ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ПРОЧНОСТИ И МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЯ
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
(ИФПМ СО РАН)

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИФПМ СО РАН
чл.-к. РАН ________________ С.Г. Псахье
«31» марта 20 14 г.

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА
ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ 05.13.18**

**СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 05.13.18
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ,
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ**

Отрасль науки: 05.00.00 Технические

Форма обучения: очная/заочная

Томск 2014

Программа вступительного экзамена по специальности 05.13.18
«Математическое моделирование,численные методы и комплексы программ»

**1. Математические модели**

1.1. Определение понятия модели. Примеры моделей. Адекватность моделей. Подобие и верификация моделей.

1.2. Модели в виде графов. Основные понятия теории графов и операции над графами. Бинарные отношения и графы. Маршруты, цепи и циклы. Оптимизационные задачи на графах (например, задачи о коммивояжере). Представление графов в компьютере.

1.3. Математические модели физических процессов в виде краевых задач для дифференциальных уравнений.

1.4. Применение интегральных уравнений для математического моделирования различных физических процессов.

**2. Численные методы линейной алгебры**

2.1. Нормы векторов и согласованные с ними нормы матрицы. Число обусловленности невырожденной матрицы. Число обусловленности симметричной положительно определенной матрицы. Погрешность решения СЛАУ. Оценка относительной погрешности решения СЛАУ через ее невязку и число обусловленности.

2.2. Итерационные методы решения СЛАУ, их характерные признаки. Метод Якоби (метод простой итерации). Условия сходимости метода Якоби. Метод Гаусса-Зейделя. Метод релаксации. Метод блочной релаксации. Итерационные методы, основанные на минимизации функционала.

2.3. Прямые методы решения СЛАУ, их характерные признаки. Метод Гаусса. Выбор главного элемента в методе Гаусса. Компактная схема метода Гаусса (LU-разложение), ее преимущество при решении многих СЛАУ с одной матрицей и различными правыми частями. Метод прогонки для решения СЛАУ с трехдиагональными матрицами. Метод Холесского (метод квадратного корня) для решения СЛАУ с симметричными матрицами.

2.4. Метод сопряженных градиентов, его особенности. Предобусловливание в методе сопряженных градиентов. Предобусловливание, основанное на неполном разложении Холесского.

2.5. Обобщенное решение (псевдорешение) СЛАУ с прямоугольными или квадратными вырожденными матрицами. Нормальное псевдорешение. Метод регуляризации А.Н.Тихонова нахождения нормального псевдорешения.

2.6. Частичная проблема собственных значений. Степенной метод. Метод обратных степеней.

2.7. Полная проблема собственных значений. Использование преобразования подобия для решения полной проблемы собственных значений. Приведение симметричной матрицы к трехдиагональному виду с использованием преобразований вращения (Гивенса) и отражения (Хаусхолдера). Метод последовательностей Штурма для локализации собственных значений симметричной трехдиагональной матрицы. Основные идеи LR-алгоритма и QR-алгоритма решения полной проблемы собственных значений для несимметричных матриц.

**3. Интерполяция, численное интегрирование функций и систем обыкновенных дифференциальных уравнений, решение нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений**

3.1. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Интерполяция с использованием сплайнов. Одномерный кубический сплайн с непрерывной первой и второй производными. Кусочно-кубическая интерполяция со сглаживанием.

3.2. Численное интегрирование одномерных функций. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, парабол (Симпсона). Основные принципы построения квадратурных формул Гаусса. Правило Рунге практической оценки погрешности численного интегрирования. Уточнение приближенного решения по Ричардсону.

3.3. Интегрирование систем обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием метода Эйлера, метода прогноза и коррекции, методов Рунге-Кутта и методов Адамса различных порядков. Преимущества и недостатки методов Рунге-Кутта и Адамса одинаковых порядков. Применение правила Рунге для оценки погрешности приближенного решения. Уточнение решения по Ричардсону.

3.4. Методы простой итерации, половинного деления, секущих, хорд и Ньютона решения нелинейных уравнений. Квадратичная сходимость метода Ньютона. Метод Ньютона для решения систем нелинейных уравнений.

3.5. Численные методы решения интегральных уравнений. Структуры СЛАУ, получающихся при использовании численных методов для решения интегральных уравнений.

**4. Численные методы решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных**

4.1. Принципы аппроксимации краевых задач на прямоугольных сетках с использованием метода конечных разностей. Понятие разностной схемы. Аппроксимация, устойчивость и сходимость разностной схемы, их взаимосвязь. Консервативная разностная схема и метод конечных объемов.

4.2. Явные и неявные схемы численного решения начально-краевых задач. Условия устойчивости явных схем при решении краевых задач для уравнений параболического и гиперболического типа.

4.3. Использование вариационных и проекционных методов при решении краевых задач для решения дифференциальных уравнений в частных производных. Методы Ритца, Галеркина, коллокаций, наименьших квадратов. Выбор базисных функций пространств решений в этих методах.

4.4. Метод конечных элементов. Базисные функции метода конечных элементов. Применение элементов высоких порядков, их преимущества и недостатки.

4.5. Особенности СЛАУ, получающихся при конечно-разностной и конечно-элементной аппроксимации краевых задач. Форматы хранения матриц таких СЛАУ при использовании прямых и итерационных методов их решения (профильная форма хранения, разреженный строчный формат и др.).

**5. Методы оптимизации**

5.1. Общая постановка задачи математического программирования. Линейное программирование. Симплекс-метод. Двойственная задача линейного программирования.

5.2. Дискретное программирование. Математические модели задач дискретного программирования. Метод отсекающих плоскостей. Метод ветвей и границ. Задачи оптимизации на графах.

5.3. Нелинейное программирование. Классические безусловные методы нахождения экстремума. Задачи с ограничениями. Метод множителей Лагранжа. Теорема Куна-Такера. Поисковые методы оптимизации.

**6. Элементы программирования при реализации численных методов**

6.1. Модульное и объектно-ориентированное программирование. Основные отличия языков модульного и объектно-ориентированного программирования.

6.2. Длина слова и округление. Вычислительные затраты. Оптимизация вычислений по памяти и времени. Использование информации об архитектуре системы (кэш-память, процессор, сопроцессор и т.п.) для оптимизации вычислений.

6.3. Оценка погрешности арифметических операций. Погрешность вычисления математических функций. Накопление погрешности. Оценка погрешности результата. Вычисление скалярного произведения векторов.

6.4. Динамическое и псевдодинамическое распределение памяти при работе с матрицами большой размерности. Программная реализация хранения матриц в ленточном, профильном и разреженном строчном форматах. Портрет матрицы, алгоритмы его построения. Алгоритм умножения $n$-диагональных и разреженных матриц на вектор с учётом формата хранения матрицы. Особенности реализации разложения Холесского или $LU$-разложения для в профильном формате и неполного разложения Холесского или неполного $LU$-разложения для матриц в разреженном строчном формате.

## 7. Операционные системы и комплексы программ

7.1. Операционные системы: назначение, выполняемые функции. Современные и перспективные операционные системы.

7.2. Комплексы прикладных программ. Формы построения комплексов прикладных программ: библиотека, пакет прикладных программ (ППП), диалоговая система.

7.3. Программные комплексы для решения задач математической физики. Структура программного комплекса. Требования к пре- и постпроцессорам. Способы и средства задания исходных данных и визуализации результатов.

## Литература


1. Вержбицкий В.М. Численные методы (линейная алгебра и нелинейные уравнения): Учеб. Пособие для вузов. – М.: Высш.шк., 2000. – 266с.
2. Годунов С.К., Антонов А.Г., Кирилюк О.П., Костин В.И. Гарантированная точность решения систем линейных уравнений в евклидовых пространствах. - Новосибирск: Наука, 1992. - 360 с
3. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. - М.: Мир, 1999. - 548 с.
4. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. - М.: Мир, 1986. - 318с.
5. Ильин В.П. Методы неполной факторизации для решения алгебраических систем. - М.: Физматлит, 1995. - 288 с.
6. Ильин В.П. Методы конечных разностей и конечных объёмов для эллиптических уравнений. - Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 2000. - 345с.
7. Кулон Ж.-Л., Сабоннадьер Ж.-К. САПР в электротехнике. - М.: Мир, 1988. - 208 с.
8. Лаевский Ю.М. Метод конечных элементов. - Новосибирск: Изд-во НГУ, 1999.- 165с.
9. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1989. – 608 с.
10. Митчел Э., Уэйт Р. Методы конечных элементов для уравнений с частными производными. - М.: Мир, 1981. - 216 с.
11. Ортега Дж. Введение в параллельные и векторные методы решения линейных систем. - М.: Мир, 1991. - 367 с.
12. Ортега Дж., Пул У. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений. : М.: Наука, 1986. – 288с.
13. Сабоннадьер Ж.-К., Кулон Ж.-Л. Метод конечных элементов и САПР: Пер. с франц. – М.: Мир, 1989. – 190с.
14. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Наука, 1989. - 432с.
15. Сильвестер П., Феррари Р. Метод конечных элементов для инженеров-электриков. - М.: Мир, 1986. – 229 с.
16. Ю.Г. Соловейчик, М.Э. Рояк, М.Г. Персова. Метод конечных элементов для решения скалярных и векторных задач : учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. – 896 с. («Учебники НГТУ»).
17. Темам Р. Уравнения Навье-Стокса. Теория и численный анализ. – М.: Мир, 1981. - 408с.
18. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. – пер. с англ. – М.: Мир, 1975. – 536с.