardzewski, J., Scarpa, F., Pigłowski, P. M., Kowalik, M., Imre, A. R., and Bilski, M., Auxetic Properties of a F.C.C. Crystal of Hard Spheres with an Array of [001]-Nanochannels Filled by Hard Spheres of Another Diameter. *Physica Status Solidi B*, 2019, 256, p. 1970012. <https://doi.org/10.1002/pssb.201970012>
19. Narojczyk, J. W. and Wojciechowski, K. W., Poisson's Ratio of the F.C.C. Hard Sphere Crystals with Periodically Stacked (001)-Nanolayers of Hard Spheres of Another Diameter. *Materials*, 2019, 12, p. 700. <https://doi.org/10.3390/ma12050700>
20. Narojczyk, J. W., Wojciechowski, K. W., Smardzewski, J., Imre, A. R., Grima, J. N., and Bilski, M., Cancellation of Auxetic Properties in F.C.C. Hard Sphere Crystals by Hybrid Layer-Channel Nanoinclusions Filled by Hard Spheres of Another Diameter. *Materials*, 2021, 14, p. 3008. <https://doi.org/10.3390/ma14113008>
21. Narojczyk, J. W., Wojciechowski, K. W., Smardzewski, J., and Tretiakov, K. V., Auxeticity Tuning by Nanolayer Inclusion Ordering in Hard Sphere Crystals. *Materials*, 2024, 17, p. 4564. <https://doi.org/10.3390/ma17184564>
22. Liu, B., Feng, X., and Zhang, S.-M., The Effective Young's Modulus of Composites Beyond the Voigt Estimation Due to the Poisson Effect. *Composites Science and Technology*, 2009, 69, pp. 2198–2204. <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2009.06.004>
23. Kocer, C., McKenzie, D., and Bilek, M., Elastic Properties of a Material Composed of Alternating Layers of Negative and Positive Poisson's Ratio. *Materials Science and Engineering: A*, 2009, 505, pp. 111–115. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2008.11.002>
24. Lim, T.-C., In-plane Stiffness of Semiauxetic Laminates. *Journal of Engineering Mechanics*, 2010, 136, pp. 1176–1180. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)em.1943-7889.0000167](https://doi.org/10.1061/(asce)em.1943-7889.0000167)
25. Lim, T.-C., Out-of-plane Modulus of Semi-Auxetic Laminates. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 2009, 28, pp. 752–756. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2009.02.001>
26. Strek, T. and Jopek, H., Effective Mechanical Properties of Concentric Cylindrical Composites with Auxetic Phase. *Physica Status Solidi B*, 2012, 249, pp. 1359–1365. <https://doi.org/10.1002/pssb.201084218>
27. Lim, T.-C., Auxeticity of Concentric Auxetic-Conventional Foam Rods with High Modulus Interface Adhesive. *Materials*, 2018, 11, p. 223. <https://doi.org/10.3390/ma11020223>
28. Strek, T., Jopek, H. and Idczak, E., Computational design of two-phase auxetic structures. *Physica Status Solidi B*, 2016, 253, pp. 1387–1394. <https://doi.org/10.1002/pssb.201600120>
29. Chirima, G. T., Zied, K. M., Ravirala, N., Alderson, K. L., and Alderson, A., Numerical and Analytical Modelling of Multi-Layer Adhesive-Film Interface Systems. *Physica Status Solidi B*, 2009, 246, pp. 2072–2082. <https://doi.org/10.1002/pssb.200982038>
30. Goldstein, R. V., Gorodtsov, V. A., and Lisovenko D. S., Longitudinal elastic tension of two-layered plates from isotropic auxetics-nonauxetics and cubic crystals. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 2017, 63, pp. 122–127. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2017.01.001>
31. Gorodtsov, V. A., Lisovenko, D. S., and Lim, T.-C., Three-layered Plate Exhibiting Auxeticity Based on Stretching and Bending Modes. *Composite Structures*, 2018, 194, pp. 643–651. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.03.092>
32. Gorodtsov, V. A. and Lisovenko, D. S., Tension of Thin Two-Layered Plates of Hexagonal Crystals. *Composite Structures*, 2019, 209, pp. 453–459. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.10.063>
33. Volkov, M. A., Demin, A. I., Gorodtsov, V. A., and Lisovenko, D., Effective Elastic Properties Variability for Two-Layered Plates of Hexagonal and Cubic Crystals Under Longitudinal Tension. *Composite Structures*, 2021, 274, p. 114300. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.114300>

34. Gorodtsov, V. A. and Lisovenko, D. S., Out-of-plane Tension of Thin Two-Layered Plates of Identically Oriented Hexagonal Crystals. *Physical Mesomechanics*, 2021, 24, pp146–154. <https://doi.org/10.1134/s1029959921020041>

35. Every, A. G. and McCurdy, A. K., Second and higher order elastic constants. Nelson D. E. (editor). In *Landolt-Börnstein. New Ser. Group III*. Springer, 1992. V. 29a. <http://doi.org/10.1007/b44185>

C. 96–105

## 7. Научная статья

### Сведения об авторах

Трусов Петр Валентинович, д.ф.-м.н., профессор, зав. каф. ММСП ПНИПУ, [tpv@pstu.ru](mailto:tpv@pstu.ru),

Курмоярцева Ксения Александровна, ст. преподаватель каф. ММСП, м.н.с. лаб. ММКФМ ПНИПУ, [kurmoyartseva.k@mail.ru](mailto:kurmoyartseva.k@mail.ru),

Грибов Дмитрий Сергеевич, к.ф.-м.н., н.с. каф. ММСП ПНИПУ, [gribovds@pstu.ru](mailto:gribovds@pstu.ru).

УДК 539.3

DOI 10.55652/1683-805X\_2025\_28\_4\_106-124

Поступила в редакцию 05.05.2025; после доработки 22.06.2025; принята к публикации 25.06.2025.

## Дислокационно-ориентированная конститутивная модель: описание влияния границ зерен на деформирование металлов

П.В. Трусов, К.А. Курмоярцева, Д.С. Грибов

*Пермский национальный исследовательский политехнический университет,  
Пермь, 614990 Россия*

Предложена модификация дислокационно-ориентированной конститутивной модели для описания деформирования поликристаллических материалов с учетом внутризеренного и зернограницного упрочнения. В модели рассмотрение осуществляется на трех (макро-, мезо-1 и мезо-2) иерархически связанных структурно-масштабных уровнях. На верхнем уровне (представительного макрообъема) определяется отклик материала (мера напряженного состояния) на термомеханические воздействия (заданные изменения меры деформации и температуры). Для элементов мезоуровня-1 рассмотрение ведется в терминах механических переменных. На мезоуровне-2 описание осуществляется в терминах плотностей и скоростей движения дислокаций. Особое внимание уделяется взаимодействию дислокаций с границами зерен, которые оказывают существенное влияние на поведения поликристаллических материалов. Границы зерен являются барьерами для скольжения дислокаций, что может привести к образованию скопления дислокаций в приграничных областях. Приведено детальное описание подмодели учета потоков дислокаций в окрестностях границ зерен и субзерен. Приведены примеры применения модели для исследования нагружения бикристаллических образцов. Показано, что разработанная модель позволяет описать дислокационные потоки через границу и качественно учесть зернограницное упрочнение.

*Ключевые слова:* дислокационно-ориентированная трехуровневая конститутивная модель, границы зерен, плотности дислокаций, внутризеренное и зернограницное упрочнение.

## Dislocation-Based Constitutive Model: Description of the Influence of Grain Boundaries on the Deformation of Metals

P.V. Trusov, K.A. Kurmoyartseva, and D.S. Gribov

*Perm National Research Polytechnic University, Perm, 614990 Russia*

A modification of the dislocation-based constitutive model is proposed to describe the deformation of polycrystalline materials taking into account intragranular and grain boundary strengthening. The developed model is based on the introduction of internal variables, physical elastoviscoplasticity theory, and multilevel approach; it is considered at three (macro-, meso-1, and meso-2) hierarchically related structural and scale levels. At the upper level (of a representative macrovolume), the response of the material (a measure of the stress state) to thermomechanical effects (given changes in the measure of deformation and temperature) is determined. The elements of the meso-1 and meso-2 levels have the same scales, differing in the way they are described. The meso-1 elements are considered in terms of mechanical variables (stress measures, residual and critical shear

stresses, and shear rates on slip systems). At the meso-2 level, the description is carried out in terms of densities and velocities of dislocations. Particular attention is paid to the interaction of dislocations with grain boundaries, which have a significant effect on the behavior of polycrystalline materials. Grain boundaries determine the local stress-strain state and are barriers to dislocation slip, which can lead to dislocation pile-ups in the near-boundary regions. The submodel taking into account the dislocation flow in the vicinity of grain and subgrain boundaries within the dislocation-based model is described in detail. Examples of the model application to the study of loading of bicrystal specimens are given. It is shown that the developed model allows describing dislocation flows through the boundary and takes qualitative account of grain-boundary strengthening.

*Keywords* three-level dislocation-based constitutive model, grain boundaries, dislocation densities, intragranular and grain boundary strengthening

## Финансирование

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 25-19-00785

## Литература

1. Трусов, П. В., Швейкин, А. И., *Теория пластичности*. Изд-во Пермского национального исследовательского политехнического университета, Пермь, 2011.
2. Roters, F., Eisenlohr, P., Bieler, T. R., and Raabe, D., *Crystal plasticity finite element methods: in materials science and engineering*. 1st ed. Wiley, 2010. <https://doi.org/10.1002/9783527631483>
3. McDowell, D. L., *Multiscale crystalline plasticity for materials design. Computational Materials System Design* (ed. Shin D., Saal J. Cham) Springer International Publishing, 2018, pp. 105–146. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-68280-8\\_6](https://doi.org/10.1007/978-3-319-68280-8_6)
4. McDowell, D. L., *Multiscale modeling of interfaces, dislocations, and dislocation field plasticity Mesoscale Models* / ed. Mesarovic, S., Forest, S., Zbib, H. – Cham: Springer International Publishing, 2019, **587**, pp. 195–297. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-94186-8\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-319-94186-8_5)
5. Трусов, П. В., Швейкин, А. И., *Многоуровневые модели моно- и поликристаллических материалов: теория, алгоритмы, примеры применения*. Издательство СО РАН, Новосибирск, 2019.
6. Panin, V. E., *Fundamentals of Physical Mesomechanics. Physical Mesomechanics*, 1998, **1**, pp. 5–22.
7. Needleman, A., *Computational mechanics at the mesoscale. Acta Materialia*, 2000, **48**, pp. 105–124. [https://doi.org/10.1016/S1359-6454\(99\)00290-6](https://doi.org/10.1016/S1359-6454(99)00290-6)
8. Panin, V. E. and Grinyaev, Yu. V., *Physical Mesomechanics as a New Paradigm at the Interface of Physics and Mechanics of a Deformable Solid. Physical Mesomechanics*, 2003, **6**, pp. 9–36.
9. Panin, V. E., Egorushkin, V. E., and Panin, A. V., *Physical mesomechanics of a deformed solid as a multilevel system. I. Physical fundamentals of the multilevel approach. Physical Mesomechanics*, 2006, **9**(3-4), pp. 9–22.
10. Hall, E. O., *The deformation and aging of mild steel. III. Discussion and results. Proceedings of the Physical Society of London*, 1951, **B64**, pp.747–753. <https://doi.org/10.1088/0370-1301/64/9/303>
11. Petch, N. J., *The cleavage strength of polycrystals. Journal of the Iron and Steel Institute*, 1953, **174**, pp. 25–28.
12. Armstrong, R., Codd, I., Douthwaite, R. M., and Petch, N. J., *The plastic deformation of polycrystalline aggregates. Philosophical Magazine: A Journal of Theoretical Experimental and Applied Physics*, 1962, **7**, pp. 45–58. <https://doi.org/10.1080/14786436208201857>
13. Алехин, В. П., *Физика прочности и пластичности поверхностных слоев материалов*. Наука, Москва, 1983.
14. Gleiter, H. and Chalmers, B., *High-angle Grain Boundaries*. Pergamon Press, Oxford, 1972.
15. Новиков, И. И., *Дефекты кристаллического строения металлов*. Изд-во Металлургия, Москва, 1975.
16. Кайбышев, О. А., Валиев, Р. З., *Границы зерен и свойства металлов*. Металлургия, Москва, 1987.
17. Beyerlein, I. J., Demkowicz, M. J., Misra, A., and Uberuaga, B. P., *Defect-interface interactions. Progress in Materials Science*, 2015, **74**, pp. 125–210. <https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2015.02.001>
18. Alizadeh, R., Peña-Ortega, M., Bieler, T. R., and LLorca, J., *A criterion for slip transfer at grain boundaries in Al. Scripta Materialia*, 2020, **178**, pp. 408–412. <https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2019.12.010>
19. Nieto-Valeiras, E., Haouala, S., and LLorca, J., *On the effect of slip transfer at grain boundaries on the strength of FCC polycrystals. European Journal of Mechanics - A/Solids*, 2022, **91**, p. 104427. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2021.104427>
20. McLean, D., *Grain boundaries in metals*. Clarendon press, Oxford, 1957.

21. Bieler, T. R., Alizadeh, R., Peña-Ortega, M., and Llorca, J., An analysis of (the lack of) slip transfer between near-cube oriented grains in pure Al. *International Journal of Plasticity*, 2019, **118**, pp. 269–290. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2019.02.014>
22. Pan, H., He, Y., and Zhang, X., Interactions between dislocations and boundaries during deformation. *Materials*, 2021, **14**, p. 1012. <https://doi.org/10.3390/ma14041012>
23. Рыбин, В. В., *Большие пластические деформации и разрушение металлов*. Металлургия, Москва, 1986.
24. Орлов, А. Н., Перезвенцев, В. Н., Рыбин, В. В., *Границы зерен в металлах*. Металлургия, Москва, 1980.
25. Чувильдеев, В. Н., *Неравновесные границы зерен в металлах. Теория и приложения*. Физматлит, Москва, 2004.
26. Большаков, В. И., Сухомлин, Г. Д., Лаухин, Д. В., *Атлас структур металлов и сплавов*. ГВУЗ ПГАСА, Днепропетровск, 2010.
27. Weng, G. J., A micromechanical theory of grain-size dependence in metal plasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1983, **31**, pp. 193–203. [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(83\)90021-2](https://doi.org/10.1016/0022-5096(83)90021-2)
28. Berveiller, M. and Zaoui, A., An extension of the self-consistent scheme to plastically-flowing polycrystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1979, **26**, pp. 325–344. [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(78\)90003-0](https://doi.org/10.1016/0022-5096(78)90003-0)
29. Jiang, M., Monnet, G., and Devincere, B., On the origin of the Hall–Petch law: A 3D-dislocation dynamics simulation investigation. *Acta Materialia*, 2021, **209**, p. 116783. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2021.116783>
30. Hirth, J. P. and Lothe, J., *Theory of dislocations*. McGraw-Hill, New York, 1968.
31. Штремель, М. А., *Прочность сплавов. Часть I. Дефекты решетки*. МИСИС, Москва, 1999.
32. Sun, S., Adams, B. L., and King, W. E., Observations of lattice curvature near the interface of a deformed aluminium bicrystal. *Philosophical Magazine A*, 2000, **80**, pp. 9–25. <https://doi.org/10.1080/01418610008212038>
33. Kheradmand, N., Knorr, A. F., Marx, M., and Deng, Y., Microscopic incompatibility controlling plastic deformation of bicrystals. *Acta Materialia*, 2016, **106**, pp. 219–228. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2016.01.006>
34. Haouala, S., Alizadeh, R., Bieler, T. R., Segurado, J., and LLorca, J., Effect of slip transmission at grain boundaries in Al bicrystals. *International Journal of Plasticity*, 2020, **126**, p. 102600. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2019.09.006>
35. Zhang, X., Lu, S., Zhang, B., Tian, X., Kan, Q., and Kang, G., Dislocation–grain boundary interaction-based discrete dislocation dynamics modeling and its application to bicrystals with different misorientations. *Acta Materialia*, 2021, **202**, pp. 88–98. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2020.10.052>
36. Wang, Z., Zhang, J., and Lu, J., Atomic-scale study of dislocation-grain boundary interactions in Cu bicrystal by Berkovich nanoindentation. *Materials Science and Engineering: A*, 2022, **840**, p. 143012. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2022.143012>
37. Spearot, D. E. and Sangid, M. D., Insights on slip transmission at grain boundaries from atomistic simulations. *Current Opinion in Solid State and Materials Science*, 2014, **18**, pp. 188–195. <https://doi.org/10.1016/j.cossms.2014.04.001>
38. Zhang, Z., Shao, C., Wang, S., Luo, X., Zheng, K., and Urbassek, H. M., Interaction of dislocations and interfaces in crystalline heterostructures: A review of atomistic studies. *Crystals*, 2019, **9**, p. 584. <https://doi.org/10.3390/cryst9110584>
39. Suresh, S., Dang, K., and Fensin, S. J., Sensitivity of Dislocation-GB interactions to simulation setups in atomistic models. *Computational Materials Science*, 2023, **221**, p. 112085. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2023.112085>
40. Chen, J., Lu, J., Cai, W., Zhang, Y., Wang, Y., Jiang, W., Rizwan, M., and Zhang, Z., In-situ study of adjacent grains slip transfer of Inconel 718 during tensile process at high temperature. *International Journal of Plasticity*, 2023, **163**, p. 103554. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2023.103554>
41. Shi, J. and Zikry, M. A., Modeling of grain boundary transmission, emission, absorption and overall crystalline behavior in  $\Sigma 1$ ,  $\Sigma 3$ , and  $\Sigma 17b$  bicrystals. *Journal of Materials Research*, 2011, **26**, pp. 1676–1687. <https://doi.org/10.1557/jmr.2011.192>
42. Moghaddam, M. G., Achuthan, A., Bednarczyk, B. A., Arnold, S. M., and Pineda, E. J., Grain size-dependent crystal plasticity constitutive model for polycrystal materials. *Materials Science & Engineering A*, 2017, **703**, pp. 521–532. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2017.07.087>
43. Admal, N. C., Po, G., and Marian, J., A unified framework for polycrystal plasticity with grain boundary evolution. *International Journal of Plasticity*, 2018, **106**, pp. 1–30. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2018.01.014>

44. Lyu, H., Ruimi, A., Field, D. P., and Zbib, H. M., Plasticity in materials with heterogeneous microstructures. *Metallurgical Transactions A, Physical Metallurgy and Materials Science*, 2016, **47**, pp. 6608–6620. <https://doi.org/10.1007/s11661-016-3802-2>
45. Wu, X., Jiang, P., Chen, L., Yuan, F., and Zhu, Y. T., Extraordinary strain hardening by gradient structure. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2014, **111**, pp. 7197–7201. <https://doi.org/10.1073/pnas.1324069111>
46. Chandra, S., Samal, M. K., Naveen Kumar, N., and Chavan, V. M., Atomistically informed crystal plasticity analysis of deformation behavior of alloy 690 including grain boundary effects. *Materialia*, 2021, **16**, p. 101053. <https://doi.org/10.1016/j.mtla.2021.101053>
47. Nes, E., Modelling of work hardening and stress saturation in FCC metals. *Progress in Materials Science*, 1998, **41**, pp. 129–193. [https://doi.org/10.1016/S0079-6425\(97\)00032-7](https://doi.org/10.1016/S0079-6425(97)00032-7)
48. McDowell, D. L., *Internal state variable theory* In: Handbook of Materials Modeling (ed. S. Yip). Springer, 2005. pp. 1151–1169. [https://doi.org/10.1007/978-1-4020-3286-8\\_58](https://doi.org/10.1007/978-1-4020-3286-8_58)
49. Maugin, G. A., The saga of internal variables of state in continuum thermo-mechanics (1893-2013). *Mechanics Research Communications*, 2015, **69**, pp. 79–86. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2015.06.00>
50. Trusov, P. V. and Gribov, D. S., Three-level model based on physical theories of plasticity: Formulation, implementation algorithms, results of application to the study of cyclic loading. *Computational continuum mechanics*, 2022, **15**, pp. 274–288. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2022.15.3.21>
51. Trusov, P. V. and Gribov, D. S., The three-level elastoviscoplastic model and its application to describing complex cyclic loading of materials with different stacking fault energies. *Materials*, 2022, **15**. 760. <https://doi.org/10.3390/ma15030760>
52. Gribov, D. S. and Trusov, P. V., Three-level dislocation-based model for describing the deformation of polycrystals: Structure, implementation algorithm, examples for studying nonproportional cyclic loading. *Physical Mesomechanics*, 2022, **25**(6), pp. 557–567. <https://doi.org/10.1134/S102995992206008X>
53. Поздеев, А. А., Трусов, П. В., Няшин, Ю. И., *Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения*. Наука, Москва, 1986.
54. Trusov, P. V. and Shveykin, A. I., On motion decomposition and constitutive relations in geometrically nonlinear elastoviscoplasticity of crystallites. *Physical Mesomechanics*, 2017, **20**, pp 377–391. <https://doi.org/10.1134/S1029959917040026>
55. Orowan, E., Problems of plastic gliding. *Proceedings of the Physical Society*, 1940, **52**, pp. 8–22. <https://doi.org/10.1088/0959-5309/52/1/303>
56. Kocks, U. F., Constitutive behavior based on crystal plasticity. In: *Unified constitutive equations for creep and plasticity* (ed. A.K. Miller), Springer, 1987. pp. 1–88. [https://doi.org/10.1007/978-94-009-3439-9\\_1](https://doi.org/10.1007/978-94-009-3439-9_1)
57. Khan, A. S. and Liu, J., A deformation mechanism based crystal plasticity model of ultrafine grained/nanocrystalline FCC polycrystals. *International Journal of Plasticity*, 2016, **86**, pp. 56–69. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2016.08.001>
58. Trusov, P. V., Gribov, D. S., and Kurmoyartseva, K. A., Application of a three-level elastoviscoplastic model for describing complex loading processes. *Crystals*, 2023, **13**, p. 1682. <https://doi.org/10.3390/cryst13121682>
59. Kacher, J., Eftink, B. P., Cui, B., and Robertson I. M., Dislocation interactions with grain boundaries. *Current Opinion in Solid State and Materials Science*, 2014, **18**, pp. 227–243. <https://doi.org/10.1016/j.cossms.2014.05.004>
60. Bayerschen, E., McBride, A. T., Reddy, B. D., and Böhlke, T., Review on slip transmission criteria in experiments and crystal plasticity models. *Journal of Materials Science*, 2016, **51**, pp. 2243–2258. <https://doi.org/10.1007/s10853-015-9553-4>
61. Javaid, F., Pouriaeyali, H., and Durst, K., Dislocation–grain boundary interactions: recent advances on the underlying mechanisms studied via nanoindentation testing. *Journal of Materials Research*, 2021, **36**, pp. 2545–2557. <https://doi.org/10.1557/s43578-020-00096-z>
62. Livingston, J. D. and Chalmers, B., Multiple slip in bicrystal deformation. *Acta Metallurgica*, 1957, **5**, pp. 322–327. [https://doi.org/10.1016/0001-6160\(57\)90044-5](https://doi.org/10.1016/0001-6160(57)90044-5)
63. Luster, J. and Morris, M. A., Compatibility of deformation in two-phase Ti-Al alloys: Dependence on microstructure and orientation relationships. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 1995, **26**, pp. 1745–1756. <https://doi.org/10.1007/BF02670762>
64. Lee, T. C., Robertson, I. M., and Birnbaum, H. K., Prediction of slip transfer mechanisms across grain boundaries. *Scripta Metallurgica*, 1989, **23**, pp. 799–803. [https://doi.org/10.1016/0036-9748\(89\)90534-6](https://doi.org/10.1016/0036-9748(89)90534-6)

65. Zhao, Z., Bieler, T. R., LLorca, J., and Eisenlohr, P., Grain boundary slip transfer classification and metric selection with artificial neural networks. *Scripta Materialia*, 2020, **185**, pp. 71–75. <https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2020.04.029>
66. Nieto-Valeiras, E., Ganju, E., Chawla, N., and LLorca, J., Assessment of slip transfer criteria for prismatic-to-prismatic slip in pure Ti from 3D grain boundary data. *Acta Materialia*, 2024, **262**, p. 119424. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2023.119424>
67. Трусделл, К., *Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред*. Мир, Москва, 1975.
68. Franciosi, P., The concepts of latent hardening and strain hardening in metallic single crystals. *Acta Metall*, 1985, **33**, pp. 1601–1612. [https://doi.org/10.1016/0001-6160\(85\)90154-3](https://doi.org/10.1016/0001-6160(85)90154-3)
69. Madec, R., Devincre, B., and Kubin, L. P., Simulation of dislocation patterns in multislip. *Scripta Materialia*, 2002, **47**, pp. 689–695. [https://doi.org/10.1016/S1359-6462\(02\)00185-9](https://doi.org/10.1016/S1359-6462(02)00185-9)
70. Yi, H. Y., Yan, F. K., Tao, N. R., and Lu, K., Work hardening behavior of nanotwinned austenitic grains in a metastable austenitic stainless steel. *Scripta Materialia*, 2016, **114**, pp. 133–136. <https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2015.12.0211>
71. Bergström, Y., A dislocation model for the stress-strain behaviour of polycrystalline  $\alpha$ -Fe with special emphasis on the variation of the densities of mobile and immobile dislocations. *Materials Science and Engineering*, 1970, **5**, pp. 193–200. [https://doi.org/10.1016/0025-5416\(70\)90081-9](https://doi.org/10.1016/0025-5416(70)90081-9)
72. Кондратьев, Н. С., Трусов, П. В., Описание упрочнения систем дислокационного скольжения за счет границ кристаллитов в поликристаллическом агрегате. *Вестник ПГТУ, Механика*, 2012, **3**. С. 79–98.

С. 106–124

## 8. Научная статья

### Сведения об авторах

Панин Алексей Викторович, д.ф.-м.н., проф., зав. лаб. ИФПМ СО РАН, pav@ispms.ru,  
 Казаченок Марина Сергеевна, к.т.н., н.с. ИФПМ СО РАН, kms@ispms.ru,  
 Шугуров Артур Рубинович, д.ф.-м.н., в.н.с. ИФПМ СО РАН, shugurov@ispms.ru,  
 Еремина Галина Максимовна, к.ф.-м.н., н.с. ИФПМ СО РАН, anikeeva@ispms.ru,  
 Смолин Алексей Юрьевич, д.ф.-м.н., проф., г.н.с. ИФПМ СО РАН, asmolin@ispms.ru.

УДК 539.422.5

DOI 10.55652/1683-805X\_2025\_28\_4\_125-142

Поступила в редакцию 31.03.2025; после доработки 19.05.2025; принята к публикации 26.05.2025.

## **Деформация и разрушение 3D-напечатанных композитов Ti–6Al–4V/TiC, полученных проволочной электронно-лучевой аддитивной технологией, при одноосном растяжении**

А.В. Панин<sup>1,2</sup>, М.С. Казаченок<sup>1</sup>, А.Р. Шугуров<sup>1,2</sup>,  
 Г.М. Еремина<sup>1</sup>, А.Ю. Смолин<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск, 634055 Россия

<sup>2</sup> Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Томск, 634050 Россия

Изучены закономерности деформации и разрушения 3D-напечатанных композитов Ti–6Al–4V/TiC, изготовленных проволочной электронно-лучевой аддитивной технологией с использованием проволоки Ti–6Al–4V, подвергнутой предварительному электроискровому легированию с помощью карбидосодержащих электродов, либо путем одновременного плавления титановой проволоки и порошка TiC. Показано, что композиты Ti–6Al–4V/TiC, полученные обоими методами, характеризуются одинаковыми микроструктурой и объемной долей карбидной фазы (~2 %), однако разными размерами включений TiC. Установлено, что пластичность композита Ti–6Al–4V/TiC, полученного с помощью электроискрового легирования проволоки и содержащего включения TiC диаметром ~1 мкм, оказывается существенно выше, чем у образца, 3D-напечатанного путем одновременного плавления титановой проволоки и порошка TiC, в котором размеры включений варьируются в пределах 15–30 мкм. Выявлен различный характер разрушения исследованных композитов Ti–6Al–4V/TiC при одноосном растяжении. Методом подвижных клеточных автоматов проведено трехмерное моделирование упругопластического деформирования и разрушения модельных композитов Ti/TiC при механическом нагружении. Продемонстрировано влияние размера и твердости частиц TiC, а также характера их распределения в титановой матрице на закономерности зарождения и распространения трещин в модельном композите.

Показано, что неоднородное распределение крупных карбидных включений в титановой матрице является ключевым фактором охрупчивания композитов Ti-6Al-4V/TiC, полученных путем проволоочной электронно-лучевой аддитивной технологией.

*Ключевые слова:* титановые металломатричные композиты, Ti-6Al-4V/TiC, электронно-лучевое аддитивное производство, деформация, разрушение, трещины, метод подвижных клеточных автоматов.

## Deformation and Fracture of 3D Printed Ti-6Al-4V/TiC Composites Produced by Wire-Feed Electron Beam Additive Manufacturing under Uniaxial Tensile Stress

A.V. Panin<sup>1,2</sup>, M.S. Kazachenok<sup>1</sup>, A.R. Shugurov<sup>1</sup>, G.M. Eremina<sup>1</sup>, A.Yu. Smolin<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institute of Strength Physics and Materials Science SB RAS, Tomsk, 634055 Russia

<sup>2</sup>National Research Tomsk State University, Tomsk, 634050 Russia

The deformation and fracture patterns of 3D printed Ti-6Al-4V/TiC composites produced by wire-feed electron beam additive manufacturing using Ti-6Al-4V wire pre-electrospark alloyed with carbide containing electrodes or by simultaneous melting of titanium wire and TiC powder were investigated. It is shown that Ti-6Al-4V/TiC composites obtained by both methods are characterised by the same microstructure and volume fraction of carbide phase (~2%), but different sizes of TiC inclusions. It was found that the ductility of the Ti-6Al-4V/TiC composite obtained by electrospark alloying of the wire and containing TiC inclusions with a diameter of ~1 μm is significantly higher than that of the sample 3D printed by simultaneous melting of titanium wire and TiC powder, in which the inclusion sizes vary within 15–30 μm. The different fracture characteristics of the investigated Ti-6Al-4V/TiC composites under uniaxial tensile stress were revealed. Three-dimensional modelling of elastic-plastic deformation and fracture of model Ti/TiC composites under mechanical loading was carried out using the method of moving cellular automata. The influence of the size and hardness of the TiC particles, as well as the character of their distribution in the titanium matrix, on the regularities of crack initiation and propagation in the model composite was demonstrated. It was shown that the inhomogeneous distribution of large carbide inclusions in the titanium matrix is a key factor for crack initiation and propagation in the model composites.

*Keywords* titanium metal matrix composites, Ti-6Al-4V/TiC, electron beam additive manufacturing, deformation, fracture, cracks, moving cell automata method

### Финансирование

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант №24-19-00604).

### Литература

1. Wang, J., Tang, L., Xue, Y., Zhao, Z., Ye, Z., Cao, W., Zhu, J., and Jiang, F., Microstructure and properties of (diamond + TiC) reinforced Ti6Al4V titanium matrix composites manufactured by directed energy deposition. *J Journal of Materials Research and Technology*, 2024, **28**, pp. 3110–3120. <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2023.12.227>
2. Fomin, V. M., Malikov, A. G., Golyshev, A. A., Bulina, N. V., Gulov, M. A., Vitoshkin, I. E., Brusentseva, T. A., Filippov, A. A., and Mishin, A. V., Structural-Phase State and Mechanical Properties of a Laser Cladding Titanium Matrix Composite Based on Ti64 Alloy and TiB<sub>2</sub> Ceramics. *Physical Mesomechanics*, 2024, **27**, pp. 1–15. <https://doi.org/10.1134/S1029959924010016>
3. Sánchez de Rojas Candela, C., Riquelme, A., Bonache, V., Rodrigo, P., and Rams, J., Ti6Al4V/SiC Metal Matrix Composites Additively Manufactured by Direct Laser Deposition. *Metals and Materials International*, 2022, **28**, pp. 3120–3144. <https://doi.org/10.1007/s12540-022-01191-y>
4. Hayat, M. D., Singh, H., He, Z., and Cao, P., Titanium metal matrix composites: An overview. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2019, **121**, pp. 418–438. <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2019.04.005>
5. Wang, Y., Zhu, M., Dong, L., Sun, G., Zhang, W., Xue, H., Fu, Y., Elmarakbi, A., and Zhang, Y., In-situ synthesized TiC/Ti-6Al-4V composites by elemental powder mixing and spark plasma sintering: Microstructural evolution and mechanical properties. *Journal of Alloys and Compounds*, 2023, **947**, p. 169557. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2023.169557>
6. Wang, L., Cai, X., Shi, B., Zhang, J., and Zhan, X., Direct energy deposition of TiC/Ti6Al4V graded materials and heat resistance improvement during the ablation process. *Journal of Materials Research and Technology*, 2024, **33**, pp. 8482–8490. <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2024.11.173>

7. Ma, Z. Y., Mishra, R. S., and Tjong, S. C., High-temperature creep behavior of TiC particulate reinforced Ti-6Al-4V alloy composite. *Acta Materialia*, 2002, **50**(17), pp. 4293–4302. [https://doi.org/10.1016/S1359-6454\(02\)00261-6](https://doi.org/10.1016/S1359-6454(02)00261-6)
8. Zheng, Y., Yan, X., Qiao, G., Tang, Y., Geng, Y., Shao, Z., and Bai, Q., Enhanced wear resistance of TiC/Ti6Al4V composites through changing TiC morphologies in laser direct energy deposition. *Additive Manufacturing*, 2024, **84**, p. 104134. <https://doi.org/10.1016/j.addma.2024.104134>
9. Falodun, O. E., Obadele, B. A., Oke, S. R., and Okoro, A. M., Titanium-based matrix composites reinforced with particulate, microstructure, and mechanical properties using spark plasma sintering technique: a review. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2019, **102**, pp. 1689–1701. <https://doi.org/10.1007/s00170-018-03281-x>
10. Ou, Y., Ma, Z., Guo, S., Zhou, Q., and Wang, K., Microstructure Evolution and Mechanical Properties of TiC/Ti6Al4V Composites Formed by Selective Laser Melting. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 2023, pp. 1–21. <https://doi.org/10.1007/s11665-024-10548-w>
11. Fang, J., Tan, Y., Tai, V. Janasekaran, S., Kee, C., Wang, D., and Yang, Y., Selective laser melting of titanium matrix composites: An in-depth analysis of materials, microstructures, defects, and mechanical properties. *Heliyon*, 2024, **10**, p. e40200. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e40200>
12. Yang, Y., Zhang, J., and Wei, W., Microstructure and mechanical properties of TiC/Ti6Al4V nanocomposites fabricated by gas-liquid reaction laser powder bed fusion. *Materials Science and Engineering: A*, 2023, **829**, p. 144829. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2023.144829>
13. Li, L., Wang, J., Lin, P., and Liu, H., Microstructure and mechanical properties of functionally graded TiCp/Ti6Al4V composite fabricated by laser melting deposition. *Ceramics International*, 2017, **43**, pp. 16638–16651. <https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2017.09.054>
14. Yu, C., Liu, X., Li, Y., Song, C., Ma, G., Niu, F., and Wu, D., Investigations of the microstructure and performance of TiCp/Ti6Al4V composites prepared by directed laser deposition. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2021, **205**, p. 106595. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2021.106595>
15. Wang, J., Li, L., Lin, P., and Wang, J., Effect of TiC particle size on the microstructure and tensile properties of TiCp/Ti6Al4V composites fabricated by laser melting deposition. *Optics and Laser Technology*, 2018, **105**, pp. 195–206. <https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2018.03.009>
16. Hua, Z., Xiong, L., Zhang, M., Wang, C., Mi, G., and Jiang, P., Microstructure evolution and tribological properties of (TiB+TiC)/Ti-6Al-4V composites fabricated via in situ laser-directed energy deposition of wire and powders in an underwater environment. *Composites Part B: Engineering*, 2023, **263**, p. 110817. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2023.110817>
17. Panin, A. V., Kazachenok, M. S., Sinyakova, E. A., Builuk, A. O., Martynov, S. A., Panin, S. V., and Berto, F., Enhancing mechanical properties of wire-based EBAM Ti-6Al-4V parts by adding TiC powders. *Material Design and Processing Communications*, 2021, **3**, pp. 136–141. <https://doi.org/10.1002/mdp2.136>
18. Wang, Z., Bai, X., Que, M., and Zhou, X., Wire arc additive manufacturing of network microstructure (TiB+TiC)/Ti6Al4V composites using flux-cored wires. *Ceramics International*, 2023, **49**(3), pp. 4168–4176. <https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2022.09.299>
19. Panin, A. V., Kazachenok, M. S., Lobova, T. A., Pribytkov, G. A., Panina, A. A., and Martynov, S. A., Microstructure and phase composition of 3D printed titanium metal matrix composites based on Ti-Al-V-Fe system and reinforced with TiC particles. *Russian Physics Journal*, 2024, **67**, pp. 1400–1407. <https://doi.org/10.1007/s11182-024-03260-8>
20. Li, N., He, D., Liu, D., Ma, L., He, C., Xu, Y., and Yu, J., In-situ TiB reinforced titanium matrix composite coatings prepared by laser cladding: Effect of TiB<sub>2</sub> content on microstructure, hardness and wear properties. *Journal of Alloys and Compounds*, 2025, **1010**, p. 178215. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2024.178215>
21. Panin, A., Martynov, S., Kazachenok, M., Kazantseva, L., Bakulin, A., Kulkova, S., Perevalova, O., and Sklyarova, E., Effects of Water Cooling on the Microstructure of Electron Beam Additive-Manufactured Ti-6Al-4V. *Metals*, 2021, **11**, p. 1742. <https://doi.org/10.3390/met11111742>
22. Панин, А. В., Сыртанов, М. С., Лобова, Т. А., Перевалова, О. Б., Казаченок, М. С., In situ высокотемпературные синхротронные рентгеновские исследования микроструктуры и фазового состава аддитивно изготовленного металломатричного композита Ti-6Al-4V/TiC. *Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования*, 2025 (в печати).
23. Aniszewska, D. and Rybaczuk, M., Mechanical properties of silica aerogels modelled by movable cellular automata simulations. *Materials Today Communications*, 2021, **27**, p. 102432. <https://doi.org/10.1016/j.mtcomm.2021.102432>
24. Shilko, E. V. and Grigoriev, A. S., Understanding the properties of the cohesive zone in dynamic shear fracture. *Engineering Fracture Mechanics*, 2025, **315**, p. 110780. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2024.110780>

25. Zhao, M., Liu, F., Fu, G., Zhang, D. Z., Zhang, T., and Zhou, H., Improved Mechanical Properties and Energy Absorption of BCC Lattice Structures with Triply Periodic Minimal Surfaces Fabricated by SLM. *Materials*, 2018, **11** p. 2411. <https://doi.org/10.3390/ma11122411>
26. Omoniyi, P. O., Akinlabi, E. T., and Mahamood, R. M., Heat Treatments of Ti6Al4V Alloys for Industrial Applications: An Overview. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 2021, **1107**, p. 012094. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/1107/1/012094>.
27. Milman, Y. V., Galanov, B. A., and Chugunova, S. I., Plasticity characteristic obtained through hardness measurement. *Acta metallurgica et materialia*, 1993, **41(9)**, pp. 2523–2532. [https://doi.org/10.1016/0956-7151\(93\)90122-9](https://doi.org/10.1016/0956-7151(93)90122-9)
28. Головин, Ю. И., *Наноинденитрование и его возможности*. Машиностроение, Москва, 2009.
29. Fan, M., Yi, D. K., and Xiao, Z. M., A Zener–Stroh crack in fiber-reinforced composites with generalized Irwin plastic zone correction. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2014, **82**, pp. 81–89. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2014.03.008>
30. Chen, J., Magdy, M., Cao, T., Hu, Y., Cheng, C., and Zhao, J., Analysis of stress state and crack initiation time around hard-brittle particles in nickel-based alloys by interface model. *Materials Today Communications*, 2024, **38**, p. 108462. <https://doi.org/10.1016/j.mtcomm.2024.108462>
31. Panin, A. V., Kazachenok, M. S., Dmitriev, A. I., Nikonov, A. Yu., Perevalova, O. B., Kazancheva, L. A., Sinyakova, E. A., and Martynov, S. A., The effect of ultrasonic impact treatment on deformation and fracture of electron beam additive manufactured Ti–6Al–4V under uniaxial tension. *Materials Science and Engineering: A*, 2022, **832**, p. 142458. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2021.142458>
32. Henry, H., Pinning of crack fronts by hard and soft inclusions: A phase field study. *Physical Review E*, 2024, **109**, p. 025002. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.109.025002>
33. Ganesh, K. V., Islam, Md R. I., and Patra, P. K., Numerical modeling of interfacial cracking with soft and hard inclusions. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2023, **156**, pp. 293–298. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2023.08.009>
34. Ahmadian, P. and Taghizadeh, M., The effect of non-metallic inclusion size and orientation on tensile properties of stainless steel (simulation and experiment). *Metallurgical and Materials Engineering*, 2020, **26(1)**, pp. 43–55. <https://doi.org/10.30544/471>

C. 125–142

## 9. Научная статья

### Сведения об авторах

Богданов Алексей Алексеевич, к.т.н., м.н.с., ИФПМ СО РАН, [bogdanov@ispms.ru](mailto:bogdanov@ispms.ru),  
Панин Сергей Викторович, д.т.н., г.н.с., ИФПМ СО РАН, [svr@ispms.ru](mailto:svr@ispms.ru),  
Буслович Дмитрий Геннадьевич, к.т.н., м.н.с., ИФПМ СО РАН, [buslovich@ispms.ru](mailto:buslovich@ispms.ru).

УДК 620.16

DOI 10.55652/1683-805X\_2025\_28\_4\_143-160

Поступила в редакцию 12.03.2025; после доработки 02.04.2025; принята к публикации 06.06.2025

## **Усталостные характеристики при циклическом растяжении и сжатии композита на основе полифталамида, армированного коротким стеклянным волокном**

А.А. Богданов, С.В. Панин, Д.Г. Буслович

*Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск, 634055 Россия*

Исследовано влияние среднего напряжения на сопротивление усталости композита на основе полифталамида, наполненного 33 масс. % коротких стеклянных волокон в различных условиях нагружения, включающих циклическое растяжение, растяжение-сжатие и сжатие. Используются средние напряжения цикла 45, 0, –60 и –120 МПа и амплитуды напряжения в диапазоне от 15 до 80 МПа. Проведено сравнение полученных результатов с известными моделями Гудмана, Содерберга и Герберга, показана неоднозначность решения задачи по предсказанию влияния среднего напряжения в области высоких положительных и отрицательных значений среднего напряжения. При отрицательных средних напряжениях получены более высокие значения предельных амплитуд, когда сопротивление усталости повышалось вплоть до достижения материалом предела текучести на сжатие, после превышения которого вновь наблюдалось снижение. Выявлены различия в закономерностях развития усталостного разрушения (накопление повреждений) в условиях циклического растяжения и сжатия. В условиях

циклического растяжения усталостные повреждения развивались на интерфейсе между волокном и матрицей по механизму нарушения адгезии. В свою очередь в условиях циклического сжатия основным механизмом накопления усталостных повреждений являлось развитие ползучести с последующим когезионным разрушением по материалу матрицы полифталамида.

*Ключевые слова:* ПФА композит, усталостное поведение, растяжение, сжатие, влияние среднего напряжения

## Tension and Compression Fatigue Properties of Short Glass Fiber Reinforced Polyphthalamide Composite

A.A. Bogdanov, S.V. Panin, and D.G. Buslovich

*Institute of Strength Physics and Materials Science, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Tomsk, 634055 Russia*

The effect of mean stress on the fatigue strength of a polyphthalamide composite with 33 wt% short glass fibers was studied under various loading conditions, including cyclic tension, tension–compression, and compression. The mean cycle stresses were 45, 0, –60, and –120 MPa, and the stress amplitudes ranged from 15 to 80 MPa. The results were compared with the known models by Goodman, Soderberg, and Gerber, highlighting the ambiguity in predicting the effect of mean stress in the region of high positive and negative mean stress values. At negative mean stresses, the limiting stress amplitudes were higher, when the fatigue resistance increased until the material reached its compressive yield strength, after which a decrease was observed again. Differences in the fatigue damage mechanisms were identified in cyclic tension and cyclic compression modes. In the tension mode, fatigue damage developed at the fiber–matrix interface due to adhesion failure. In contrast, in cyclic compression modes, the main mechanism of fatigue damage accumulation was creep followed by cohesive fracture of the matrix.

*Keywords:* PPA composite, fatigue behavior, tension–tension, compression–compression, mean stress effect

### Финансирование

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИФПМ СО РАН, тема номер FWRW-2021-0010.

### References

1. Gkaliou, K., Ørsnæs, M. V., Holm, A. H., and Daugaard, A. E., Accelerated Hydrolytic Degradation of Glass Fiber-Polyamide (PA66) Composites. *Polymer Degradation and Stability*, 2025, **234**. <https://doi.org/10.1016/j.polymdegradstab.2025.111256>
2. Stadler, G., Primetzhofer, A., Pinter, G., and Grün, F., Investigation of Fibre Orientation and Notch Support of Short Glass Fibre Reinforced Thermoplastics. *International Journal of Fatigue*, 2020, **131**, p. 105284. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2019.105284>
3. Guo, R., Li, C., Niu, Y., and Xian, G., The Fatigue Performances of Carbon Fiber Reinforced Polymer Composites - A Review. *Journal of Materials Research and Technology*, 2022, **21**, pp. 4773–4789. <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2022.11.053>
4. Li, A., Mao, Q., Li, J., Li, Y., Li, X., Huang, J., Xing, J., and Zhang, C., Review on Methodologies of Fatigue Property Prediction for Carbon Fiber Reinforced Polymer. *Composites Part B: Engineering*, 2024, **284**, p. 111659. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2024.111659>
5. Horvath, M., Oberreiter, M., and Stoschka, M. A., Numerically Efficient Method to Assess the Elastic–Plastic Strain Energy Density of Notched and Imperfective Cast Steel Components. *Appl. Mech.*, 2023, **4**, pp. 528–566. <https://doi.org/10.3390/applmech4020030>
6. Yun, H. and Modarres, M., Measures of Entropy to Characterize Fatigue Damage in Metallic Materials. *Entropy*, 2019, **21**. <https://doi.org/10.3390/e21080804>
7. Meneghetti, G., Ricotta, M., Lucchetta, G., and Carmignato, S., An Hysteresis Energy-Based Synthesis of Fully Reversed Axial Fatigue Behaviour of Different Polypropylene Composites. *Composites Part B Engineering*, 2014, **65**, pp. 17–25. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2014.01.027>
8. Arif, M. F., Saintier, N., Meraghni, F., Fitoussi, J., Chemisky, Y., and Robert, G., Multiscale Fatigue Damage Characterization in Short Glass Fiber Reinforced Polyamide-66. *Composites Part B Engineering*, 2014, **61**, pp. 55–65. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2014.01.019>
9. Primetzhofer, A., Stadler, G., Pinter, G., and Grün, F., Lifetime Assessment of Anisotropic Materials by the Example Short Fibre Reinforced Plastic. *International Journal of Fatigue*, 2019, **120**, pp. 294–302. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2018.06.013>

10. Kawai, M., Takeuchi, H., Taketa, I., and Tsuchiya, A., Effects of Temperature and Stress Ratio on Fatigue Life of Injection Molded Short Carbon Fiber-Reinforced Polyamide Composite. *Composites Part A Applied Science and Manufacturing*, 2017, **98**, pp. 9–24. <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2017.03.008>
11. Mortazavian, S. and Fatemi, A., Effects of Mean Stress and Stress Concentration on Fatigue Behavior of Short Fiber Reinforced Polymer Composites. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2016, **39**, pp. 149–166. <https://doi.org/10.1111/ffe.12341>
12. Goodman, J., *Mechanics Applied to Engineering, 1st Ed.* Longman, Green and Co., London, England, 1919.
13. Gerber, H., Bestimmung Der Zulassigen Spannungen in Eisen-Konstruktionen. *Zeitschrift Des Bayerischen Architekten Und Ingenieur-Vereins*, 1874, **6**, pp. 101–110.
14. Soderberg, C. R., Factor of Safety and Working Stress. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 1939, **52**, pp. 13–28.
15. Socie, D., Morrow, J., Review of Contemporary Approaches to Fatigue Damage Analysis. In *Risk and Failure Analysis for Improved Performance and Reliability*. (eds. Burke, J. J., Weiss, V.), Plenum Publication Corp, 1980, pp. 141–194.
16. Zhu, S. P., Lei, Q., Huang, H. Z., Yang, Y. J., and Peng, W., Mean Stress Effect Correction in Strain Energy-Based Fatigue Life Prediction of Metals. *Int. J. Damage Mech.*, 2017, **26**, pp. 1219–1241. <https://doi.org/10.1177/1056789516651920>.
17. Eftekhari, M. and Fatemi, A., Fatigue Behaviour and Modelling of Talc-Filled and Short Glass Fibre Reinforced Thermoplastics, Including Temperature and Mean Stress Effects. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2017, **40**, pp. 333–348. <https://doi.org/10.1111/ffe.12497>
18. Mallick, P. K. and Zhou, Y., Effect of Mean Stress on the Stress-Controlled Fatigue of a Short E-Glass Fiber Reinforced Polyamide-6,6. *International Journal of Fatigue*, 2004, **26**, pp. 941–946. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2004.02.003>
19. Shrestha, R., Simsiriwong, J., and Shamsaei, N., Mean Strain Effects on Cyclic Deformation and Fatigue Behavior of Polyether Ether Ketone (PEEK). *Polymer Testing*, 2016, **55**, pp. 69–77. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2016.08.002>
20. Shrestha, R., Simsiriwong, J., and Shamsaei, N., Fatigue Modeling for a Thermoplastic Polymer under Mean Strain and Variable Amplitude Loadings. *International Journal of Fatigue*, 2017, **100**, pp. 429–443. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2017.03.047>
21. ASTM D638-14: Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics, 2014.
22. ASTM D695-15: Standard Test Method for Compressive Properties of Rigid Plastics, 2015.
23. ASTM E606/E606M-12: Standard Test Method for Strain-Controlled Fatigue Testing, 2012.
24. GOST (State Standard) 23207-78: Fatigue resistance. Basic terms, definitions and designations, 1978.