

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт физики прочности и материаловедения
Сибирского отделения Российской Академии наук
(ИФПМ СО РАН)

На правах рукописи



Димаки Андрей Викторович

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
НЕМЕТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ,
ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ВЯЗКОСТЬЮ И РАЗРУШЕНИЕМ

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела
Диссертация на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Научный консультант:
доктор физико-математических наук
Шилько Евгений Викторович

Томск – 2017 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
1. Теоретическое изучение контактного взаимодействия материалов на основе метода редукции размерности	23
1.1 Введение	23
1.2 Основы метода редукции размерности	23
1.3 Модель рельефа поверхностей контактирующих тел	26
1.4 Развитие модели контактного взаимодействия между эластомером с широким спектром времен релаксации и жестким шероховатым контртелом	30
1.5 Теоретическое изучение статического коэффициента трения для эластомера со сложной линейной реологией	35
1.6 Влияние осцилляций нормальной силы на коэффициент трения скольжения эластомера	39
1.7 Построение обобщенного закона трения для материалов с фрактальной поверхностью	45
1.8 Изучение влияния шероховатостей различного масштаба на коэффициент трения между эластомером и жестким контртелом	57
1.8.1 Двухмасштабность контактных свойств в контакте фрактальных поверхностей	61
1.8.2 Численный анализ влияния спектральной плотности фрактальной поверхности на коэффициент трения в контакте с вязко-упругим полупространством	63
1.9 Эффективный учет фрикционного разогрева при скольжении в стационарном режиме	71
1.10 Изучение процесса износа на основе метода редукции размерности	82
1.11 Заключение к главе 1	97

2. Развитие физико-механической модели для теоретического изучения механических свойств и разрушения многофазных сред	100
2.1 Введение	100
2.2 Формализм метода гибридных клеточных автоматов	105
2.2.1 Модель механического отклика флюидонасыщенного твердого каркаса	107
2.2.2 Учет пороупругости в модели пористого материала, насыщенного жидкостью	117
2.2.3 Модель переноса флюида в твердофазном каркасе, применяемая на «фильтрационном» подшаге	120
2.2.3.1 Модель фильтрационного переноса газа	122
2.2.3.2 Уравнение состояния и модель фильтрационного переноса жидкости	124
2.2.4 Модель массопереноса флюида между фильтрационным объемом твердого каркаса и макропорами («сеточный шаг»)	126
2.2.5 Учет взаимного влияния флюида и твердого каркаса	127
2.3 Оценка возможностей метода ГКА для моделирования связанных задач механики контрастных сред	129
2.3.1 Верификация модели переноса газов в пористых твердофазных средах	130
2.3.2 Верификация модели пористых сред, насыщенных жидкостью	135
2.4 Заключение к главе 2	140
3. Теоретическое изучение влияния жидкости и газа на механический отклик пористых материалов при контактном взаимодействии	141
3.1 Введение	141
3.2 Изучение влияния порового давления газа на прочность газонасыщенных материалов в условиях нормальной нагрузки	142
3.2.1 Влияние порового давления газа на прочность образцов упруго-хрупкого материала при одноосном сжатии	143
3.2.2 Влияние порового давления газа на прочность образцов угля при одноосном сжатии	146

3.3 Изучение прочности пористых образцов упруго-хрупкого материала, насыщенных жидкостью, при одноосном сжатии	150
3.3.1 Обобщенное выражение для прочности образца упруго-хрупкого флюидонасыщенного материала при одноосном сжатии	153
3.4 Влияние жидкости на прочностные свойства упруго-пластического проницаемого слоя при сдвиговом нагружении в стесненных условиях	161
3.4.1 Обобщенное выражение для прочности упруго-пластического флюидонасыщенного интерфейса в условиях стесненного сдвига	171
3.4.2 Влияние граничных условий на сдвиговую прочность упруго-пластического интерфейса	174
3.4.3 Влияние геометрии пор на характер обобщенной зависимости сдвиговой прочности упруго-пластического интерфейса	177
3.5 Заключение к главе 3	181
Заключение	183
Список литературы	188

ВВЕДЕНИЕ

Контактное взаимодействие является одним из важнейших явлений, определяющих отклик многих природных и технических систем. Выявление и формализация закономерностей, определяющих связь параметров контактного взаимодействия с параметрами нагружения, физико-механическими свойствами материалов, рельефом поверхности и т.д., представляет собой важнейшую фундаментальную проблему.

Направленным экспериментальным и теоретическим изучением контактного взаимодействия на примере изучения коэффициента сухого трения занимался еще Леонардо да Винчи. Позднее, в своей знаменитой монографии [1] Кулон представил результаты систематического изучения коэффициента трения в различных парах трения, как при переходе от состояния покоя к скольжению, так и в стационарном режиме скольжения. В этом случае удельная сила трения в паре описывается известным законом Кулона-Амонтона.

Закон трения Кулона-Амонтона [1], описывающий связь касательных напряжений в контакте с приложенной внешней нагрузкой при стационарном относительном скольжении контактирующих тел, имеет следующий вид:

$$\tau = c + \sigma_n \tan \varphi,$$

где c – когезия и φ – угол внутреннего трения полагаются материальными константами. Первая из них может интерпретироваться как сдвиговая прочность контакта при тангенциальном относительном перемещении контактирующих тел, вторая – как величина коэффициента трения при стационарном скольжении. Закон трения Кулона-Амонтона используется для оценки величины силы трения в машиностроении, биологии, геофизике и т.д. на различных масштабных уровнях от микроскопического до масштаба структурных блоков земной коры.

Для описания условия перехода от связанного состояния к проскальзыванию, который можно рассматривать как разрушение в области контакта при сдвиге, применяются критерии разрушения, учитывающие

зависимость положения предельной поверхности от среднего давления или нормального напряжения. Примерами таких критериев служат критерий Кулона-Мора, Друккера-Прагера [2], Писаренко-Лебедева [3] и т.д., учитывающие зависимость прочности от вида напряженного состояния. Отметим, что зависимость прочности от приложенного давления, имеющая место и для металлов [4,5], наиболее ярко проявляется для неметаллических сред, таких как горные породы [6], бетоны [7], биологические материалы [8-10], что обусловлено направленным характером ковалентных межатомных связей в неметаллах. При этом величины параметров, входящих в указанные выше законы, не являются материальными константами и зависят от множества факторов, в том числе от параметров нагружения [11]. Установление закономерностей, определяющих величины параметров, входящих в данные законы, является важной теоретической и прикладной проблемой.

Наличие силы трения в контакте физически обусловлено процессами диссипации упругой энергии, сопровождающими относительное тангенциальное перемещение контактирующих тел. При этом «запуск» процессов диссипации происходит при достижении определенной пороговой величины сдвиговой нагрузки, характеризующей переход от состояния покоя к состоянию проскальзывания в контактной паре. Закономерности данного перехода были экспериментально и теоретически изучены в работах Миндлина [12,13]. Такую же природу имеет и переход от состояния сплошности к состоянию разрушения, то есть образования границы раздела между фрагментами разрушившегося тела. При этом следует иметь в виду, что разрушение, представляющее собой один из механизмов диссипации упругой энергии, запасенной в деформированном теле, происходит при достижении некоторой нагрузки, обеспечивающей возникновение предельной локальной кривизны кристаллической решетки [14,15]. Сказанное демонстрирует общность процессов трения и сдвигового разрушения, которая нашла отражение в сходной математической формулировке закона Кулона-Амонтона и классических критериев разрушения [2,3].

Миндлин, следуя положениям контактной механики Герца [16], полагал, что контактирующие поверхности являются топографически гладкими, а величина коэффициента трения вводится как заданная константа, определяемая процессами, протекающими на нижележащем масштабном уровне [12,13]. В реальности гладкие поверхности контакта встречаются крайне редко; большинство из них обладают шероховатым случайным рельефом [17]. Наличие качественной взаимосвязи между величиной коэффициента трения и рельефом контактирующих поверхностей было отмечено еще Кулоном [1]. Простая модель сухого трения, основанная на представлении рельефа поверхности тела в виде «периодического потенциала», была предложена Прандтлем [18] и Томлинсоном [19]. Более сложные модели шероховатости, учитывающие статистический разброс размеров неровностей поверхностей, были сформулированы Гринвудом [20] и Арчардом [21], что позволило воспроизвести линейную зависимость площади реального контакта тел от приложенной нормальной нагрузки, наблюдаемую экспериментально. Оригинальный подход к решению контактной задачи жесткого шероховатого штампа и упругого полупространства, основанный на совмещении решения контактной задачи Герца и набора винклеровских упругих элементов, был предложен Штаерманом [23]. Решения ряда важных контактных задач для осесимметричных тел были получены Галиным [24].

Представление о шероховатой поверхности как о наборе разноуровневых осесимметричных штампов развито Горячевой [25]. Описание шероховатой поверхности с использованием понятий фрактального рельефа и спектральной плотности длин волн шероховатостей применяется Перссоном [26], в том числе для теоретического изучения контактного взаимодействия вязкоупругих материалов, характеризующихся широким спектром времен релаксации механических напряжений. Подход, основанный на фрактальном представлении рельефа поверхности контакта в широком диапазоне масштабов, в настоящее время получил распространение в работах отечественных и зарубежных ученых [27-30].

При тангенциальном относительном перемещении шероховатых нагруженных тел происходит деформирование выступов шероховатых

поверхностей, что сопровождается диссипацией упругой энергии в материале. Как было экспериментально показано Грошем [11], при контактном взаимодействии вязко-упругих материалов сила трения определяется процессами диссипации упругой энергии за счет обратимой перестройки молекулярной структуры материала [31] при нагрузках, не превышающих предела текучести. Диссипация упругой энергии, сопровождающаяся необратимым изменением структуры материала и профиля контактирующих поверхностей, происходит при пластической деформации и разрушении на пятнах контакта, которое макроскопически проявляется как износ материала [32,33].

Иной механизм диссипации упругой энергии, который имеет место в пористых материалах и средах, насыщенных газообразным или жидкофазным флюидом, связан с движением флюида в системе пор и каналов различного масштаба в твердом пористом каркасе при его деформировании. С физической точки зрения диссипация энергии в этом случае обусловлена взаимодействием молекул жидкости или газа друг с другом и со стенками пор и каналов, по которым происходит перемещение флюида, а интенсивность такой диссипации определяется вязкостью флюида и пористостью среды.

На основе сказанного выше, можно констатировать, что сложность исследования закономерностей контактного взаимодействия в значительной степени связана с их нелинейностью, пространственно-временной многомасштабностью и важной ролью процессов диссипации упругой энергии, запасенной в контактирующих телах. Закономерности контактного взаимодействия определяются, в том числе, влиянием рельефа взаимодействующих поверхностей [34], физико-механическими параметрами контактирующих тел [35,36], в том числе тел, характеризующихся сложной реологией [37], влиянием параметров нагружения, разрушением, включая износ [38], наличием жидкости или газа в области контакта [39-41] и т.д.

Для интерпретации результатов изучения контактного взаимодействия необходимо учитывать широкий спектр каналов диссипации упругой энергии в зоне контакта, включая пластическую деформацию на различных масштабных

уровнях [42-44] и вязкость материалов контактирующих тел [45], разрушение и интенсивный массоперенос, в том числе отделяющихся фрагментов материала [46], адгезионные взаимодействия [47,48] и т.д. Важное значение имеет также учет взаимного влияния каналов диссипации упругой энергии и их проявления при достижении критических состояний в материале [49].

Традиционно (начиная со знаменитых работ Герца [16]), контактные задачи рассматриваются в предположении о неизменности свойств материала в глубине контактирующих тел в течение их взаимодействия [50]. Указанное приближение оказывается не применимым при рассмотрении контактов (как нормальных, так и тангенциальных) тел, в которых под влиянием возникающих в контакте напряжений возникает динамический процесс массопереноса. Яркими представителями материалов, в которых проявляется указанный эффект, являются пористые проницаемые материалы различной природы (геологические породы и пласты [51-53], биологические ткани [54,55], фильтрующие технические материалы [56] и т.д.), насыщенные жидкостью и/или газом. Физико-механический отклик таких материалов определяется процессами взаимодействия пористого вмещающего каркаса и флюида (жидкого либо газообразного), находящегося в поровом объеме [57,58,59]. Кроме того, перераспределение флюида в твердом каркасе, представляющее собой динамический процесс, может приводить к существенным изменениям напряженно-деформированного состояния, а также прочностных свойств проницаемого тела [59], особенно для материалов, прочность которых зависит от величины среднего напряжения в объеме [60,61]. Все вышесказанное демонстрирует необходимость развития новых эффективных подходов к решению задач контактного взаимодействия с учетом динамического массопереноса и наличия внутренних и внешних границ раздела.

В настоящее время получил развитие и широко применяется для решения различных контактных задач метод редукции размерности [62,63]. В рамках метода редукции размерности, обобщающего идеи Галина [24] и, позднее, Снеддона [64], решение исходной трехмерной контактной задачи сводится к решению задачи контакта набора независимых одномерных «пружин» путем

преобразования Абеля от исходного профиля индентора [62]. Аналогичным образом, основываясь на преобразовании Абеля, формулируются выражения, связывающие распределения напряжений и перемещений в трехмерном контакте и его «одномерном» отображении [62]. Следует заметить, что, в отличие от широко применяемой модели контакта индентора с основанием Винклера, которая является лишь двумерной аппроксимацией исходной трехмерной задачи, метод редукции размерности позволяет получить точное ее решение для контакта произвольных тел вращения. Для контактов тел, не являющихся телами вращения, в том числе тел с явно заданной геометрией шероховатости, метод редукции размерности позволяет получать оценки решений, качественно совпадающих с решениями соответствующих трехмерных контактных задач [65]. Отличительными особенностями метода, наряду с возможностью получения точных решений ряда трехмерных контактных задач, являются простота численной реализации и высокое быстродействие [66].

Несмотря на указанные выше достоинства, метод редукции размерности не может быть применен для описания существенно неоднородных сред и сред, содержащих компоненты в различных агрегатных состояниях, а также процессов, сопровождающихся множественным разрушением и контактным взаимодействием образующихся поверхностей. Для решения указанных классов задач широко применяются вычислительные методы, основанные на концепции дискретных элементов [67,68], в рамках которых моделируемая среда представляется ансамблем взаимодействующих частиц конечного размера. Основной особенностью методов дискретных элементов (МДЭ), определяющих их преимущества, является способность дискретных элементов изменять окружение, что является принципиально важным при моделировании сложных явлений контактного взаимодействия, трещинообразования, разделения тел на фрагменты и т.д. [69,70]. При этом область применения МДЭ для моделирования флюидонасыщенных материалов, как правило, ограничивается микроскопическим масштабным уровнем, на котором поры, трещины и каналы учитываются явным образом. Для описания многофазных сред на более высоких масштабных уровнях

используются комбинированные схемы, в которых МДЭ применяется для моделирования механического отклика твердофазного каркаса, а, например, метод решеточных уравнений Больцмана или метод сеток – для моделирования массопереноса жидкофазного или газообразного флюида [71,72,73]. Кроме этого, получили развитие основанные на МДЭ методы описания флюидонасыщенных проницаемых сред, в которых поровая структура каркаса учитывается неявно, а задача массопереноса флюида в каркасе решается непосредственно на слое дискретных элементов. При этом массообмен с внешней средой может быть описан путем постановки соответствующих граничных условий на ансамбле дискретных элементов или введением дополнительного сеточного слоя [74,75]. Отметим, что для адекватного описания физико-механического отклика флюидонасыщенного каркаса необходимо применение связанных моделей типа модели пороупругости [59,76] и поропластичности [77,78].

В связи со сказанным выше, развитие и применение новых численных моделей, позволяющих эффективно учитывать такие эффекты как нелинейность отклика среды и процессы диссипации на различных пространственных и временных масштабах, является важным для теоретического изучения закономерностей контактного взаимодействия, в том числе, для неоднородных материалов и сред. При этом важное значение имеет возможность получения обобщенных соотношений, описывающих закономерности изменения величин параметров закона трения в зависимости от физико-механических свойств материалов контактирующих тел, рельефа поверхностей контакта, нормальной нагрузки, скорости относительного перемещения и т.д. Сказанное обуславливает актуальность настоящей работы, поставленную цель и сформулированные задачи.

Актуальность исследований связана с необходимостью получения новых знаний о влиянии пространственно-временной многомасштабности структуры и свойств материала на его поведение в сложных условиях нагружения при контактном взаимодействии. Эти знания и полученные закономерности влияния диссипации упругой энергии на контактное взаимодействие тел могут быть

эффективно применены во многих прикладных областях механики и материаловедения. К таким областям относятся задачи проектирования трибосопряжений, использующих эластомеры, в том числе в автомобильной промышленности. Развитые модели, описывающие физико-механический отклик, включая разрушение, проницаемых флюидонасыщенных сред, могут быть использованы при прогнозировании безопасных режимов эксплуатации подземных сооружений (шахт, тоннелей и др.) в проницаемых горных пластах, насыщенных жидкостью или газом. Изучение нелинейных закономерностей влияния перераспределения флюида в проницаемой среде является принципиально важным при оценке условий наступления критического состояния в разломно-блоковых средах, в частности, в земной коре.

Цель работы заключается в установлении закономерностей нелинейного влияния вязкости и разрушения на различных пространственных и временных масштабах на силу трения между контактирующими телами в сложных условиях нагружения.

Для достижения указанной цели в работе были поставлены и решены следующие задачи:

1. Развить модель сухого тангенциального контакта с учетом временной многомасштабности релаксационных процессов, определяющих вязкость материала, и многомасштабной геометрии контакта в рамках метода редукции размерности.
2. Изучить основные закономерности влияния вязкости контактирующих тел и многомасштабного рельефа поверхности контакта на коэффициент трения, в том числе при нестационарном режиме скольжения.
3. Выявить обобщенные закономерности влияния тепловыделения в контакте на коэффициент трения при стационарном скольжении.
4. Развить метод редукции размерности для описания процесса износа для случая осесимметричной области контакта.

5. Развить подход к описанию контактного взаимодействия в сложных многокомпонентных средах, учитывающий разрушение многоуровневого пористого каркаса и вязкость жидкой и/или газообразной фаз в рамках дискретно-континуальной модели с учетом многочастичного взаимодействия дискретных элементов.

6. Изучить влияние физико-механических свойств вмещающего пористого каркаса и вязкости порового флюида на прочность упруго-пластического межблочного интерфейса во флюидонасыщенной блочной среде в сложных условиях нагружения.

Научная новизна. В работе получены следующие новые результаты.

1. Впервые получена обобщенная нелинейная зависимость коэффициента трения в паре «вязкоупругий материал – жесткое контртело» от параметров нагружения, свойств материала и параметров шероховатости поверхности контртела, имеющей фрактальный рельеф.

2. Впервые получено обобщенное нелинейное уравнение для коэффициента трения между жестким коническим индентором, моделирующим уединенную шероховатость («single asperity»), и вязко-упругим основанием с явным учетом тепловыделения в контакте.

3. Построена аналитическая зависимость прочности упруго-хрупких пористых образцов, насыщенных жидкостью, при их одноосном сжатии от физико-механических параметров каркаса и жидкости, скорости деформации и геометрии образца. Показано, что прочность таких образцов определяется конкуренцией процессов роста порового давления жидкости при сжатии образцов и снижения порового давления за счет оттока жидкости из образца в окружающее пространство.

4. Предложен общий функциональный вид нелинейной зависимости прочности проницаемой упруго-пластической среды, насыщенной жидкостью, от физико-механических свойств материала вмещающего каркаса и жидкости, а также параметров нагружения, в условиях стесненного сдвига.

Продемонстрировано значительное влияние давления жидкости в поровом пространстве на сдвиговую прочность упруго-пластической проницаемой среды.

Теоретическая значимость полученных результатов заключается в том, что они имеют фундаментальный характер и вносят существенный вклад в развитие современных представлений о влиянии каналов диссипации упругой энергии, обусловленных вязкостью и разрушением, на контактное взаимодействие тел, образованных неметаллическими материалами.

Полученная обобщенная зависимость величины коэффициента трения от шероховатости фрактального рельефа поверхности контакта и нормальной нагрузки является фундаментальной и служит основой для построения новых моделей контактного взаимодействия вязко-упругих материалов, учитывающих вовлечение канала диссипации упругой энергии, обусловленного вязкостью, на различных пространственных и временных масштабах.

Предложенная в работе обобщенная функциональная зависимость величины прочности флюидонасыщенных материалов от управляющего параметра, характеризующего взаимное влияние процессов фильтрационного переноса флюида в поровом объеме и изменения порового объема при нагружении, позволяет расширить теоретические представления об особенностях деформирования и разрушения блочных проницаемых сред с внутренними границами раздела, включая горные породы и пористые органические материалы.

Практическая значимость результатов работы заключается в следующем. Полученная обобщенная зависимость коэффициента трения в паре «вязко-упругий материал – шероховатое контртело с фрактальным профилем» может быть использована для оценивания сил трения в контактах с широким спектром пространственных и временных масштабов взаимодействия.

Построенная модель износа применима для описания процесса износа упругих тел вращения в широком диапазоне скоростей скольжения, нормальных нагрузок и значений физико-механических параметров материалов

контактирующей пары как в режиме малоамплитудных тангенциальных осцилляций так и при продолжительном скольжении. Возможности модели позволяют прогнозировать динамику износа, что является важным для оценивания износостойкости различных узлов машин и механизмов.

Развитые модели деформирования и разрушения флюидонасыщенных проницаемых материалов могут применяться при анализе и прогнозировании прочностных свойств проницаемых горных пород, насыщенных жидкостью или газом. Результаты изучения зависимости сдвиговой прочности упруго-пластического флюидонасыщенного материала могут быть использованы в задачах анализа динамики приближения состояния участков разломно-блоковых сред к критическому.

Методология и методы исследования.

Диссертационная работа выполнена в рамках методологии математического моделирования. В качестве методов исследования использованы метод редукции размерности, метод дискретных элементов и метод конечных разностей.

Положения, выносимые на защиту. На защиту выносятся следующие положения.

1. Математическая модель контактного взаимодействия вязко-упругого основания с жестким шероховатым контртелом, позволяющая явным образом учесть пространственную многомасштабность фрактального рельефа контртела и временную многомасштабность отклика вязко-упругого материала.

2. Величина среднеквадратичного наклона шероховатого профиля поверхности в области реального контакта является фундаментальным параметром, определяющим коэффициент трения при контакте жесткого контртела и вязко-упругого основания без адгезии.

3. Обобщенная зависимость коэффициента трения в контакте уединенной шероховатости с основанием Кельвина от свойств материала и

параметров нагружения, учитывающая взаимное влияние тепловыделения и вязкости.

4. Модель износа, основанная на методе редукции размерности и энергетическом критерии износа Арчарда, позволяющая адекватно описывать износ упругих тел вращения.

5. Метод гибридных клеточных автоматов для описания проницаемой флюидонасыщенной среды, позволяющий адекватно моделировать взаимосвязанные процессы деформирования и разрушения твердого каркаса и массопереноса флюида в трещинно-поровом пространстве.

6. Прочность упруго-хрупких проницаемых флюидонасыщенных образцов при одноосном сжатии является логистической функцией отношения констант скорости фильтрации к скорости деформации образца.

7. Сдвиговая прочность упруго-пластической интерфейсной области во флюидонасыщенной блочной среде в условиях стесненного сдвига описывается обобщенным двучленным соотношением, учитывающим взаимное влияние процессов дилатансии границы раздела и массопереноса флюида в поровом пространстве.

Достоверность полученных результатов, вынесенных на защиту положений и сформулированных выводов обеспечивается адекватным применением современных методов математического моделирования, согласованием результатов, полученных различными методами, сопоставлением их с данными других авторов, качественным согласием с результатами экспериментов.

Апробация работы. Материалы диссертации докладывались на German-Russian Workshop “Contact Mechanics and Friction” (Berlin, Germany, 2009), XXXVIII Summer School Advanced Problems in Mechanics (Санкт-Петербург, Россия, 2010), 5 international conference on Discrete element methods (London, Great Britain, 2010), XVII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (Алушта, 2011), German-

Russian Workshop "Theoretical foundations, applications and problems of methods of reduction of dimensionality " (Berlin, Germany, 2011), 19th European Conf. on Fracture «Fracture Mechanics for Durability, Reliability and Safety» (Казань, Россия, 2011), Международной конференции по физической мезомеханике, компьютерному конструированию и разработке новых материалов (Томск, Россия, 2011), German-Russian Workshop «Friction: From elementary mechanisms to macroscopic behavior» (Berlin, Germany, 2012), III International conference on Particle-Based Methods, Fundamentals and applications (Stuttgart, Germany, 2013), XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (Алушта, 2013), Международной конференции «Иерархически организованные системы живой и неживой природы» (Томск, Россия, 2013), International Workshop and School New Methods of Numerical Simulation and Measurement in Tribology (Sandanski, Bulgaria, 2013), International Summer School-Conference Advanced Problems in Mechanics (Санкт-Петербург, Россия, 2013), Международной конференции «Физическая мезомеханика многоуровневых систем – 2014» (Томск, Россия, 2014), German-Russian Workshop: Tribology in Aerospace Applications (Berlin, Germany, 2014), 20th European Conference on Fracture (Trondheim, Norway, 2014), XI Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Казань, Россия, 2015), Международной конференции «Перспективные материалы с иерархической структурой для новых технологий и надежных конструкций – 2015» (Томск, Россия, 2015), IV International Conference on Particle-based Methods – Fundamentals and Applications (Barcelona, Spain, 2015), 21th European Conference on Fracture (Catania, Italy, 2016), Международной конференции «Перспективные материалы с иерархической структурой для новых технологий и надежных конструкций – 2016» (Томск, Россия, 2016).

Основные результаты диссертации опубликованы в 23 работах, в том числе в 11 статьях в изданиях, входящих в перечень рецензируемых журналов ВАК РФ, в 12 статьях в зарубежных изданиях, включенных в библиографические базы

данных Web of Science и Scopus. Перечень наименований опубликованных работ представлен в списке цитируемой литературы.

Личный вклад автора. Все научные результаты, изложенные в диссертации, получены автором лично или в соавторстве при его непосредственном участии. Выбор направления исследований, обработка, анализ и обсуждение полученных результатов и сопоставление их с литературными данными осуществлялось автором лично.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка цитируемой литературы из 266 наименований, содержит 65 рисунков, 2 таблицы, всего 214 страниц.

Во введении указана актуальность исследованной проблемы, изложена степень ее разработанности, сформулирована цель работы и решаемые задачи, отмечена научная новизна полученных результатов, раскрыта их теоретическая и практическая ценность, перечислены положения, выносимые на защиту, представлены апробация работы, публикации и личный вклад соискателя, описаны структура и объем диссертации.

В первой главе излагаются теоретические основы метода редукции размерности. Основной идеей данного метода является замена исходной трехмерной контактной задачи набором одномерных задач исходя из эквивалентности получаемых решений. При этом исходные данные для одномерной контактной задачи могут получаться путем преобразования Абеля исходной трехмерной задачи. В рамках метода редукции размерности учитываются каналы диссипации упругой энергии, обусловленные вязкостью материала и локальным разрушением. Приводятся результаты верификации данного метода на примере задачи трения между эластомером со сложной реологией (широким спектром времен релаксации) и жестким телом с

фрактальным профилем поверхности. Описываются результаты применения данного метода для изучения зависимости статического коэффициента трения вязко-упругого материала от времени фиксации, нормальной нагрузки и скорости скольжения. Приводятся результаты изучения влияния осцилляций нормальной силы на коэффициент трения. Продемонстрирован эффект адаптации профиля поверхности эластомера к профилю жесткого контртела, что приводит к существенному снижению коэффициента трения в определенном диапазоне частот осцилляций. Показано определяющее влияние наибольшего и наименьшего пространственных масштабов шероховатости на коэффициент трения. При этом наименьший пространственный масштаб шероховатости вносит максимальный вклад в значение среднеквадратического наклона профиля шероховатой поверхности, а наибольший пространственный масштаб определяет контактную жесткость системы и, соответственно, взаимосвязь между нормальной силой и коэффициентом трения. Построено обобщенное соотношение, описывающее зависимость коэффициента трения между вязко-упругим основанием (материалом Кельвина) и жестким контр-телом с фрактальным рельефом поверхности от нормальной нагрузки, скорости скольжения, физико-механических свойств материала и параметров рельефа поверхности. Продемонстрировано влияние фрикционного разогрева на коэффициент трения между материалом Кельвина и жестким контр-телом при стационарном скольжении. В приближении экспоненциальной зависимости вязкости от температуры получено обобщенное соотношение, описывающее зависимость коэффициента трения от скорости скольжения и нормальной нагрузки для уединенной конической шероховатости (т.н. «one-asperity model»). Представлены результаты применения метода редукции размерности для моделирования износа, как в режиме малых осцилляций (фреттинг), так и в режиме продолжительного скольжения. Показано согласие профилей изнашиваемого индентора и распределений давления под индентором, получаемых методом редукции размерности и методом конечных элементов в трехмерной постановке.

Во второй главе развит подход к теоретическому описанию механического отклика и разрушения пористых проницаемых материалов и сред, насыщенных жидкостью или газом. Данный подход, основанный на совмещении метода дискретных элементов и метода сеток, получил название метода гибридных клеточных автоматов. В рамках метода гибридных клеточных автоматов моделируемая среда рассматривается как суперпозиция двух слоев, один из которых образован дискретными элементами, а другой – конечно-разностной сеткой. В основу модели механического отклика твердого каркаса положена модель Николаевского (модель дилатансионной пластичности) и модель пороупругости Био, устанавливающая связь между напряженно-деформированным состоянием твердого пористого каркаса и давлением флюида (под которым понимается жидкость или газ в поровом объеме), а также деформациями пор. При этом задача фильтрационного переноса флюида в трещинно-поровом пространстве твердого каркаса решается на слое дискретных элементов. В свою очередь, задача массопереноса флюида между твердым каркасом и внешней средой (макроскопическими порами и полостями) решается на сеточном слое. Указанный подход позволяет учитывать процессы диссипации энергии в многофазной среде на различных масштабных уровнях. Приведены результаты верификации построенной модели на примере задач фильтрации газа через проницаемый слой, а также выхода газа из насыщенного газом образца угля. При этом явным образом учтено наличие газа в системе закрытых пор, а также пленки адсорбированного газа на стенках пор. Также, приводятся результаты верификации развитого подхода на примере задач фильтрации жидкости через тонкий слой пористого материала, а также выдавливания жидкости из пористого образца при его сжатии. Продемонстрировано согласие получаемых результатов с соответствующими аналитическими оценками и экспериментальными данными.

Третья глава посвящена применению рассмотренной во второй главе гибридной модели для изучения влияния флюида (жидкого либо газообразного) в поровом пространстве образцов на их прочностные свойства. Показано, что

наличие газа в порах образцов модельного упруго-хрупкого материала может приводить к существенному снижению их прочности. Получено аналитическое соотношение, описывающее зависимость прочности образцов при их одноосном сжатии от давления газа для материала, характеризующегося различными значениями прочности на сжатие и растяжение. Изучено влияние жидкости в поровом объеме упруго-хрупких проницаемых образцов на их прочность при одноосном сжатии. Показано, что прочность таких образцов определяется конкуренцией двух процессов – ростом порового давления жидкости по мере сжатия образцов и снижением давления за счет истечения жидкости через свободные границы. Получено аналитическое соотношение, связывающее значение прочности образцов, насыщенных жидкостью, с физико-механическими параметрами вмещающего каркаса и жидкости, скоростью нагружения, проницаемостью образца и его геометрическими размерами. Данное соотношение имеет вид логистической зависимости от единственного параметра, имеющего размерность давления. Для установления взаимного влияния каналов диссипации упругой энергии в твердом каркасе и жидком вмещаемом флюиде исследованы особенности механического отклика упруго-пластического интерфейса между блоками пористой проницаемой среды, насыщенной жидкостью, в условиях стесненного сдвига. При этом материал упруго-пластического интерфейса характеризуется дилатансионной пластичностью, механизмами которой являются формирование новых повреждений, рост и раскрытие существующих. Соответственно, увеличение объема порового пространства интерфейса сопровождается падением локального порового давления жидкости. Продемонстрировано определяющее влияние порового давления жидкости, находящейся в поровом пространстве упруго-пластического материала, на его отклик в условиях стесненного сдвига. При этом даже незначительные (менее порядка величины) изменения скорости нагружения приводят к существенным изменениям прочности, что обусловлено процессами перераспределения жидкости в твердом каркасе, приводящими к изменению величины локального давления. На основе анализа результатов численного моделирования предложена

обобщенная двучленная зависимость прочности упруго-пластического интерфейса от параметров нагружения, механических свойств жидкости и вмещающего каркаса и размеров образца,

В заключении диссертации приводятся основные результаты и выводы.

Автор выражает глубокую признательность и благодарность члену-корреспонденту РАН Псахье Сергею Григорьевичу за опыт и знания, полученные за годы сотрудничества, за постоянное внимание и ценные советы при работе над диссертацией. Автор признателен всем сотрудникам лаборатории компьютерного конструирования материалов ИФПМ СО РАН и профессору Берлинского технического университета Попову Валентину Леонидовичу за ценные обсуждения и помощь в работе.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДА РЕДУКЦИИ РАЗМЕРНОСТИ

1.1 Введение

При описании контактного взаимодействия (в первую очередь, при получении оценки коэффициента трения для рассматриваемой системы взаимодействующих тел) необходим учет множества факторов, определяющих начальные и граничные условия решаемой задачи. К ним относятся, в том числе, относительная скорость скольжения, нормальное давление на площадке контакта, рельеф контактирующих поверхностей, физико-механические свойства материалов взаимодействующих тел и т.д. Важным также является учет каналов диссипации упругой энергии, запасенной в материале контактирующих тел.

Для моделирования контактного взаимодействия в системах, характеризующихся пространственной и временной многомасштабностью протекающих в них процессов, перспективным является развитие эффективных методов, основанных на понижении пространственной размерности решаемой задачи. Одним из таких подходов является метод редукции размерности, предложенный В.Л. Поповым [62,63]. К настоящему времени данный метод успешно применен для численного моделирования широкого спектра процессов и явлений, имеющих место при трении, таких как влияние нормальной силы на истинную площадь контакта [79,80], адгезия в парах трения [81-83], износ [84,85], кинетика коэффициента трения при нестационарном режиме скольжения [86] и др. Широкие возможности данного метода обусловили выбор его для описания контактного взаимодействия материалов и сред, характеризующихся пространственно-временной многомасштабностью.

1.2 Основы метода редукции размерности

Метод редукции размерности базируется на идее эквивалентности решения задачи вдавливания произвольного тела вращения в упругое основание (полупространство) в трехмерной и одномерной постановках [87]. Указанное

условие эквивалентности выполняется для распределений нормальных и касательных напряжений в области контакта, а также для деформаций контртела и упругого основания [62]. Необходимым условием применимости метода редукции размерности является возможность разделения упругой квазистатической и динамической задач при расчете напряженно-деформированного состояния в упругом трехмерном контакте [88]. Здесь и далее в настоящей главе мы рассматриваем нормальный контакт без адгезии. Заметим, что для контактов с шероховатым профилем контактирующих поверхностей такой подход обоснован в связи с малостью площади реального контакта (порядка одного процента общего размера области контакта) [89,90].

Пусть рассматриваемые контактирующие тела характеризуются модулями упругости E_1 и E_2 , коэффициентами Пуассона ν_1 и ν_2 , и модулями сдвига G_1 и G_2 соответственно. Исходный трехмерный профиль индентора обозначим $z = I(r)$ (см. рисунок 1.1а).

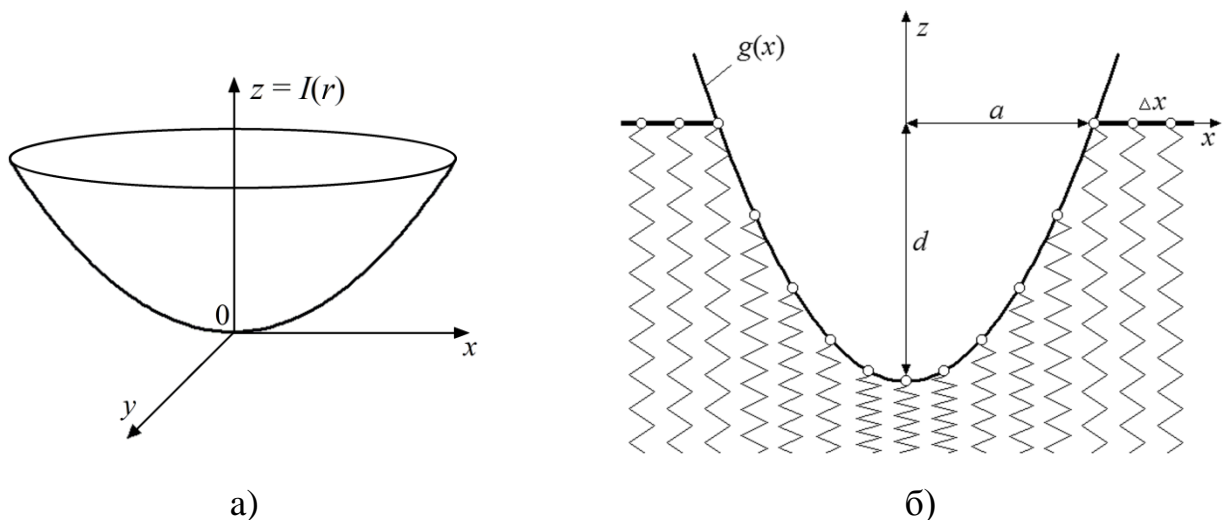


Рисунок 1.1 – Трехмерное тело вращения (а); соответствующий одномерный профиль, полученный по правилу метода редукции размерности, в контакте с упругим основанием (б).

В рамках метода редукции размерности взаимодействующие тела заменяются набором одномерных элементов, имеющих независимые степени свободы. Физико-механический отклик данных элементов определяется

соответствующими физико-механическими свойствами моделируемых трехмерных тел. Предполагается, что каждый из элементов имеет пространственный размер Δx (см. рисунок 1.1б).

Трехмерный профиль $z = I(r)$ преобразуется в одномерный профиль $g(x)$ в соответствии со следующим интегральным преобразованием:

$$g(x) = |x| \int_0^{|x|} \frac{I'(r) dr}{\sqrt{x^2 - r^2}}, \quad (1.1)$$

Обратное преобразование (из одномерного в трехмерный профиль) дается следующим интегральным преобразованием:

$$I(r) = \frac{2}{\pi} \int_0^r \frac{g(x)}{\sqrt{r^2 - x^2}} dx. \quad (1.2)$$

Выражения (1.1) и (1.2) представляют собой варианты преобразования Абеля, предложенные В.Л. Поповым и М. Хессом в работе [63]. В качестве примера заметим, что трехмерному параболическому индентору с профилем $I(r) = r^2 / 2R$ соответствует одномерный индентор с профилем $g(x) = x^2 / R$, где R – радиус кривизны параболического индентора.

В случае, когда материал основания линейно упругий (без вязкости), нормальная и тангенциальная жесткости элементов определяются следующим образом [63]:

$$\begin{aligned} k_z &= E^* \Delta x \\ k_x &= G^* \Delta x \end{aligned}, \quad (1.3)$$

где E^* – эффективный модуль упругости:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}, \quad (1.4)$$

а G^* – эффективный модуль сдвига:

$$\frac{1}{G^*} = \frac{(2 - \nu_1)}{4G_1} + \frac{(2 - \nu_2)}{4G_2}. \quad (1.5)$$

Здесь и далее мы предполагаем, что выполняется условие «упругого подобия»:

$$\frac{1-2\nu_1}{G_1} = \frac{1-2\nu_2}{G_2}, \quad (1.6)$$

которое, как показано в работе [17], гарантирует возможность независимого решения нормальной и тангенциальной контактных задач. Применимость метода редукции размерности для адекватного решения широкого спектра контактных задач исчерпывающим образом показана в работах [65,79-82,91,92].

1.3 Модель рельефа поверхностей контактирующих тел

Поверхности контакта взаимодействующих тел являются шероховатыми. При этом шероховатость поверхности существенным образом влияет на контактные свойства тел вследствие того, что реальная площадь контакта двух тел, приведенных в контакт, значительно меньше кажущейся площади контакта, определяемой макроскопической формой тел. Величина и распределение пятен микроконтакта оказывают существенное влияние и на особенности фрикционного взаимодействия [93].

Для описания рельефа шероховатости применяются различные модели. Простейшей моделью рельефа шероховатых поверхностей является представление о шероховатой поверхности как о наборе неровностей одинаковой формы, имеющих одинаковую (или приблизительно одинаковую) высоту [30]. Однако данное представление рельефа поверхности не может быть использовано для изучения контактных свойств тел, т.к. при таком описании шероховатости зависимость площади контакта от нормальной нагрузки не воспроизводит данные экспериментов, согласно которым площадь реального контакта тел пропорциональна прикладываемой нагрузке [30].

Более адекватная модель шероховатой поверхности была предложена Гринвудом и Вильямсоном [20]. Согласно модели Гринвуда-Вильямсона, шероховатая поверхность представляется набором сферических шероховатостей с одинаковым радиусом кривизны, распределенных случайным образом

относительно «нулевого уровня» поверхности по гауссовскому закону. Описанная модель нашла широкое применение при описании контактных свойств упругих, вязко-упругих и упруго-пластических материалов, однако область ее применения ограничена достаточно малыми значениями нормальных нагрузок, при которых размер пятен контакта значительно меньше расстояния между ними [20].

Иной подход к описанию шероховатой поверхности был предложен Арчардом, изначально предполагавшим многомасштабность рельефа контактирующих поверхностей [21], представляющих собой совокупность шероховатостей сферической формы, на которых расположены также сферические шероховатости меньшего масштаба и так далее. Достоинством данного подхода является асимптотическая сходимость зависимости площади контакта от приложенной нормальной силы к наблюдаемой в экспериментах линейной зависимости при увеличении количества масштабов шероховатости. Теория Арчарда явилась предшественницей развитых позднее представлений о фрактальном рельефе шероховатых поверхностей.

В последнее время развиваются представления о рельефе шероховатой поверхности как совокупности синусоидальных мод, имеющих различную амплитуду и различный пространственный период [79,93,94]. В рамках данных представлений для описания рельефа поверхности возможно эффективное применение аппарата частотного анализа и преобразований Фурье, по аналогии с применением данного аппарата для анализа временных рядов. При этом пространственный период каждой синусоидальной моды, образующей рельеф, называют длиной волны шероховатости, а величину, обратную к ней – волновым вектором шероховатости. По аналогии со спектральной плотностью периодических колебаний можно ввести спектральную плотность рельефа шероховатой поверхности:

$$C(q) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \langle h(\mathbf{x})h(\mathbf{0}) \rangle \exp(-\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}) d^2x, \quad (1.7)$$

где $h(\mathbf{x})$ – высота профиля шероховатой поверхности относительно «нулевого уровня» в точке, координаты которой определяются вектором \mathbf{x} ; \mathbf{q} – волновой

вектор; q – амплитуда (длина) волнового вектора; операция $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по ансамблю [79].

Очевидно, что спектральная плотность профиля шероховатых поверхностей отлична от нуля только в ограниченном диапазоне длин волновых векторов q . Нижняя граница диапазона q_{\min} , соответствующая максимальной длине волны шероховатости не превышает характерного размера рассматриваемой системы, а для поверхностей материалов и сред, образованных сцепленными частицами (асфальт, горные породы и т.п.) величина q_{\min} определяется характерным размером частицы. Верхняя граница диапазона рассматриваемых волновых векторов q_{\max} определяется минимальным размером шероховатостей и существенным образом зависит от типа материала, способа обработки поверхности, наличия частиц износа в области контакта и т.д. [94]. Типичное значение верхней границы диапазона волновых векторов составляет порядка $q_{\max} \approx 1$ мкм [94]. Выбор адекватного значения q_{\max} при описании профиля исследуемой поверхности представляет собой важную задачу в связи с тем, что значение коэффициента трения в контакте определяется шероховатостями с минимальными длинами волн (т.е. с максимальными значениями волновых векторов) [95].

Спектральная плотность профиля шероховатой поверхности вида

$$C(q) = C_0 (q / q_0)^{-2H-2}, \quad (1.8)$$

где C_0 и q_0 – некоторые константы, соответствует поверхности с фрактальным рельефом шероховатости с показателем Херста H . Под фрактальностью рельефа поверхности контакта здесь понимается его статистическое самоподобие при увеличении масштаба [96,97]. Обзор работ, посвященных количественному описанию профилей поверхностей контакта с использованием спектрального анализа и фрактального подхода, дан в [98]. Основные термины и определения, используемые при описании поверхностей с фрактальным рельефом шероховатости, даны Международной организацией стандартов в [99].

Спектральная плотность профиля высот жесткой «одномерной шероховатой поверхности» $C_{1D}(q)$ рассчитывается согласно правилу

$$C_{1D}(q) = f_{norm}(H)qC_{2D}(q), \quad (1.9)$$

найденному в [79], где $C_{2D}(q)$ – заданная спектральная плотность двумерной поверхности; $f_{norm}(H)$ – нормирующая функция, зависящая от показателя Херста спектральной плотности профиля двумерной поверхности [63]. Хорошим приближением является задание $f_{norm}(H) = \pi$ [79]. Заметим, что $C_{2D}(q)$ имеет размерность $[м^4]$, а $C_{1D}(q)$ имеет размерность $[м^3]$. Выражение (1.9) обеспечивает эквивалентность контактных свойств одномерной модели и реального трехмерного эластомера [87].

На основании выражения для спектральной плотности шероховатой поверхности (1.9) могут быть определены значения среднеквадратичного отклонения высот профиля поверхности (среднеквадратичной шероховатости):

$$h = \sqrt{2 \int_{q_{min}}^{q_{max}} C_{1D}(q) dq}, \quad (1.10)$$

среднеквадратичного градиента (наклона) профиля поверхности:

$$\nabla Z = \sqrt{2 \int_{q_{min}}^{q_{max}} C_{1D}(q) q^2 dq} \quad (1.11)$$

и среднеквадратичного значения кривизны профиля поверхности:

$$\kappa = \sqrt{2 \int_{q_{min}}^{q_{max}} C_{1D}(q) q^4 dq}. \quad (1.12)$$

Таким образом, спектральная плотность профиля шероховатой поверхности (1.8) однозначно определяет значения среднеквадратичных значений высоты шероховатости, наклона поверхности (называемого еще градиентом профиля поверхности) и среднего значения кривизны профиля поверхности [98]. Далее в работе используется модель шероховатой поверхности с фрактальным рельефом, спектральная плотность которого описывается выражением (1.9), если не

оговорено применение иной модели. Заметим, что среднеквадратичные значения градиента и кривизны профиля поверхности определяются, в основном, коротковолновой частью спектральной плотности.

1.4 Развитие модели контактного взаимодействия между эластомером с широким спектром времен релаксации и жестким шероховатым контртелом

Расчет силы трения между твердыми шероховатыми поверхностями с заданным профилем и эластомерами является актуальной задачей, как с точки зрения получения фундаментальных знаний, так и с точки зрения практических приложений. Ее сложность обусловлена необходимостью решения следующих проблем: 1) необходимость учета фрактального рельефа трущихся поверхностей от нанометрового до макроскопического масштаба для корректного вычисления силы трения [100] и 2) учет широкого спектра времен релаксации, различающихся до девяти порядков величины, что определяет многомасштабность задачи во времени [88].

Первая из этих проблем (пространственная многомасштабность) была решена в работах [63,79] путем использования метода редукции размерности (подробное описание метода см. также в [87]). В рамках этого метода контакт между двумя трехмерными упругими (или вязкоупругими) телами моделируется контактом между двумя одномерными «шероховатыми линиями», при этом, используемое правило преобразования трехмерной системы в одномерную обеспечивает инвариантность контактных свойств поверхностей [79,80], в частности, площади реального контакта [79] и силы трения для материалов с простым реологическим законом [88].

Для решения проблемы многомасштабности по времени, играющей важную роль при трении эластомеров, предлагается использование иерархически организованной памяти [88], что позволяет реализовать эффективный численный алгоритм расчета силы трения между шероховатой поверхностью с произвольной

топографией и эластомером с произвольной линейной реологией. Далее описан предлагаемый алгоритм и приведены результаты его верификации.

В рамках предложенного подхода эластомер моделируется набором дискретных элементов, представляющих собой пружины с комплексным коэффициентом жесткости $\hat{k} = 4\hat{G}(\omega)\Delta x$, расположение которых определяется фрактальным профилем поверхности. Здесь Δx – пространственный шаг дискретизации модельной системы, а $\hat{G}(\omega)$ – комплексный модуль сдвига эластомера. Сила реакции i -го расчетного элемента определяется согласно закону

$$f_i(t) = 4\Delta x \int_{-\infty}^t G(t-t') \dot{z}_i(t') dt', \quad (1.13)$$

где $G(t)$ – зависящий от времени модуль сдвига эластомера (см., например, [11]); а \dot{z}_i – скорость вертикального перемещения i -го элемента.

Расчет силы трения производится согласно следующему алгоритму. На «нулевом» расчетном шаге жесткая поверхность и эластомер приводятся в первоначальный контакт, после чего к эластомеру прикладывается вертикальная сила F_N , а жесткое контртело принудительно передвигается в горизонтальном направлении со скоростью V_x . На каждом шаге проверяется выполнение условий следующих контакта. Элементы эластомера, находившиеся на предыдущем шаге в контакте с жесткой поверхностью, остаются с ней в контакте до тех пор, пока сила взаимодействия не станет отрицательной (отрицательные контактные силы не допускаются в виду того, что в рамках данной модели адгезия не учитывается). Напротив, элементы, которые не находились в контакте, считаются пришедшими в контакт с момента, когда разность между положением элементов эластомера и жесткой поверхности оказывается нулевой или отрицательной, после чего вновь пришедший в контакт элемент эластомера перемещается на жесткую поверхность (таким образом исключается «проваливание» элементов эластомера сквозь жесткую поверхность). На каждом временном шаге контролируется условие равновесия нормальных сил и при необходимости восстанавливается путем

перемещения всех элементов эластомера как единого целого в вертикальном направлении. Локальная тангенциальная сила, действующая на каждый элемент поверхности, вычисляется путем умножения нормальной силы на значение локального градиента жесткой поверхности.

Отмеченная выше проблема временной многомасштабности состоит в том, что зависящий от времени модуль сдвига $G(t)$ для реальных эластомеров обычно спадает со временем по степенному закону и тем самым не имеет характерного временного масштаба. Это означает, что для корректного вычисления силы (1.13) (актуальное значение которой необходимо на каждом временном шаге) требуется информация обо *всей истории* изменения скоростей деформации каждого элемента системы, хранение которой в памяти приводит к существенному замедлению счета. В настоящей работе предлагается следующий способ решения этой проблемы. Для вычисления силы (1.13) произведем сначала замену переменных $t - t' = \xi$:

$$f = 4\Delta x \int_0^{\infty} G(\xi) \dot{z}(t - \xi) d\xi. \quad (1.14)$$

Дискретизируем теперь переменную ξ на неравномерной сетке, заданной следующим образом:

$$\xi_n = p^n \Delta t, \quad n = 0, 1, \dots \quad (1.15)$$

Величина p есть основание геометрической прогрессии, которую образует последовательность длин интервалов времени, соответствующих различным значениям n . Применив правило средних прямоугольников «слева» (с использованием значений подынтегрального выражения в середине n -го интервала), запишем интеграл (1.14) в дискретной форме:

$$f(t) = 4\Delta x \sum_{n=0}^{\infty} G(\xi_n - \Delta \xi_{n-1/2}) \dot{z}(t - (\xi_n - \Delta \xi_{n-1/2})) \Delta \xi_n \quad (1.16)$$

и рассмотрим его значение на N -ом временном шаге $t_N = N \cdot \Delta t$, при этом введя обозначение $\dot{z}(N \cdot \Delta t - (\xi_n - \Delta \xi_{n-1/2})) = \dot{z}_N^n$. Сила (1.16) может быть записана в виде:

$$f(t_N) = 4\Delta x \Delta t \sum_{n=0}^{\infty} G \left(\Delta t \left(\frac{p^{n+1} - 1}{p - 1} - p^{n-1/2} \right) \right) \dot{z}_N^n p^n. \quad (1.17)$$

Поскольку шаг суммирования в (1.17) растет экспоненциально с номером n , фактически достаточно производить суммирование до сравнительно небольшого n . Так, при $p = 2$ и $n = 20$ суммирование в (1.17) охватывает времена, различающиеся на 6 порядков величины, при $p = 4$ для охвата такого же спектра времен была бы достаточна глубина памяти $n = 10$. Тем самым проблема многомасштабности по времени решена. Благодаря иерархической структуре памяти время счета с увеличением продолжительности времени моделирования растет только логарифмически. Связь между величиной переменной \dot{z} на N -ом и $(N + 1)$ -ом временном шаге может быть найдена из следующих соображений. По определению:

$$\begin{aligned} \dot{z}_N^n &= \dot{z} \left(N \cdot \Delta t - \Delta t \left(\frac{p^{n+1} - 1}{p - 1} - p^{n-1/2} \right) \right) \\ \dot{z}_{N+1}^n &= \dot{z} \left((N + 1) \cdot \Delta t - \Delta t \left(\frac{p^{n+1} - 1}{p - 1} - p^{n-1/2} \right) \right). \end{aligned} \quad (1.18)$$

Поскольку $\dot{z}_N^n = \frac{\dot{z}_N^{n-1} - \dot{z}_N^n}{\Delta \xi_n}$ и $\Delta \xi_n = p^n \Delta t$, путем очевидных алгебраических преобразований получаем:

$$\dot{z}_{N+1}^n \approx \dot{z}_N^n + \frac{\dot{z}_N^{n-1} - \dot{z}_N^n}{p^n}. \quad (1.19)$$

Соотношение (1.19) представляет собой правило обновления информации об истории скоростей деформации в иерархически организованной памяти.

Для верификации разработанной модели была рассчитана зависимость коэффициента трения от скорости движения жесткой поверхности, имеющей характерную длину волны $\lambda = 20$ мкм. Для поверхностей со случайным профилем, имеющих характерную длину волны (не фрактальных), существует аналитическая оценка [30] для коэффициента трения, которая позволяет верифицировать построенную модель:

$$\mu(kV_x) = \frac{G''(\zeta q_{cp} V_x)}{|\hat{G}(\zeta q_{cp} V_x)|} \nabla z. \quad (1.20)$$

Здесь $\hat{G}(\zeta q_{cp} V_x)$ есть комплексный модуль сдвига; $G''(\zeta q_{cp} V_x)$ – его мнимая часть; $q_{cp} = 2\pi / \lambda$ – характерный (средний) волновой вектор шероховатой поверхности; ∇z – среднеквадратичное значение градиента поверхностного профиля твердой поверхности и ζ – безразмерная константа.

Зависимость модуля сдвига эластомера от времени $G(t)$ была задана нами в следующей интегральной форме [79]:

$$G(t) = G_0 + G_1 \tau_1 \int_{\tau_1}^{\tau_2} \tau^{-s} e^{-t/\tau} d\tau \quad (1.21)$$

с $G_0 = 1$ МПа; $G_1 = 1000$ МПа; $\tau_1 = 10^{-2}$ с; $\tau_2 = 10^2$ с; $s = 2$. Данная зависимость характеризуется широким спектром времен релаксации от 10^{-2} с до 10^2 с и, таким образом, идеально подходит для тестирования предложенного метода.

Зависимость коэффициента трения от скорости, полученная численным моделированием согласно описанному выше алгоритму, а также аналитическая оценка согласно (1.21) приведены на рисунке 1.2. Сравнение данных зависимостей позволяет сделать вывод о корректности построенной модели и ее численной реализации и ее применимости для моделирования трения между эластомерами и фрактальными шероховатыми поверхностями.

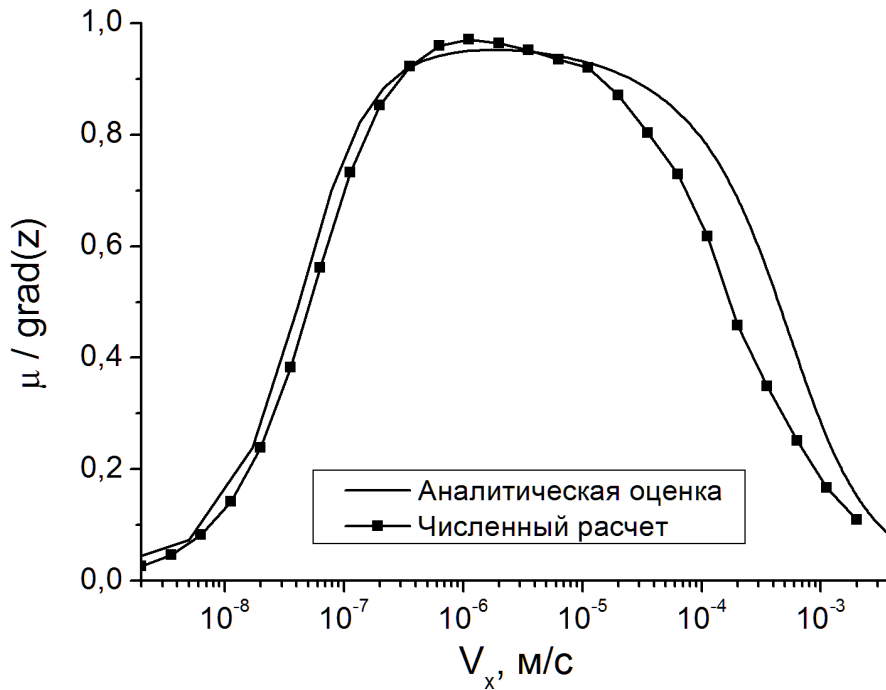


Рисунок 1.2 – Сравнение модельной зависимости коэффициента трения скольжения от скорости с аналитической оценкой.

Независимое поведение элементов эластомера создает предпосылки для построения параллельной версии алгоритма расчета сил трения, основанного на описанном выше методе. Параллельная версия данного алгоритма была реализована для выполнения на устройствах обработки графических данных общего назначения, поддерживающих стандарт OpenCL. В рамках параллельной версии алгоритма новые значения координат элементов эластомера и сил, действующих со стороны каждого элемента, рассчитываются независимо для каждого элемента на отдельном процессоре. Также, независимо осуществляются и процедуры обновления информации в иерархической памяти. Применение данного подхода позволило сократить время вычислений в несколько десятков раз, по сравнению с версией алгоритма, выполняющейся на одном процессоре.

1.5 Теоретическое изучение статического коэффициента трения для эластомера со сложной линейной реологией

Известно, что коэффициент трения покоя зависит от продолжительности контакта, при этом статическая сила трения обычно растет логарифмически с

продолжительностью контакта [101,102], что отражено в законе трения Дитериха-Руины. Справедливость данного закона была экспериментально проверена на материалах различной природы, таких как металлы, горные породы, стекло, бумага, дерево [103,104]. Очевидно, что коэффициент трения в контакте между эластомером и твердой поверхностью также должен зависеть от времени. Однако поведение коэффициента трения эластомеров при переходе от статического режима к динамическому в настоящее время изучено недостаточно. В работе численно исследована статическая сила трения в области контакта между вязкоупругим материалом, имеющим спектр времен релаксации от $\tau_1=10^{-2}$ с до $\tau_2=10^2$ с и жесткой поверхностью, имеющей случайный рельеф с характерной длиной волны $\lambda = 20$ мкм при помощи метода редукции размерности [105].

Оценивание статического коэффициента трения производилось следующим образом. К одному из контактирующих тел, имеющему свойства эластомера, описываемые выражением (1.21), прикладывалась нормальная сила, которая оставалась постоянной в течение временного интервала, называемого временем фиксации t_{fix} . Ввиду того что эффективная жесткость эластомера уменьшается со временем, за время фиксации происходило постепенное увеличение глубины вдавливания жесткой подложки в эластомер и, соответственно, увеличение размера пятен контакта. По истечении времени фиксации жесткое контртело начинало принудительно перемещаться относительно эластомера с постоянной скоростью V_x в тангенциальном направлении, при этом среднее значение тангенциальной силы, действующей со стороны эластомера на жесткое контртело, интерпретировалось как сила трения. В момент, предшествующий началу движения, значение тангенциальной силы было близко к нулю. Затем она быстро нарастала, достигала максимума, после чего спадала до значения, соответствующего силе трения при стационарном скольжении. Максимальное значение тангенциальной силы, возникающее с момента начала движения, рассматривалось как статическая сила трения. Скорость движения выбиралась из интервала скоростей $V_x = 10^{-7} \div 10^{-3}$ м/с, охватывающего как растущую, так и

спадающую ветви зависимости коэффициента трения скольжения от скорости (см. рисунок 1.2). Статический коэффициент трения определялся как отношение максимального значения тангенциальной силы к прижимающей нормальной силе (см. рисунок 1.3).

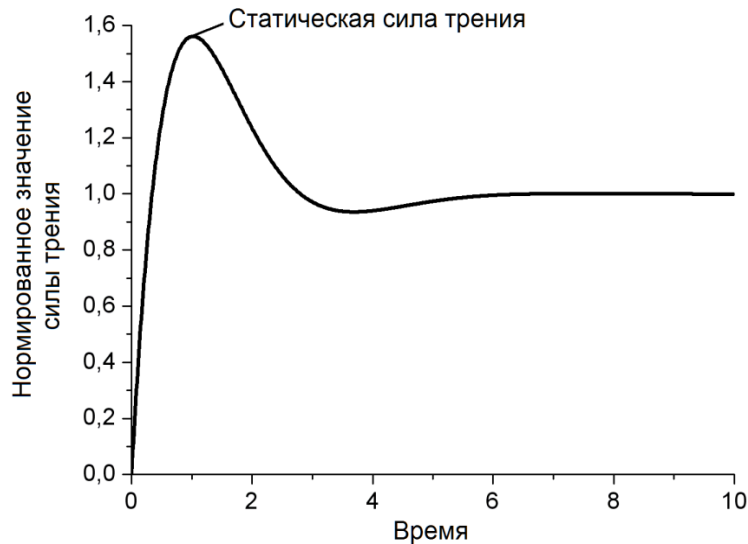


Рисунок 1.3 – Схематичное изображение зависимости силы трения от времени на начальном этапе скольжения.

Полученная зависимость статического коэффициента трения от времени фиксации t_{fix} для эластомера в интервале времен фиксации (τ_1, τ_2) имеет логарифмический характер и может быть описана выражением следующего вида:

$$\mu_{static}/\nabla z = a + b(\log(t_{fix}/\tau_0)), \quad (1.22)$$

где $\tau_0 = \lambda/V_x$; a и b – коэффициенты, зависящие от свойств эластомера, скорости относительного движения и нормальной силы (см. рисунок 1.4).

Отношение статического коэффициента трения к среднеквадратичному значению градиента профиля поверхности стремится к максимальному значению, в рассматриваемом случае равному $\mu_{static}^{max} = 2,2$. Данный факт обусловлен тем, что в момент начала движения контакты между поверхностями формируются в областях, имеющих наибольшее значение градиента, превышающее его среднеквадратичное значение (см. например, [91]).

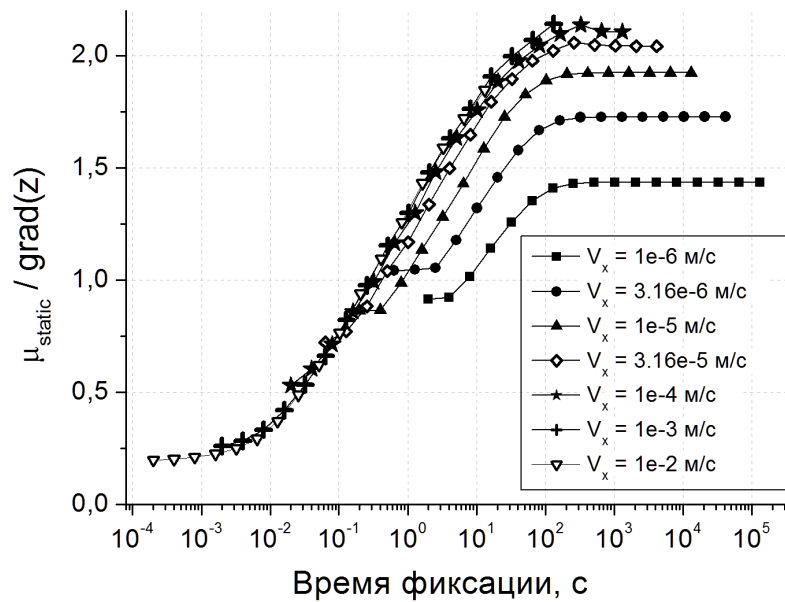


Рисунок 1.4 – Зависимости нормированного значения статического коэффициента трения от времени фиксации эластомера на жесткой поверхности для различных значений скорости скольжения.

Как и следовало ожидать, при временах фиксации t_{fix} меньше τ_1 и больше τ_2 имеются отклонения от логарифмической зависимости, в связи с тем, что в этой области времен вязко-упругие свойства эластомера практически не проявляются и, соответственно, площадь контакта не зависит от времени. При $t_{fix} < \tau_0$ статический коэффициент трения также не зависит от скорости скольжения.

Влияние приложенной нормальной силы на статический коэффициент трения при фиксированном значении скорости скольжения проявляется нелинейным образом. Так, в некотором диапазоне значений нормальной силы зависимости статического коэффициента трения от времени фиксации смещаются влево по мере увеличения нормальной силы, при этом максимальное значение статического коэффициента трения остается неизменным. При дальнейшем увеличении нормальной силы максимальное значение статического коэффициента трения начинает снижаться. Данный эффект обусловлен, по-

видимому, увеличением размера пятен реального контакта до значений, близких к размеру полного контакта.

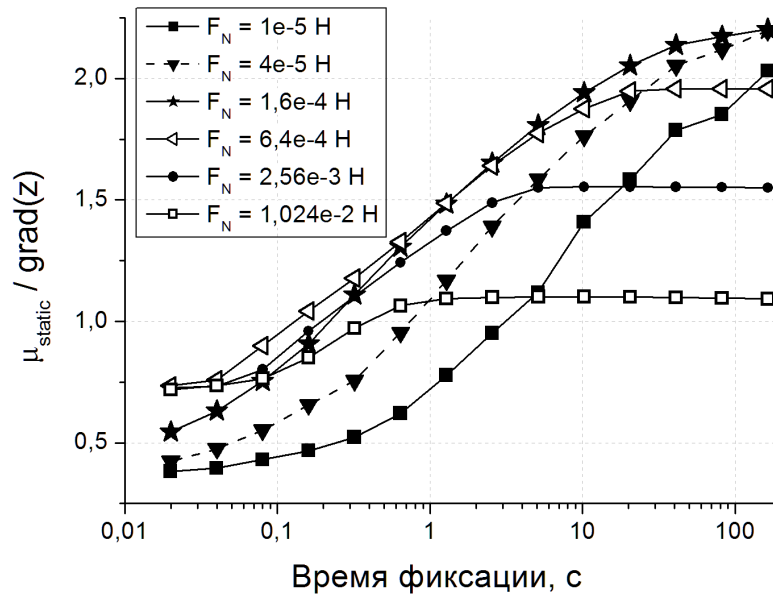


Рисунок 1.5 – Зависимости нормированного значения статического коэффициента трения от времени фиксации эластомера на жесткой поверхности для различных значений нормальной силы.

Таким образом, показано, что зависимость статического коэффициента трения между эластомером и жестким контртелом от времени фиксации имеет логарифмический характер. Аналогичное поведение наблюдается в работе [90]. Построение аналитических выражений для параметров a и b , входящих в выражение (1.22), требует дальнейших исследований.

1.6 Влияние осциллирующей нормальной силы на коэффициент трения скольжения эластомера

В последние годы интерес к активному управлению трением путем вибрационного воздействия значительно возрос благодаря приложениям в микромеханических системах и системах нанопозиционирования. Одним из пионеров исследования влияния колебаний на силу трения был Д.М. Толстой [106]. В своей работе [106] он экспериментально показал определяющее влияние

вертикальной степени свободы в тангенциальном контакте на зависимость коэффициента трения от скорости скольжения, а также вибрации, возникающие в процессе трения. Кроме того, была отмечена роль упругих свойств материалов пары трения и профиля (в работе [106] – высоты и расстояния между неровностями) на вибрации в контакте.

Вибрации с различными частотами и амплитудами применяются для модификации сил трения во многих областях техники. Так, высокочастотные колебания используются для уменьшения сил трения при металлообработке, соединении деталей, штамповке и волочении [107,108]. На взаимодействии между вибрациями и трением основан вибрационный транспорт и сепарация веществ [109]. Вибрации могут вести к «раскачиванию» резьбовых соединений [110] или, наоборот, к сварке контактирующих деталей.

В последние годы, прежде всего в связи с развитием высокочувствительной измерительной техники, исследования влияния вибраций на трение продолжаются с неослабевающим вниманием [111,112]. Исключительно важным классом трибологических материалов являются эластомеры. Однако до сих пор отсутствуют теоретические модели, исчерпывающим образом описывающие влияние вибрации на коэффициент трения скольжения эластомеров даже с линейной реологией. В настоящей работе для исследования зависимости коэффициента трения скольжения в паре «эластомер-абсолютно жесткое контртело» от амплитуды гармонических колебаний прижимающей нормальной силы использован метод редукции размерности [62,63,66]. Механический отклик эластомера, как и в предыдущем пункте, описывался выражением (1.21).

Были рассмотрены два типа профилей шероховатости жесткого контртела: 1) шероховатый рельеф, имеющий характерную длину волны $\lambda = 20$ мкм; и 2) фрактальный шероховатый рельеф, сгенерированный по методике, описанной в [79], на основе снимка металлического образца с пространственным разрешением порядка 0,6 мкм. Несмотря на фрактальность, для второго типа поверхностного

рельефа шероховатости возможно определение характерного значения волнового вектора \bar{q} согласно следующей формальной процедуре:

$$\bar{q} = \frac{\int_0^{q_{\max}} q C_{1D}(q) dq}{\int_0^{q_{\max}} C_{1D}(q) dq}, \quad (1.23)$$

где $C_{1D}(q)$ – спектральная плотность профиля поверхности. Характерная длина волны шероховатого профиля поверхности $\bar{\lambda}$, связанная с характерным значением волнового вектора известным соотношением $\bar{\lambda} = 1/\bar{q}$, в рассматриваемом случае составляла $\bar{\lambda} \approx 4,7$ мкм.

Для вычисления коэффициента трения образец эластомера с реологией, определяемой интегральным соотношением (1.21), приводился в контакт с жестким контртелом под действием нормальной силы F_{N0} . Затем жесткое контртело приводилось в движение в тангенциальном направлении со скоростью V_x в течение времени $t_{\max} \gg \tau_2$. Указанное условие гарантирует исключение влияния переходных процессов в эластомере, имеющих место при начале скольжения, на значение коэффициента трения. Тем самым обеспечивается полностью стационарный режим скольжения. В процессе скольжения нормальная сила изменялась по закону

$$F(t) = F_{N0} + \Delta F_N \cos(2\pi f_0 t), \quad (1.24)$$

где ΔF_N – амплитуда колебаний нормальной силы; f_0 – частота колебаний. Скорость тангенциального движения V_x подбиралась таким образом, чтобы коэффициент трения μ , соответствующий данной скорости движения, находился вблизи максимума зависимости $\mu(V_x)$, который для эластомеров определяется условием $G''(\omega) > G'(\omega)$, где $G'(\omega)$ и $G''(\omega)$ – действительная и мнимая части комплексного модуля упругости эластомера, соответственно, а $\omega = 2\pi V_x / \lambda$ [88].

На рисунке 1.6 показаны рассчитанные зависимости коэффициента трения от отношения величины прижимающей нормальной силы F_{N0} к амплитуде колебаний силы ΔF_N при различных значениях частоты колебаний f_0 . Как видно, наибольшее снижение коэффициента трения достигается при выполнении условия $V_x / \lambda = f_0$.

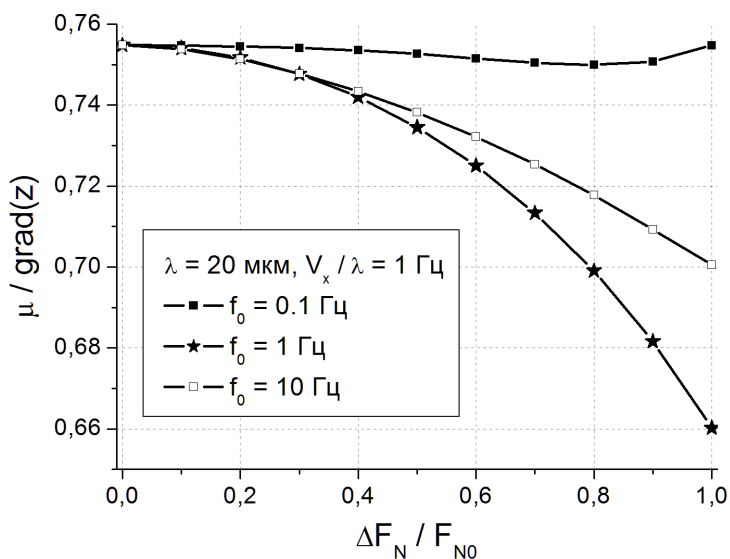


Рисунок 1.6 – Зависимость коэффициента трения от амплитуды и частоты колебаний нормальной силы для поверхности с характерной длиной волны $\lambda = 20$ мкм.

Отмеченный эффект подтверждается приведенной на рисунке 1.7 зависимостью коэффициента трения от отношения амплитуды колебаний силы ΔF_N к прижимающей нормальной силе F_{N0} при различных значениях частоты колебаний f_0 . Видно, что с приближением f_0 к значению отношения V_x / λ коэффициент трения резко падает и с дальнейшим увеличением частоты f_0 возрастает по логарифмическому закону.

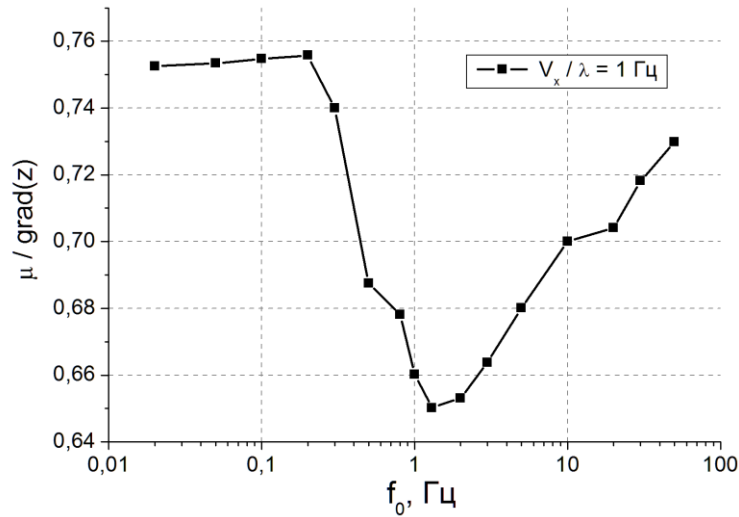


Рисунок 1.7 – Зависимость коэффициента трения скольжения от частоты осцилляций прижимающей нормальной силы для жесткой шероховатой поверхности с характерной длиной волны $\lambda = 20$ мкм.

Эффект снижения коэффициента трения при $V_x / \lambda = f_0$ имеет простое геометрическое объяснение. В случае, когда период вибраций соответствует времени прохождения образцом эластомера расстояния порядка характерной длины волны поверхности жесткого контртела, на поверхности эластомера формируется «отпечаток» жесткой поверхности, имеющий тот же порядок величины длины волны (см. рисунок 1.8).

В таких условиях контакт эластомера с жестким контртелом происходит в областях малых градиентов жесткой поверхности, в результате чего коэффициент трения снижается. Таким образом, воздействие вибрации определенной частоты приводит к адаптации эластомера к профилю поверхности жесткого контртела (см. рисунок 1.8).

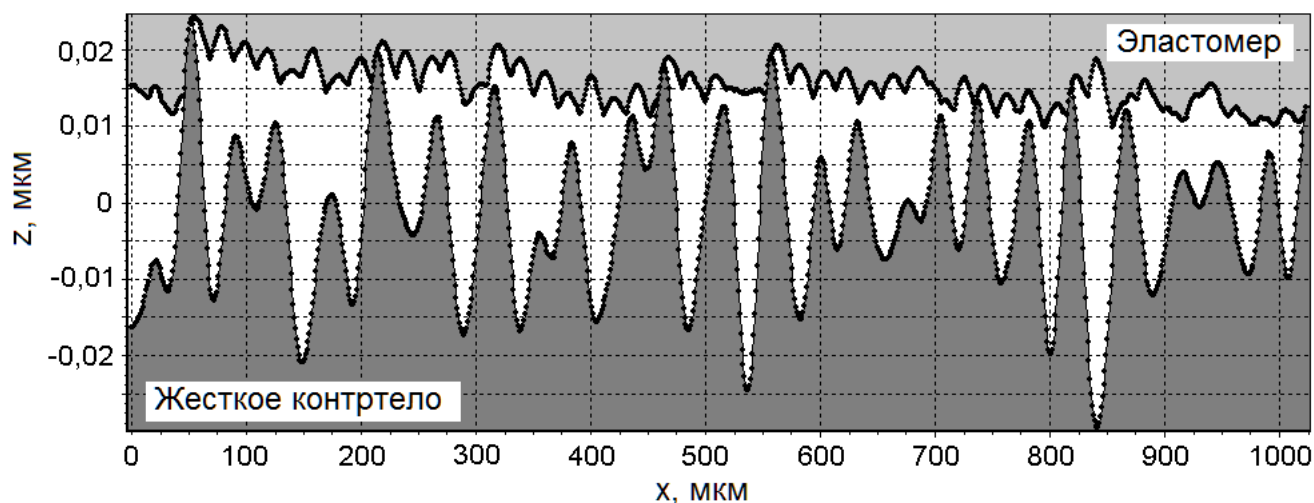


Рисунок 1.8 – Профиль участка контактирующих поверхностей ($\lambda = 20$ мкм ,

$$\Delta F_N = F_{N0}, V_x / \lambda = f_0).$$

Обнаруженный эффект имеет место и при взаимодействии эластомера с фрактальной жесткой поверхностью, обладающей широким спектром длин волн. В настоящей работе такая поверхность была сгенерирована на основе снимка поверхности стального образца при помощи алгоритма, описанного, в частности, в работе [79]. Как было отмечено выше, полученная поверхность хотя и является фрактальной, однако возможно формально определить характерную длину волны $\bar{\lambda} \approx 4,7$ мкм, усредненную по всему спектру. На рисунке 1.9 приведена зависимость коэффициента трения от частоты при $\Delta F_N = F_{N0}$ для фрактальной поверхности.

Видно, что минимальное значение коэффициента трения для фрактальной поверхности достигается при частоте, примерно равной отношению скорости тангенциального движения к характерной длине волны, также как и для поверхности с узким спектром длин волн. Таким образом, характерная длина волны поверхности является фактором, определяющим поведение фрикционного контакта при воздействии вибрации.

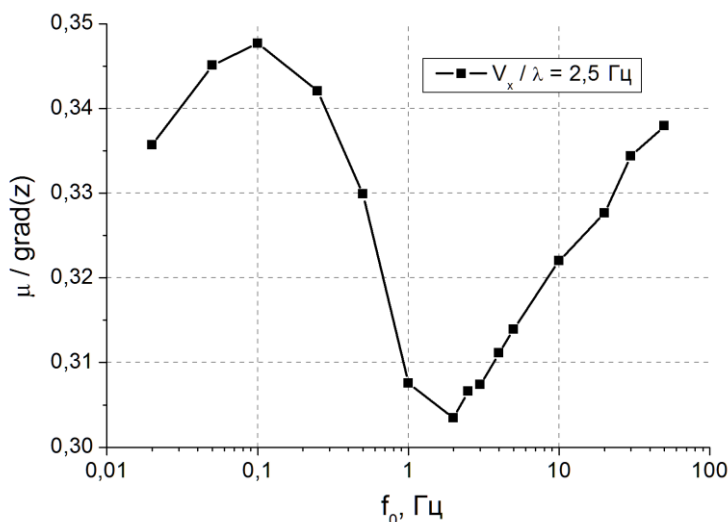


Рисунок 1.9 – Зависимость коэффициента трения скольжения от частоты осцилляций прижимающей нормальной силы для жесткой шероховатой поверхности с фрактальным профилем.

Полученные зависимости коэффициента трения от параметров вибрационного воздействия демонстрируют возможность активного управления коэффициентом трения путем индуцирования высокочастотных колебаний в системе. Указанный эффект, однако, проявляется только в ограниченном интервале частот колебаний, определяемом соотношением значений характерной длины волны профиля шероховатой поверхности и скорости скольжения.

1.7 Построение обобщенного закона трения для материалов с фрактальной поверхностью

Полученные выше результаты определяют актуальность изучения общих закономерностей зависимости коэффициента трения от параметров нагружения и физико-механических свойств материала в контактах с фрактальным профилем поверхностей контактирующих тел. Начиная с классических работ Байдена и Тейбора [22], принято считать, что шероховатость трущихся поверхностей играет определяющую роль в процессе трения. В работе Гринвуда и Тейбора [31] показано, что значение коэффициента трения для эластомеров в значительной мере определяется процессами диссипации упругой энергии в материале. Данная

идея была экспериментально подтверждена в работе Гроша [11] на парах трения «эластомер-жесткое контртело», при этом шероховатость поверхности контртела имела регулярный характер, как и в работах других авторов в последующие годы (см., например, [89,94]). При этом предполагалось, что для эластомеров справедлив закон Амонтона: сила трения пропорциональна нормальной нагрузке и коэффициент трения не зависит от нормальной нагрузки. Однако для эластомеров закон Амонтона не выполняется; говоря более точно, данный закон выполняется лишь в узком интервале значений приложенной нормальной нагрузки и скорости скольжения. Данный факт был подтвержден экспериментально, например, в работах [113,114] и др. Кроме того, шероховатость в реальных контактах имеет многомасштабный характер, и профиль поверхности является, вообще говоря, фрактальным [36].

В настоящей работе проведено теоретическое исследование поведения значения коэффициента трения в паре «эластомер – жесткое контртело». Была использована модель, основанная на следующих предположениях: 1) эластомер моделируется телом Кельвина, характеризующимся значениями модуля сдвига и вязкости; 2) «исходная» поверхность эластомера полагается плоской (начальная шероховатость отсутствует); 3) жесткое контртело имеет фрактальный рельеф поверхности, максимальная длина волны шероховатости определяется размером моделируемой системы; 4) адгезия и капиллярные эффекты не рассматриваются; 5) в качестве метода моделирования мы используем метод редукции размерности [62,63]. Забегая вперед, заметим, что, несмотря на выбранный простейший подход, построенная модель позволила описать сложное и нетривиальное поведение коэффициента трения. Полученные результаты могут быть распространены на трение в трехмерных системах, для которых выполняются правила метода редукции размерности, изложенные в работах [62,63,87].

Как и ранее, эластомер моделируется набором дискретных элементов с пространственным шагом Δx . Каждый из элементов состоит из пружины с нормальной жесткостью $k = 4G\Delta x$ и демпфера с коэффициентом вязкости $\Delta\gamma = 4\eta\Delta x$, где G – модуль сдвига, а η – вязкость эластомера (см. рисунок 1.10а).

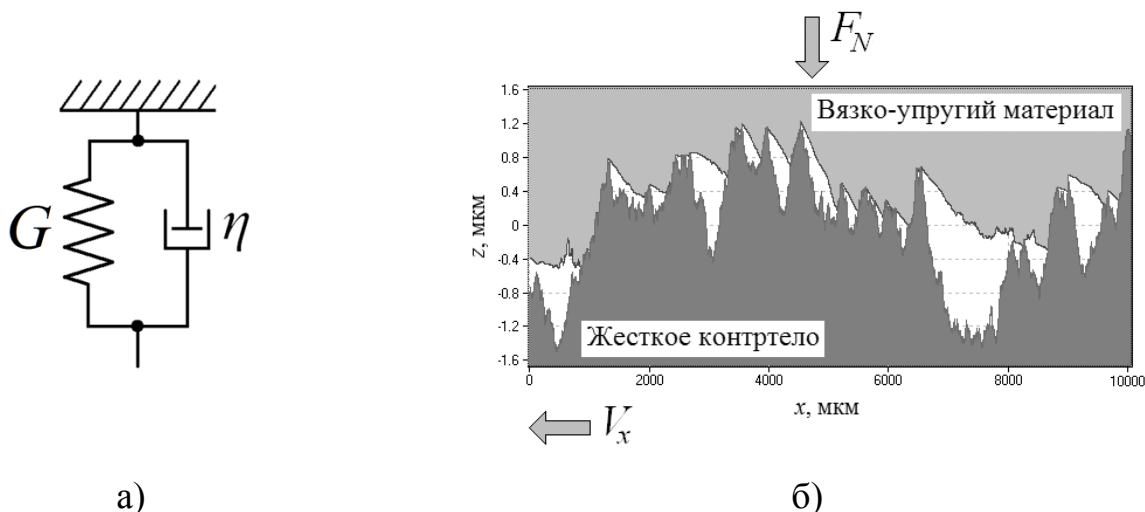


Рисунок 1.10 – Схема элемента Кельвина (а), контакт между вязко-упругим материалом и жестким шероховатым телом (б).

Контртело моделировалось фрактальной шероховатой поверхностью, имеющей спектральную плотность

$$C_{1D}(q) = C_0 q^{-2H-1}, \quad (1.25)$$

где q – волновой вектор; H – показатель Херста; C_0 – нормирующий множитель.

Спектральная плотность определена на интервале от $q_{\min} = \frac{2\pi}{L}$, где L – размер

моделируемой системы, до $q_{\max} = \frac{\pi}{\Delta x}$. Пространственный шаг Δx определяет

значение максимального волнового вектора в спектральной плотности шероховатой поверхности и, тем самым, является одним из важнейших параметров модели.

Профиль шероховатой поверхности генерировался в соответствии с правилами, приведенными в [115]. Жесткое контртело вдавливалось в эластомер с нормальной силой F_N и двигалось в тангенциальном направлении с постоянной скоростью V_x (см. рисунок 1.10б). Задача решалась с периодическими граничными условиями в тангенциальном направлении (профиль движущейся жесткой шероховатой поверхности был закольцован).

Обозначим профиль жесткой поверхности как $z = z(x - V_x t)$, а профиль поверхности эластомера как $u = u(x, t)$. Тогда нормальная сила, действующая в каждом элементе эластомера, формально определяется следующим образом:

$$f = -4\Delta x (Gu(x, t) + \eta \dot{u}(x, t)). \quad (1.26)$$

Для элементов эластомера, находящихся в контакте с жесткой поверхностью, данное выражение может быть переписано следующим образом:

$$f = -4\Delta x \left(G(d - z(x, t)) + \eta V_x \frac{dz}{dx}(x, t) \right), \quad (1.27)$$

где d – глубина вдавливания.

Для элементов, находящихся в контакте с жесткой поверхностью, $f > 0$. Элементы, не находящиеся в контакте или вышедшие из него, «релаксируются» согласно уравнению $f = 0: Gu(x) + \eta \dot{u}(x, t) = 0$ до полной релаксации либо до вхождения в контакт с жесткой поверхностью. Глубина вдавливания d определяется из условия равенства суммы сил реакции со стороны всех элементов приложенной нормальной нагрузке:

$$F_N = 4 \sum_{contacts} \left[G(d - z(x)) + \eta V_x \frac{dz(x)}{dx} \right] \Delta x. \quad (1.28)$$

Заметим, что в выражении (1.28) суммирование происходит только для элементов, находящихся в контакте с жесткой поверхностью. Полная тангенциальная сила рассчитывается как сумма локальных нормальных сил для каждого элемента, умноженных на локальный градиент жесткой поверхности $dz(x)/dx$:

$$F_N = 4 \sum_{contacts} \frac{dz(x)}{dx} \left[G(d - z(x)) + \eta V_x \frac{dz(x)}{dx} \right] \Delta x. \quad (1.29)$$

Предложенный алгоритм демонстрирует высокую эффективность и, соответственно, позволяет проводить расчеты коэффициента трения в широком диапазоне изменения параметров нагрузки и физико-механических параметров материала.

В дальнейших расчетах использовались следующие значения параметров модели. Длина системы составляла $L=0.02$ м, количество элементов было задано равным $N=5000$, соответственно, пространственный шаг составлял $\Delta x = 4 \cdot 10^{-6}$ м. Значение модуля сдвига G варьировалось в пределах от 10^3 до 10^9 МПа, вместо задания вязкости задавалось время релаксации, которое во всех расчетах полагалось равным $\tau = \eta / G = 10^{-3}$ с. Нормальная сила F_N варьировалась в пределах от 10^{-3} до 10^2 Н, скорость скольжения изменялась от 10^{-3} до 10^2 м/с. Шероховатая поверхность строилась для одиннадцати значений параметра Херста от $H=0$ до $H=1$ с шагом 0,1, при этом значение среднеквадратичной шероховатости изменялось от $h=10^{-9}$ до $h=10^{-5}$.

Типичная зависимость коэффициента трения от скорости скольжения показана на рисунке 1.11. Данная зависимость может быть условно разделена на четыре участка (показаны римскими цифрами).

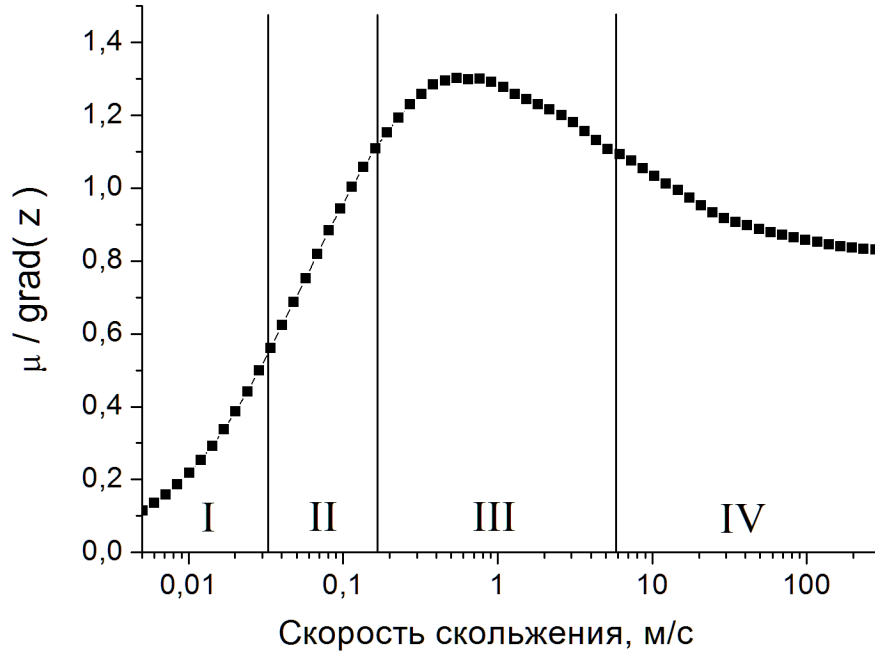


Рисунок 1.11 – Типичная зависимость коэффициента трения от скорости скольжения для материала Кельвина.

На первом участке зависимости, приведенной на рисунке 1.11, коэффициент трения быстро (линейно) растет по мере нарастания скорости скольжения, на участке II (переходном участке) рост замедляется и на участке III наблюдается плато. Затем коэффициент трения снижается и достигает нового постоянного значения (участок IV).

На рисунке 1.12 приведены зависимости коэффициента трения от скорости скольжения в двойном логарифмическом масштабе, построенные для различных значений показателя Херста, использованных при генерации шероховатых поверхностей. Видно, что с увеличением показателя Херста зависимости "сдвигаются" вправо по оси абсцисс.

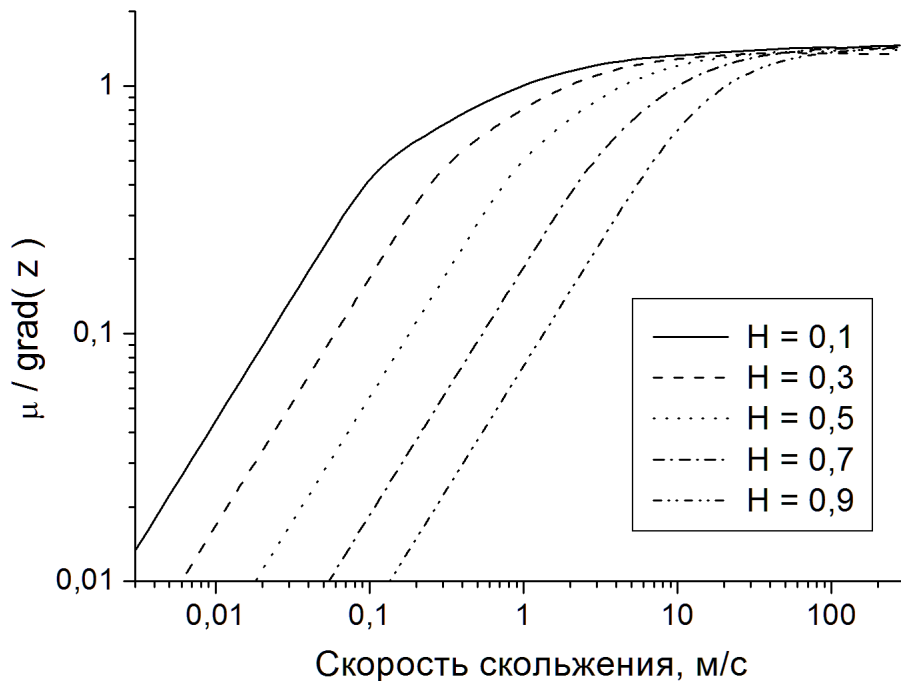


Рисунок 1.12 – Зависимости коэффициента трения от скорости скольжения, построенные для различных значений показателя Херста.

При этом изменения формы зависимостей не происходит. Данный факт демонстрирует возможность построения универсального выражения, описывающего зависимость коэффициента трения от параметров моделируемой системы. Заметим, что на рисунке 1.12 отсутствует участок снижения коэффициента трения (участок IV), который при заданных параметрах материала

формируется при более высоких значениях скорости скольжения, превышающих скорости, наблюдаемые на практике.

Сходное поведение коэффициент трения демонстрирует для различных значений приложенной нормальной силы (рисунок 1.13). Видно, что изменение значения нормальной силы приводит к «смещению» зависимости коэффициента трения от скорости скольжения вдоль оси абсцисс без изменения формы данной зависимости (заметим, что для удобства интерпретации данных значения скорости скольжения приведены здесь в логарифмическом масштабе). По мере увеличения нормальной силы площадь контакта между эластомером и жестким контртелом возрастает; в результате при достижении некоторого значения нормальной силы площадь контакта становится равной полной площади поверхности контактирующих тел. Данный факт приводит к изменению значения величины смещения зависимости коэффициента трения от скорости на рисунке 1.13. Указанная величина смещения линейно зависит от логарифма приложенной нормальной силы как в области частичного контакта поверхностей (относительно малых нормальных сил), так и в области полного контакта. Таким образом, можно констатировать, что величина смещения зависимости коэффициента трения от скорости скольжения является степенной функцией нормальной силы с некоторым переменным параметром, зависящим от величины площади контакта. В свою очередь, изменение среднеквадратичного градиента шероховатости поверхности (которое осуществлялось путем варьирования значения пространственного шага Δx) приводило к соответствующему изменению величины коэффициента трения пропорционально величине ∇z .

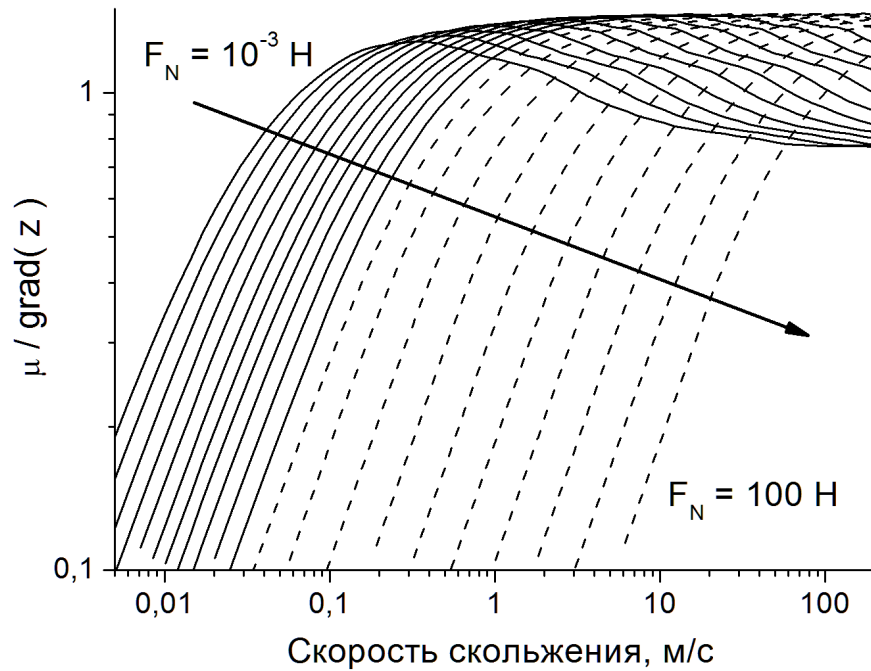


Рисунок 1.13 – Зависимости коэффициента трения от скорости скольжения, построенные для различных значений нормальной силы.

Для описания полученных зависимостей коэффициента трения от физико-механических параметров материала и параметров нагружения нами предложено соотношение следующего вида:

$$\mu = \beta \frac{\tau V_x \nabla z}{h} \left(\frac{GhL}{F_N} \right)^\alpha, \quad (1.30)$$

где α и β – безразмерные параметры [35].

Как показывают результаты моделирования, значения данных параметров зависят только от показателя Херста спектральной плотности шероховатой поверхности. Значения параметров α и β в зависимости от показателя Херста, полученные по результатам численного моделирования, приведены на рисунке 1.14.

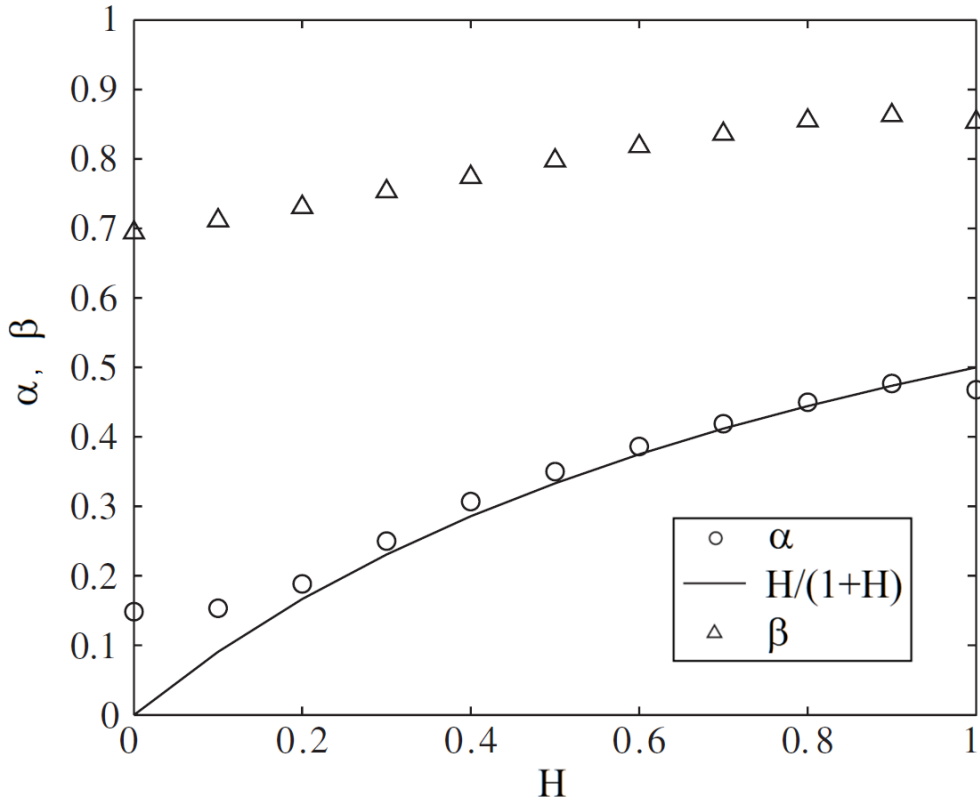


Рисунок 1.14 – Зависимости значений безразмерных параметров α и β от показателя Херста. Видно, что зависимость $\alpha(H)$ удовлетворительно аппроксимируется выражением $\alpha(H) = H / (1 + H)$ в интервале значений показателя Херста $0,2 \leq H \leq 0,9$ [35].

Зависимость (1.30) имеет достаточно очевидную физическую интерпретацию. Введем безразмерный коэффициент трения:

$$\tilde{\mu} = \mu / (\sqrt{2} \nabla z_{cont}), \quad (1.31)$$

где ∇z_{cont} – среднеквадратичный градиент шероховатой поверхности в области контакта, безразмерную скорость:

$$\tilde{V}_x = \frac{\tau V_x \nabla z_{cont}}{\sqrt{2} h} \quad (1.32)$$

и безразмерную нормальную силу:

$$\tilde{F}_N = \frac{F_N}{GhL}. \quad (1.33)$$

Тогда значение $\tilde{F}_N \approx 1$ определяет порядок величины нормальной силы, при которой достигается условие полного контакта между поверхностями эластомера и жесткого контртела. Условие $\tilde{V}_x \approx 1$ определяет порядок величины скорости скольжения, при которой контакт между эластомером и контртелом нарушается на поверхностях (склонах) пятен контакта, расположенных по направлению скольжения (см., например, рисунок 1.10б) и все (или большинство) контактов становятся «односторонними». Заметим, что данные условия ($\tilde{F}_N \approx 1$ – условие достижения «плато» для контактной жесткости и $\tilde{V}_x \approx 1$ – условие «одностороннего отрыва» эластомера) применимы и для соответствующего трехмерного случая, как показано в работе [80].

Необходимо отметить, что соотношение (1.30) не описывает эффект снижения коэффициента трения при высоких скоростях скольжения (участок IV на рисунке 1.14). Такое снижение при высоких скоростях скольжения является типичным для трения эластомеров и связывается, как правило, со снижением т.н. «реологического фактора» $\text{Im}(G(\omega))/|G(\omega)|$ при высоких скоростях (см., например, [94], где $G(\omega)$ – комплексный модуль сдвига эластомера, $\text{Im}(G(\omega))$ – его мнимая часть. Однако, для материала Кельвина реологический фактор $\eta\omega/\sqrt{G^2 + (\eta\omega)^2}$ монотонно возрастает и достигает единицы при высоких скоростях скольжения (при $\omega \rightarrow \infty$). Таким образом, в рассмотренном выше случае снижение коэффициента трения связано не с реологическими свойствами материала, но с изменением среднеквадратичного градиента *реального* контакта при увеличении скорости. Под реальным контактом мы понимаем здесь только те участки жесткой поверхности, которые находятся во взаимодействии с эластомером при определенной скорости скольжения, в отличие от пятен контакта, которые формируются при вдавливании жесткого контртела в эластомер на определенную глубину в отсутствие тангенциального движения. Заметим, что размер первых из них (т.е. размер пятен реального контакта) в общем случае будет меньше за счет явления отрыва эластомера от жесткой

поверхности на поверхностях пятен контакта, расположенных по направлению скорости скольжения. Данный эффект «одностороннего» контакта обсуждался выше.

Среднеквадратичный градиент реального контакта может быть определен через средний размер реального контакта L_{cont} следующим образом [35]:

$$\nabla z_{cont} = \sqrt{2 \int_{q_{cont}}^{q_{max}} C_{1D}(q) q^2 dq} \propto \left(\frac{q_{max}^{-2(1-H)} - q_{cont}^{-2(1-H)}}{2(1-H)} \right)^{1/2}, \quad (1.34)$$

где нижний предел интегрирования $q_{cont} = 2\pi / L_{cont}$, определяющий значение характерного волнового вектора для размера реального контакта, уменьшается при уменьшении размера реального контакта. Для показателя Херста в пределах $H \in (0; 1)$ значение интеграла (1.34) слабо зависит от нижнего предела интегрирования до тех пор, пока $q_{cont} \ll q_{max}$, иными словами, пока размер реального контакта не становится сопоставимым с минимальной длиной волны шероховатой поверхности; фактически, $\nabla z_{cont} \approx \nabla z$ для $q_{cont} \ll q_{max}$. В случае, когда значения q_{cont} и q_{max} сопоставимы, что имеет место при высоких скоростях скольжения или очень малых нормальных силах, ∇z_{cont} начинает снижаться, как следует из выражения (1.34). Зависимость ∇z_{cont} от размера контакта и, соответственно, от силы и скорости, слабая для поверхностей с малым показателем Херста ($H \approx 0$) и становится сильнее с увеличением H .

Необходимо отметить, что конкретный вид зависимости среднеквадратичного градиента реального контакта от его размера определяется спектральными свойствами шероховатой поверхности и имеет вид (1.34) только для фрактальных поверхностей со спектральной плотностью (1.25). В общем случае, можно лишь констатировать, что среднеквадратичный градиент в зоне контакта является функцией глубины вдавливания жесткого контртела в эластомер и, соответственно, функцией безразмерной силы (1.33). Глубина вдавливания, в свою очередь, зависит от контактной жесткости эластомера, определяемой максимальной длиной волны спектральной плотности профиля

пятна контакта. На основании сказанного, построенное выше соотношение (1.30) может быть записано в общем виде следующим образом:

$$\mu = \nabla_{z_{cont}}(\tilde{F}_N) g_1(\tilde{V}_x / g_2(\tilde{F}_N)), \quad (1.35)$$

или, в явном виде:

$$\mu = \nabla_{z_{cont}}\left(\frac{F_N}{GhL}\right) g_1\left(\frac{\tau V_x}{\sqrt{2}} \nabla_{z_{cont}}\left(\frac{F_N}{GhL}\right) / g_2\left(\frac{F_N}{GhL}\right)\right), \quad (1.36)$$

где среднеквадратичный градиент в области контакта полагается величиной, зависящей от безразмерной нормальной силы \tilde{F}_N , а функции g_1 и g_2 определяют характер зависимости коэффициента трения от безразмерной скорости \tilde{V}_x и безразмерной силы \tilde{F}_N соответственно.

Скейлинговое соотношение (1.36) показывает, что зависимость коэффициента трения от скорости в двойном логарифмическом масштабе имеет одинаковую форму для любых значений параметров, входящих в данное уравнение: нормальной силы F_N , размера системы L и времени релаксации τ . Изменение любого из этих параметров приводит к смещению зависимости $\mu(V_x)$ на величину, пропорциональную $\log\left[\frac{\tau \nabla_{z_{cont}}}{\sqrt{2}h} / g_2\left(\frac{F_N}{GhL}\right)\right]$, по оси абсцисс и на величину, пропорциональную $\log(\nabla_{z_{cont}})$ по оси ординат. При этом, если соотношение (1.30) справедливо только для материала Кельвина и жесткого контртела с фрактальным рельефом поверхности, соотношение (1.36) пригодно для описания коэффициента трения материалов со сложными реологическими свойствами. Отметим также, что соотношения (1.30), (1.35) и (1.36) описывают значение коэффициента трения в стационарном режиме скольжения, т.е. при постоянных значениях нормальной силы и тангенциальной скорости и после завершения переходных процессов в системе.

1.8 Изучение влияния шероховатостей различного масштаба на коэффициент трения между эластомером и жестким контртелом

Как было показано в предыдущем параграфе, сила трения между эластомером и жестким шероховатым контртелом, как правило, растет по мере увеличения скорости скольжения, достигает плато, и затем спадает (см., например, рисунок 1.2). В практических приложениях именно область плато на зависимости коэффициента трения скольжения от скорости зачастую представляет наибольший интерес. Поведение эластомера в этой области определяется, в основном, вязкими потерями в материале, и эластомер ведет себя подобно вязкой жидкости [30]. В частности, релаксация напряжений в эластомере после локального взаимодействия с «выступом» поверхности происходит достаточно медленно для того, чтобы все микроконтакты между поверхностью эластомера и шероховатостями жесткого контртела можно было рассматривать как «односторонние» контакты (см. рисунок 1.15). В этом случае величина коэффициента трения приближенно равна величине среднего наклона профиля поверхности на локальных микроконтактах [34]. Заметим, что данное предположение справедливо при отсутствии адгезионных сил между эластомером и жестким контртелом, иными словами, в предположении о «чисто геометрической» природе коэффициента трения, первоначально предложенном Грошем [11].

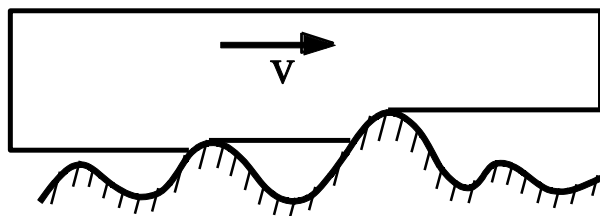


Рисунок 1.15 – Схематичное изображение конфигурации контакта между эластомером (сверху) и жестким контртелом (снизу) в области скоростей скольжения, соответствующих области плато на зависимости коэффициента трения от скорости.

Несмотря на простоту схемы конфигурации контакта, представленной на рисунке 1.15, вопрос о конкретном значении коэффициента трения (определяемого средним значением градиента профиля поверхности в области локальных микроконтактов) остается открытым [34]. Среднеквадратическое значение градиента ∇z профиля трехмерной поверхности может быть оценено на основании спектральной плотности профиля поверхности $C(q)$, соответствующим образом [79]:

$$\langle \nabla z^2 \rangle \approx \int_{q_{\min}}^{q_{\max}} C(q) q^3 dq, \quad (1.37)$$

где q_{\min} и q_{\max} – определяют интервал значений волновых векторов, на котором определена спектральная плотность рассматриваемой поверхности или области контакта.

Известно, что многие контактные поверхности естественного и технического происхождения являются фрактальными [36]. Как было отмечено выше, для произвольной самоподобной фрактальной поверхности спектральная плотность профиля может аппроксимироваться степенной функцией волнового вектора q :

$$C_{2D}(q) = \text{const} \cdot (q / q_0)^{-2H-2}, \quad (1.38)$$

где H – показатель Херста профиля поверхности; q_0 – нормирующее значение волнового вектора [79]. Для типичных значений показателя Херста, меньших единицы, интеграл (1.37) расходится на верхнем пределе. Это означает, что для истинно фрактальной поверхности (т.е. для поверхности, фрактальной на любом масштабе) среднеквадратичный градиент профиля бесконечно велик. На практике любая поверхность характеризуется некоторым максимальным значением волнового вектора q_{\max} (или, что то же самое, некоторой минимальной длиной волны шероховатого профиля). При этом градиент такой реальной поверхности определяется значениями спектральной плотности вблизи q_{\max} . Другими словами, для реальных шероховатых поверхностей сила трения определяется

компонентами шероховатостей с наибольшими волновыми векторами (иными словами, шероховатостями наименьшего пространственного масштаба). Данное утверждение справедливо не только для фрактальных поверхностей, но и для любых поверхностей, среднеквадратичный градиент которых увеличивается по мере рассмотрения все меньших пространственных масштабов [34].

С другой стороны, при рассмотрении локальных пятен контакта утверждение о том, что средний градиент на таких пятнах равен среднему градиенту профиля поверхности в целом, не является точным. Как было показано Арчардом [21], изменение нормальной нагрузки приводит к изменению количества локальных шероховатостей, входящих в контакт, в то время как локальные параметры области контакта, включая ее размер и средний градиент профиля поверхности в контакте, зависят от нормальной нагрузки слабо. Однако, данная «относительно слабая» зависимость размера области контакта от нормальной нагрузки определяет нижний предел интегрирования в (1.37).

Помимо давления в контакте и размера локальных областей контакта, значение нормальной нагрузки определяет глубину вдавливания d жесткого контртела в эластомер. Коэффициент пропорциональности между нормальной нагрузкой и глубиной вдавливания – контактная жесткость – зависит, в основном, от длинноволновых компонент шероховатости или от макроскопической формы индентора, в случае уединенного контакта [116].

Все сказанное выше позволяет сформулировать следующее предположение. В то время как сила трения зависит, в основном, от шероховатости на наименьшем пространственном масштабе, ее зависимость от нормальной силы связана с шероховатостью на наибольшем пространственном масштабе [34]. Отсюда следует гипотеза о двухмасштабной природе силы трения в подобных системах. Последнее требует более детального объяснения.

Пусть произвольное жесткое тело вдавлено в упругое полупространство на глубину d . При этом результирующая конфигурация контактов однозначно определяется глубиной вдавливания, не зависит от упругих свойств материала и будет идентичной для вдавливания в упругое основание, линейно упругий

эластомер и даже вязкую жидкость. Данный результат был получен Ли [117] и Радоком [118] и был верифицирован численно для вдавливания фрактальной шероховатой поверхности [91]. Более того, конфигурация контактов для заданной глубины вдавливания остается инвариантной для сред с тонкими покрытиями [119] и многослойных систем, в предположении слабого различия упругих свойств различных слоев [120]. В работе [121] было показано, что рассматриваемое утверждение об инвариантности конфигурации контактов справедливо для сред, гетерогенных в латеральном направлении (т.е. вдоль плоскости контакта). Таким образом, можно утверждать, что для широкого класса контактных задач все контактные свойства, включая площадь реального контакта, средний размер пятна контакта, контактную жесткость, а также среднеквадратичное значение градиента профиля поверхности в области контакта являются однозначными функциями глубины вдавливания [34].

Глубина индентирования является удобным управляющим параметром для определения контактных свойств сред с линейными реологическими свойствами, как для нормального, так и для тангенциального контактов [34]. Последнее утверждение может быть проиллюстрировано на примере контакта жесткого тела с упругим несжимаемым полупространством. Для кругового контакта радиуса a отношение нормальной k_z и тангенциальной k_x жесткостей является константой и дается фактором Каттанео-Миндлина [122] для несжимаемой среды $k_z / k_x = 1,5$. Отсюда следует, что для тангенциального контакта с коэффициентом трения μ максимальное тангенциальное смещение до достижения полного проскальзывания полностью определяется глубиной вдавливания следующим образом [62,63]:

$$u_{x,\max} = 1,5\mu d. \quad (1.39)$$

Результат (1.39) не зависит от формы индентора и остается верным для произвольных тел вращения и поверхностей с фрактальным рельефом [123].

На практике в нормальном направлении прикладывается и измеряется не перемещение, а нормальная сила, которая, как было уже отмечено, связана с

глубиной вдавливания контактной жесткостью. Контактная жесткость, в свою очередь, как было показано выше, полностью определяется длинноволновой частью спектральной плотности профиля поверхности и не зависит от конкретной топографии пятна микроконтакта [36]. Последнее подтверждает сформулированную гипотезу о том, что сила трения определяется, по большей части, коротковолновой частью спектральной плотности профиля поверхности, а ее слабая зависимость от нормальной силы практически полностью определяется спектральной плотностью профиля на наибольшем пространственном масштабе рассматриваемой системы [34].

1.8.1 Двухмасштабность контактных свойств в контакте фрактальных поверхностей

Описанная выше двухмасштабность характерна не только для силы трения эластомеров, но и для многих других свойств контактов между поверхностями с фрактальным профилем. Покажем это на примере оценок для ряда свойств нормальных и тангенциальных контактов, которые были получены Перссоном [36]. В соответствии с теорией, изложенной в работе [36], любая контактная характеристика – площадь реального контакта, контактная жесткость, тепло- или электропроводность и т.д. может быть описана в терминах интегралов спектральной плотности профиля поверхности $C(q)$, умноженных на значение волнового вектора q в некоторой степени. Так, площадь контакта A между упругим полупространством и жестким шероховатым контртелом для относительно малых нормальных сил определяется следующим образом:

$$A = F_N \left(\frac{8}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{(1 - \nu^2)}{E} \left(\int C(q) q^2 dq^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (1.40)$$

где F_N – приложенная нормальная сила; E – модуль Юнга; ν – коэффициент Пуассона [36]. Коэффициент трения между жестким шероховатым контртелом и эластомером, характеризующимся частотно-зависимым модулем Юнга $E(\omega)$, определяется следующим образом:

$$\mu = \frac{1}{2} \int_{q_{\min}}^{q_{\max}} C(q)P(q)q^3 dq \times \int_0^{2\pi} \cos \theta \operatorname{Im} \left(\frac{E(qV_x \cos \theta)}{(1-v^2)} \right) d\theta, \quad (1.41)$$

где

$$P(q) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin x}{x} \exp(-x^2 G(q)) dx, \quad (1.42)$$

$$G(q) = \frac{1}{8} \int_{q_{\min}}^q q^3 C(q) dq \int_0^\pi \left| \frac{E(qV_x \cos \theta)}{(1-v^2)\sigma_0} \right|^2 d\theta, \quad (1.43)$$

где θ – угол между направлением вектора скорости скольжения и волновым вектором профиля поверхности, V_x – скорость скольжения.

Приведенные выше интегралы имеют вид $\int q^{-2H-1} q^\alpha dq$ и расходятся на верхнем или нижнем пределах интегрирования. Это означает, соответственно, что основной вклад в значения данных интегралов приходится на нижний или верхний края интервала интегрирования. При этом конкретный вид спектральной плотности $C(q)$ не играет существенной роли. Единственным исключением является случай, когда подынтегральная функция имеет вид $q^{-2H-1} q^\alpha \propto q^{-1}$. В таком случае интегралы логарифмически расходятся на верхнем и нижнем пределах.

Таким образом, основываясь на сделанных в работе предположениях, высказанных в предыдущем пункте, а также на результатах, полученных Перссоном [36], мы можем предположить, что любая задача о контакте самоподобной фрактальной поверхности с полупространством с линейной реологией может быть сведена к «двухмасштабной», либо ее решение имеет слабую логарифмическую зависимость от спектральной плотности на микроскопическом и макроскопическом масштабах.

1.8.2 Численный анализ влияния спектральной плотности фрактальной поверхности на коэффициент трения в контакте с вязко-упругим полупространством

Основное утверждение изложенной выше гипотезы о «двухмасштабной» природе силы трения и контактных свойств в целом заключается в том, что данные величины зависят, в основном, от верхней и нижней частей спектральной плотности профиля поверхности и практически не зависят от средней части спектральной плотности. Для проверки данного утверждения было проведено моделирование контакта жесткой фрактальной поверхности с полным спектром, и со спектром с вырезанной средней частью. Зависимость коэффициента трения в тангенциальном контакте между вязко-упругим полупространством и жестким шероховатым контртелом от спектральной плотности поверхности была исследована путем численного моделирования контакта с использованием разработанной ранее модели, основанной на методе редукции размерности.

Для простоты анализа получаемых результатов использовалась простейшая модель отклика вязко-упругого тела, включающая упругий элемент и демпфер, соединенные параллельно (тело Кельвина). Моделируемое вязко-упругое полупространство представляло собой набор одномерных элементов Кельвина. Модуль упругости для каждого из них составлял $E = 10^7$ Па, вязкость $\eta = 10^7$ Па·сек, коэффициент Пуассона $\nu = 0,5$. Пространственный шаг (размер каждого элемента) был равен $\Delta x = 10^{-8}$ м, длина системы варьировалась от $L = 5 \cdot 10^{-5}$ м до $L = 5 \cdot 10^{-2}$ м. Скорость скольжения во всех расчетах соответствовала участку плато зависимости коэффициента трения от скорости скольжения.

Спектральная плотность профиля поверхности жесткого контртела определялась в соответствии с выражением (1.38), значение показателя Херста было принято равным $H = 0,5$. Минимальное значение волнового вектора определялось размером системы $q_{\min} = 2\pi / L$, максимальное значение – размером одного элемента Δx : $q_{\max} = \pi / \Delta x$.

В соответствии с соображениями, изложенными выше, было проведено исследование следующих свойств рассмотренной контактной задачи.

1) Глубина вдавливания d является «управляющим параметром» контакта. При этом размер системы L (который определяет значение минимального волнового вектора рассматриваемой фрактальной поверхности) не оказывает влияние на значение коэффициента трения при фиксированной глубине вдавливания.

2) При нагружении жесткого шероховатого контртела постоянной нормальной силой F_N размер системы и, соответственно, минимальное значение волнового вектора влияет на коэффициент трения.

3) Значение коэффициента трения определяется в основном, коротковолновой частью спектральной плотности и практически не чувствительно к изменениям в центральной части спектральной плотности.

Для проверки первого из перечисленных свойств были проведены расчеты коэффициента трения для контактов различного размера. Соответственно, значение волнового вектора, соответствующего максимальным длинам волн профиля поверхности, изменялось, в то время как высокочастотная часть спектральной плотности, определяемая размером элемента, оставалась неизменной. Далее значения коэффициента трения, полученные для фрактальной поверхности с исходным спектром, будем обозначать μ_0 , значения коэффициента трения для поверхностей со спектрами с удаленной средней частью будем обозначать μ .

Результаты моделирования представлены на рисунке 1.16. Как видно из данного рисунка, при трении в условиях постоянной глубины вдавливания коэффициент трения практически не зависит от длины системы.

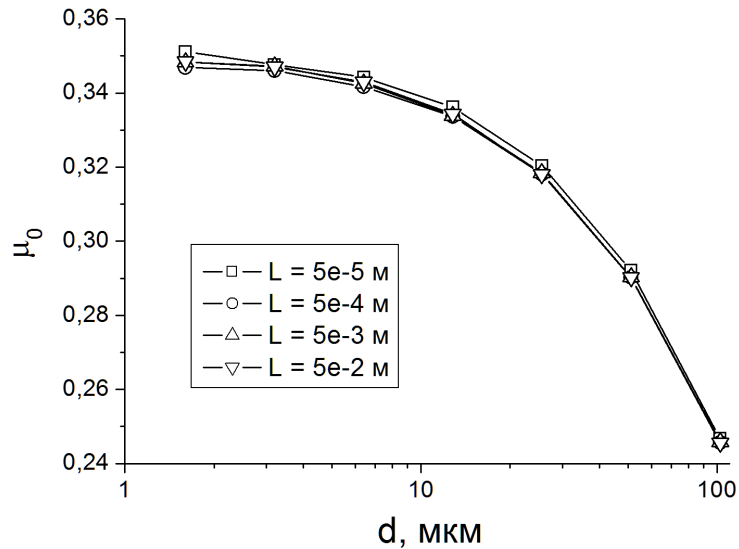


Рисунок 1.16 – Зависимости коэффициента трения от размера системы L при постоянной глубине вдавливания d .

Напротив, при трении в условиях постоянной нормальной силы зависимость коэффициента трения от нормальной силы имеет место (см. рисунок 1.17). Последнее обусловлено зависимостью контактной жесткости от длины системы, и, соответственно, зависимостью глубины вдавливания от приложенной нормальной силы.

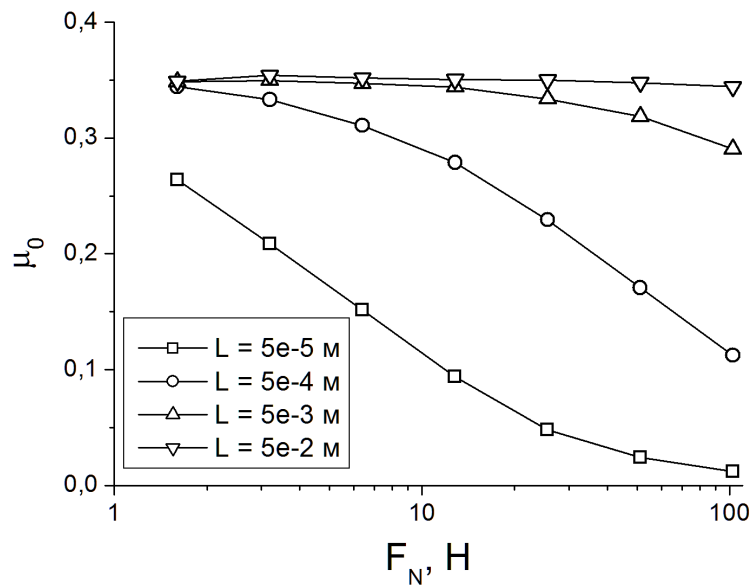


Рисунок 1.17 – Зависимости коэффициента трения от размера системы L при постоянной нормальной силе F_N .

«Двухмасштабность» силы трения в контакте означает, что ее величина слабо чувствительна к изменениям в средней части спектральной плотности профиля шероховатой поверхности контакта. Для изучения данного свойства был проведен расчет коэффициента трения для поверхностей контакта с полным спектром волновых векторов (см. рисунок 1.18, штриховая линия), а также со спектрами, из средней части которых были удалены участки различной ширины (см. рисунок 1.18, сплошная линия). Значения параметров k_1 и k_2 на рисунке 1.18 определяют положение вырезанной части спектральной плотности.

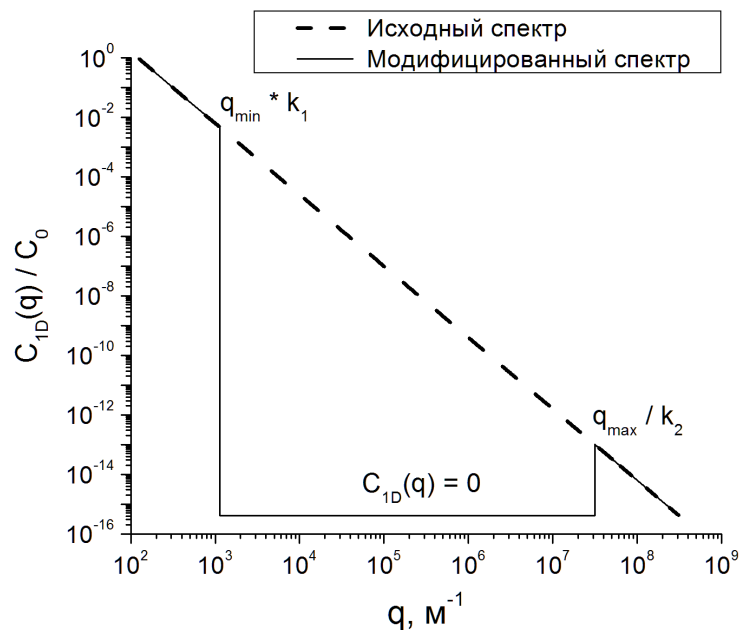


Рисунок 1.18 – Нормированная спектральная плотность профиля шероховатой поверхности. Штриховой линией показан исходный спектр фрактального профиля, построенный в соответствии с выражением (1.38). Сплошной линией показан спектр с удаленной средней частью. Значения параметров k_1 и k_2 определяют ширину удаленного участка.

На рисунке 1.19а в качестве примера приведены два профиля шероховатой поверхности, полученные с использованием исходной спектральной плотности и спектральной плотности с вырезанным средним участком. Видно существенное

различие профилей данных поверхностей на макроскопическом масштабе, при этом, профиль поверхности с вырезанным средним участком выглядит значительно более «гладким». Однако, как показывает более детальный анализ профиля данной поверхности, на микроскопическом масштабе он сохраняет значительную шероховатость (см. рисунок 1.19б).

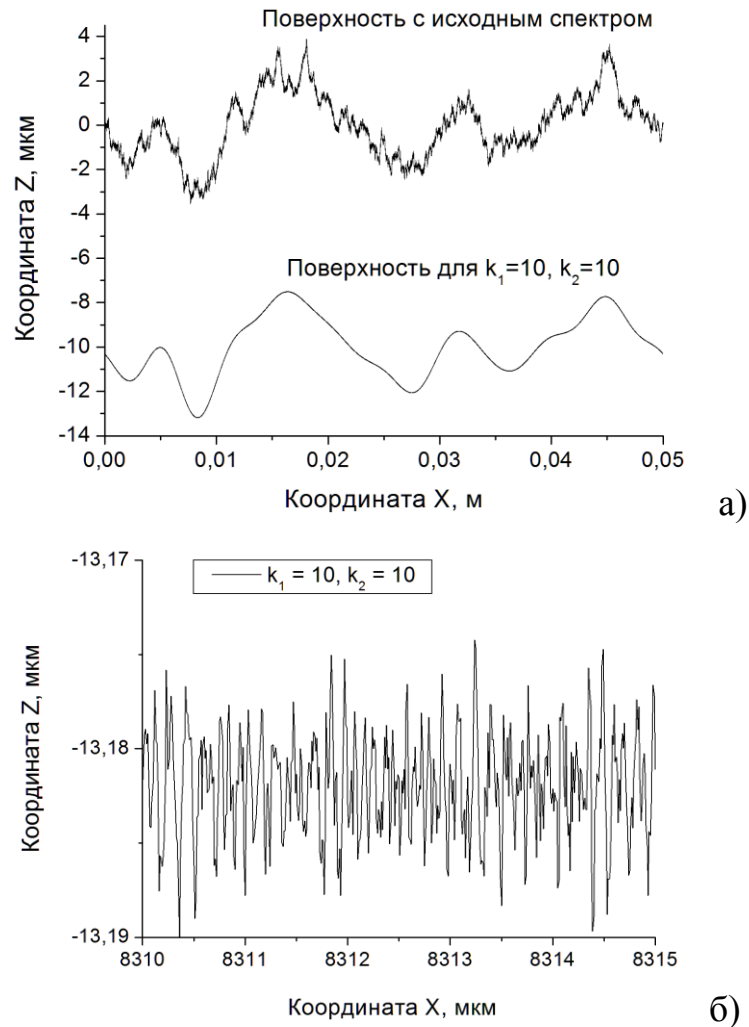


Рисунок 1.19 – Профили шероховатых поверхностей, сгенерированные на основе исходного «фрактального» спектра и спектра с удаленным средним участком (а), увеличенный фрагмент поверхности, построенной на основе спектра с удаленным средним участком (б). Видно, что на микромасштабе шероховатость присутствует.

Во всех дальнейших расчетах использовались шероховатые поверхности с соотношением волновых векторов $q_{\max} / q_{\min} \approx 10^6$. Это позволило исследовать влияние коэффициентов k_1 и k_2 в широком диапазоне их значений.

Как показали результаты моделирования, результаты, получаемые для различных значений глубины вдавливания, имеют сходный характер. В связи с этим, далее приведены результаты, полученные для глубины вдавливания $d \approx 6h$, где h – среднеквадратичное значение шероховатости поверхности. Заметим, что при такой глубине вдавливания реализуется полный контакт между вязкоупругим материалом и жестким шероховатым контртелом.

Как видно из рисунка 1.20, для шероховатых поверхностей с показателем Херста, равным $H = 0,5$, удаление значительных участков спектральной плотности, соответствующих диапазонам значений $k_1 \in [10; 1000]$ и $k_2 \in [10; 1000]$ практически не оказывает влияние на значение коэффициента трения.

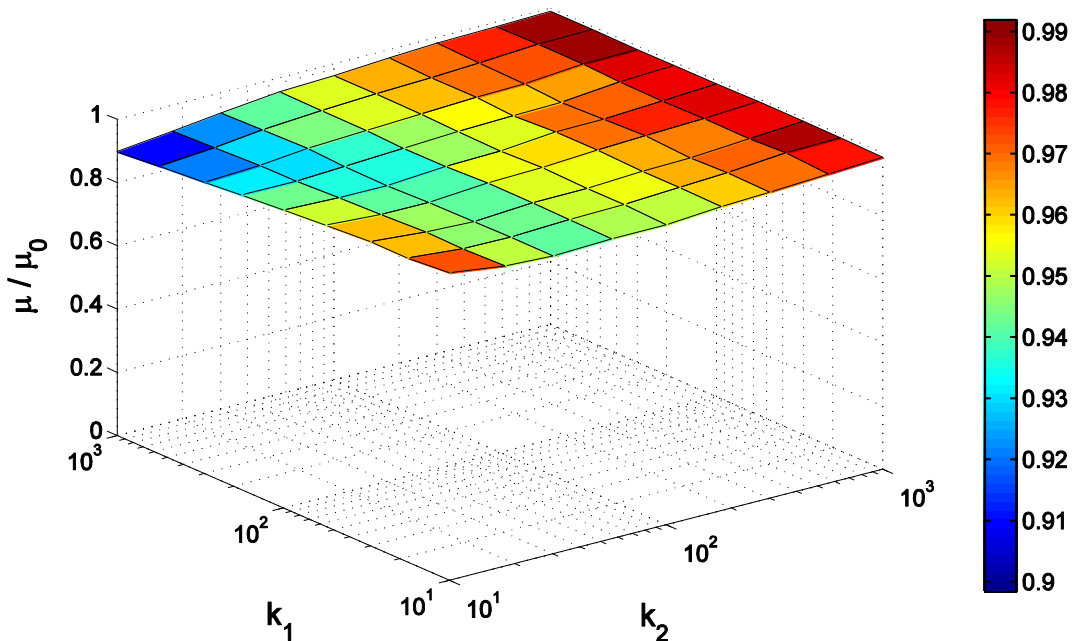


Рисунок 1.20 – Зависимость коэффициента трения от значений параметров k_1 и k_2 для шероховатой поверхности с показателем Херста $H = 0,5$.

Детальный анализ сечений поверхности, приведенной на рисунке 1.20, показывает, что различие величины коэффициента трения для поверхности с исходным спектром и поверхностей, сгенерированных на основе спектра с удаленным средним участком, не превышает десяти процентов (см. рисунок 1.21).

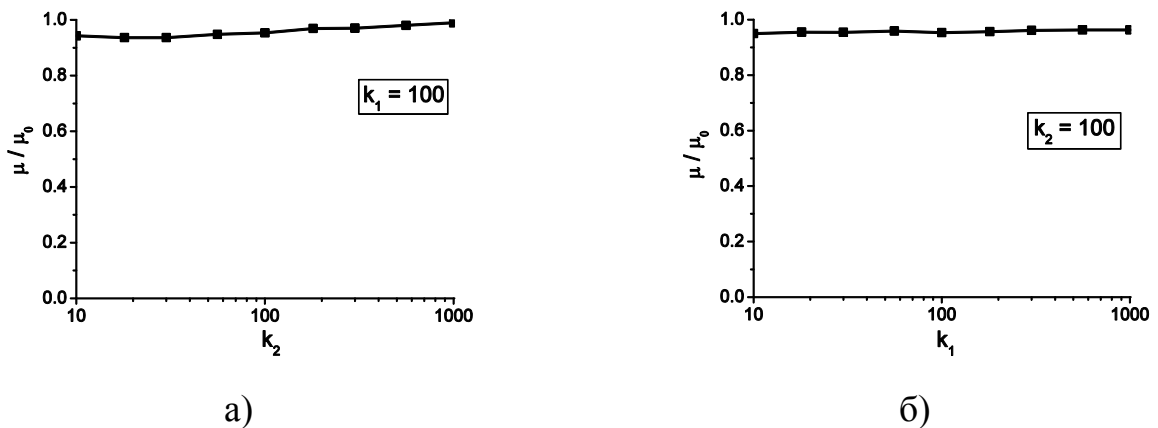


Рисунок 1.21 – Сечения поверхности, приведенной на рисунке 1.20, для значений параметров $k_1 = 100$ (а) и $k_2 = 100$ (б).

Заметим, что по мере увеличения показателя Херста и приближения его значения к единице чувствительность коэффициента трения к значениям параметров k_1 и k_2 возрастает. Данный факт обусловлен тем, что при $H = 1$ интеграл (1.37) логарифмически расходится на верхнем и нижнем пределах. Только в этом предельном случае коэффициент трения действительно зависит от всего спектра профиля поверхности, соответственно, в этом случае процесс трения является многомасштабным.

Для иллюстрации поведения коэффициента трения при увеличении показателя Херста мы провели расчеты коэффициента трения для поверхностей с показателем Херста $H = 0,9$. Результаты, приведенные на рисунке 1.22, показывают, что в этом случае коэффициент трения существенно снижается по мере расширения удаленного участка спектральной плотности. Заметим, однако, что высокие значения показателя Херста не являются типичными для реальных профилей шероховатых поверхностей.

Таким образом, показано, что наиболее важные процессы, определяющие силу трения, имеют место на двух масштабах рельефа поверхности – наибольшем и наименьшем, которые могут интерпретироваться как макроскопический и микроскопический масштабы шероховатости. При этом модели, которые способны адекватно описывать контактную жесткость на макромасштабе и градиент профиля реального пятна контакта на микромасштабе, пригодны для описания процесса трения реальных шероховатых поверхностей, не обязательно имеющих фрактальный профиль [124,125]. Сказанное справедливо и для таких свойств контакта, как его реальная площадь, контактная жесткость, адгезионные свойства и т.д.

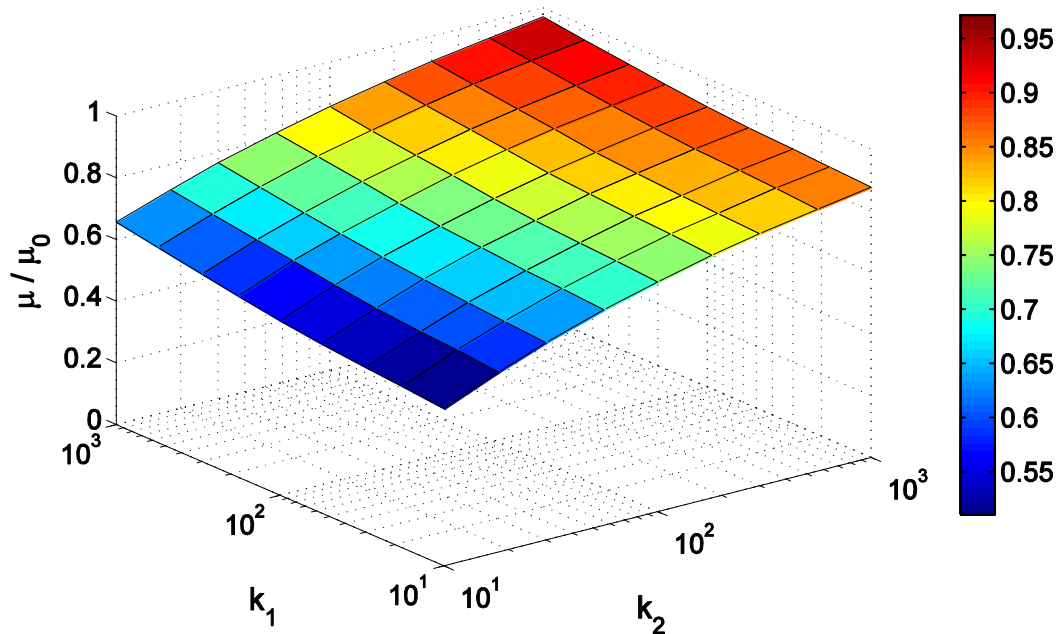


Рисунок 1.22 –Зависимость коэффициента трения от значений параметров k_1 и k_2 для $H = 0,9$.

Необходимо отметить, что полученные выше результаты не находятся в противоречии с существующими теориями о многомасштабном характере процесса трения, начиная с работ Арчарда [21], Гринвуда и Вильямсона [31], Перссона [26], Барбера [93], Панина [126,127] и т.д. Полученные результаты показывают, что для адекватного воспроизведения свойств исходной фрактальной

поверхности необходимо учитывать диапазоны длин волн шириной не менее одного порядка величины в верхней и нижней частях спектральной плотности профиля шероховатой поверхности. Следует отметить, что под «двухмасштабностью» силы трения понимается не наличие двух длин волн, полностью определяющих коэффициент трения, а наличие двух довольно широких их диапазонов, верхнего и нижнего, явный учет которых необходим [34]. В этом случае генерируемые профили поверхности имеют стохастическую шероховатость и остаются «существенно многомасштабными» в смысле, отмеченном в работе Барбера [93], не являясь, однако, фрактальными в смысле наличия у них непрерывной спектральной плотности, спадающей по степенному закону.

1.9 Эффективный учет фрикционного разогрева при скольжении в стационарном режиме

Наряду с профилем контактирующих поверхностей, на трение эластомеров существенно влияет температура [128,129]. В связи с этим, в настоящей работе проведено изучение зависимости коэффициента трения от приложенной нормальной силы и скорости скольжения для материала Кельвина с учетом локального изменения температуры на пятнах контакта. Рассматривался единственный контакт между поверхностью эластомера и жестким контртелом в форме конуса (т.н. «one-asperity-model»). При решении данной задачи использовались следующие приближения: а) вязкость материала зависит от температуры согласно закону Аррениуса, модуль сдвига является константой; б) исходная поверхность эластомера является плоской; в) адгезионные и капиллярные эффекты не принимаются во внимание; г) используется одномерная модель; д) скольжение считается стационарным, все переходные процессы в системе завершены; е) эластомер, как и ранее, полагается несжимаемым, его коэффициент Пуассона равен $\nu = 0,5$.

Несмотря на простоту использованных предположений, коэффициент трения эластомера в указанной постановке демонстрирует сложное

нетривиальное поведение. Заметим также, что полученные ниже результаты могут быть применены как к телам вращения (как показано, например, в [62]) так и к самоподобным фрактальным поверхностям (см, например, [80,91,130]) с использованием правил метода редукции размерности [63].

Как и ранее в настоящей работе, эластомер моделируется набором независимых элементов с пространственным шагом Δx , состоящих из пружины и демпфера. Ранее Поповым [87] были получены аналитические соотношения для коэффициента трения между жестким коническим индентором и эластомером со свойствами материала Кельвина. Здесь указанные соотношения используются в качестве отправной точки для построения численной модели трения материала Кельвина с вязкостью, зависящей от температуры [131].

В работе [87] рассмотрен контакт между трехмерным жестким коническим индентором с профилем $\tilde{z} = f(r) = r \tan \theta$, где \tilde{z} – координата по вертикальной пространственной оси; r – полярный радиус; и получены аналитические оценки коэффициента трения, не учитывающие влияние температуры. Будем использовать данные оценки в качестве отправной точки при построении модели, учитывающей фрикционный разогрев при скольжении.

Согласно [87], одномерное изображение конуса, полученное по правилам метода редукции размерности, имеет вид:

$$\tilde{z} = g(x) = \frac{\pi}{2} |x| \tan \theta = c |x|. \quad (1.44)$$

Данный одномерный профиль вдавливается в вязко-упругое основание на глубину d и движется в тангенциальном направлении со скоростью V_x (рисунок 1.23), при этом форма индентора описывается во времени t выражением

$$\tilde{z} = g(x + V_x t) = g(\tilde{x}). \quad (1.45)$$

Для простоты изложения предполагаем далее, что система координат связана с движущимся индентором.

Как уже упоминалось выше, одной из моделей вязко-упругого материала (материала Кельвина) являются пружина и демпфер, соединенные параллельно.

Если трехмерная среда характеризуется модулем сдвига G и вязкостью η , то упругость пружины Δk_z и вязкость демпфера $\Delta\gamma$ элемента вязко-упругого основания соответственно равны [87]:

$$\Delta k_z = 4G\Delta x, \quad \Delta\gamma = 4\eta\Delta x. \quad (1.46)$$

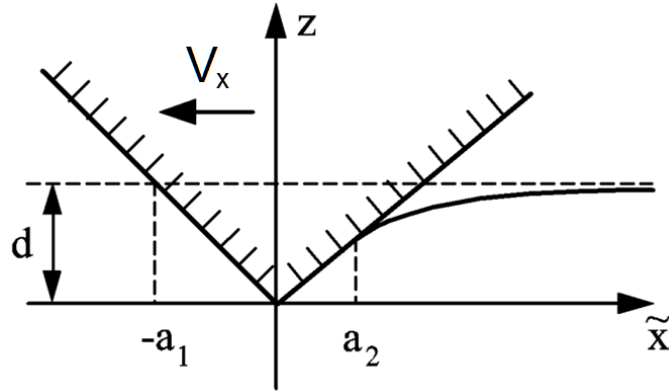


Рисунок 1.23. – Контакт между эластомером и жестким контртелом [87]

Обозначим координаты границ области контакта как $\tilde{x} = -a_1$ и $\tilde{x} = a_2$ (рисунок 1.23). Вертикальные смещения u_z во всей области контакта определяются из чисто геометрических соображений:

$$u_z(x, t) = d - g(x + V_x t) = d - g(\tilde{x}). \quad (1.47)$$

Скорости вертикальных смещений в области контакта равны

$$\frac{\partial u_z(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial g(x + V_x t)}{\partial t} = -V_x g'(\tilde{x}). \quad (1.48)$$

Соответственно, силы, действующие на каждый элемент вязко-упругого основания, определяются следующим образом:

$$f_N(\tilde{x}) = \Delta k_z \cdot u_z + \Delta\gamma \cdot \dot{u}_z = 4[G \cdot (d - g(\tilde{x})) - \eta V_x g'(\tilde{x})] \Delta x. \quad (1.49)$$

Левая граница области контакта определяется из условия $u_z(-a_1) = 0$, а правая граница – из условия $f_N(a_2) = 0$. Отсюда следует, что

$$a_1 = d / c, \quad a_2 = d / c - V_x \tau, \quad (1.50)$$

где τ – время релаксации, определяемое традиционным образом:

$$\tau = \eta / G. \quad (1.51)$$

Рассмотрим два диапазона значений скоростей скольжения [87]:

$$\text{I: } V_x < d / (c\tau), \quad (1.52)$$

$$\text{II: } V_x > d / (c\tau). \quad (1.53)$$

В первом диапазоне (который условно можно назвать «областью низких скоростей») координата точки отрыва вязко-упругого материала от индентора $a_2 > 0$. Данный случай изображен на рисунке 1.23. Во втором диапазоне (в «области высоких скоростей») $a_2 = 0$, то есть реализуется т.н. «односторонний контакт».

Пусть жесткий индентор вдавлен в вязко-упругое основание на глубину d , как показано на рисунке 1.23. Тогда нормальная сила реакции, тангенциальная сила (сила трения) и, соответственно, коэффициент трения могут быть определены следующим образом [87].

Область низких скоростей. Нормальная сила реакции определяется следующим образом:

$$F_N = 4 \int_{-a_1}^{a_2} [G(d - g(\tilde{x})) - \eta V_x g'(\tilde{x})] d\tilde{x} = \frac{4G}{c} \left[d^2 + \frac{1}{2} (cV_x \tau)^2 \right]. \quad (1.54)$$

Тангенциальная сила определяется следующим образом:

$$F_x = -4 \int_{-a_1}^{a_2} g'(\tilde{x}) [G(d - g(\tilde{x})) - \eta V_x g'(\tilde{x})] d\tilde{x} = 4Gc \left[2d(V_x \tau) - \frac{c}{2} (V_x \tau)^2 \right]. \quad (1.55)$$

Соответственно, коэффициент трения равен:

$$\mu = \frac{F_x}{F_N} = c \frac{\left[2 \left(\frac{cV_x \tau}{d} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{cV_x \tau}{d} \right)^2 \right]}{\left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{cV_x \tau}{d} \right)^2 \right]}. \quad (1.56)$$

Область высоких скоростей. Нормальная сила реакции равна:

$$F_N = 4 \int_{-a_1}^0 [G(d - g(\tilde{x})) - \eta V_x g'(\tilde{x})] d\tilde{x} = \frac{4G}{c} \left[\frac{d^2}{2} + cdV_x \tau \right], \quad (1.57)$$

а коэффициент трения в данной области определяется только геометрией индентора:

$$\mu = c = \text{const}. \quad (1.58)$$

Выражая глубину вдавливания d через нормальную силу (1.57) и подставляя ее в (1.56), получаем выражение для коэффициента трения между коническим индентором и кельвиновским основанием во всем диапазоне скоростей скольжения:

$$\mu = \frac{F_x}{F_N} = \begin{cases} c \left[2^{3/2} \psi \sqrt{1 - \psi^2} - \psi^2 \right], & \psi^2 < 1/3 \\ c, & \psi^2 > 1/3 \end{cases}, \quad (1.59)$$

где безразмерный параметр ψ определяется следующим образом:

$$\psi^2 = \frac{2cGV_x^2\tau^2}{F_N} = \frac{2cV_x^2\eta^2}{GF_N}. \quad (1.60)$$

Данный результат был впервые получен в [87]. Таким образом, коэффициент трения в данном случае (без учета температурных эффектов) является функцией безразмерного параметра ψ , значение которого, в свою очередь, зависит от вязкости, модуля сдвига, скорости скольжения, нормальной силы и тангенса угла при вершине конического индентора. Зависимость $\mu(\psi)$ показана на рисунке 1.24.

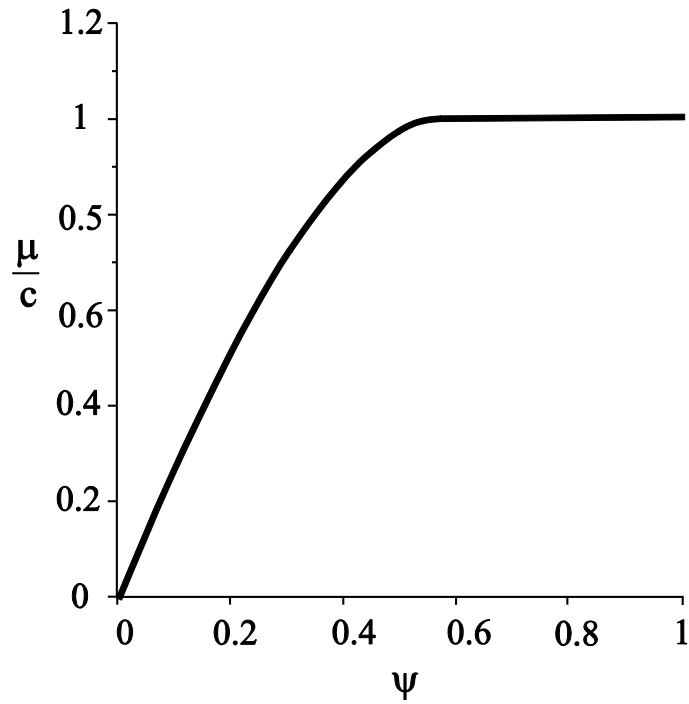


Рисунок 1.24 – Зависимость коэффициента трения для конического индентора, нормированная на градиент образующей конуса c , от безразмерного параметра $\psi = V_x \tau \sqrt{2cG / F_N}$ [87,91].

Как видно из данного рисунка, для значений параметра ψ , превышающих критическое значение $\psi = 1/\sqrt{3}$, коэффициент трения является константой, определяемой только величиной угла при вершине индентора.

Влияние температуры на коэффициент трения между жестким коническим индентором и вязко-упругим основанием учитывалось следующим образом. Как показано в работе [87], метод редукции размерности позволяет эффективно учесть тепловыделение при трении для фрикционных контактов с малым числом Пекле

$$Pe = \frac{V_x a \rho C}{2\kappa} \ll 1, \quad (1.61)$$

где κ – теплопроводность, ρ – плотность, C – удельная теплоемкость среды, a – характерный размер контакта. В рамках указанного приближения удельный тепловой поток между элементом вязкоупругого основания $\Delta \dot{W}$ и бесконечно удаленной точкой в вязко-упругом основании связан с изменением температуры в элементе ΔT следующим выражением [87]:

$$\Delta \dot{W} = 2\kappa \Delta x \Delta T, \quad (1.62)$$

где $\Delta T = T - T_0$, а T_0 – температура вязко-упругого основания на бесконечном удалении от точки контакта. Заметим, что для получения распределение температуры в трехмерной системе из распределения температуры, получаемой в одномерном случае, необходимо использовать интегральное преобразование, описанное в работе [87]. Однако, для качественного оценивания влияния изменения температуры на коэффициент трения может использоваться и распределение температуры в одномерной системе.

При расчете мощности тепловыделения в элементе мы предполагаем, что диссипация энергии имеет место только в демпферах, причем вся энергия, диссипированная в демпферах, преобразуется в теплоту. Отсюда, мощность тепловыделения в одном вязко-упругом элементе определяется следующим образом:

$$\Delta \dot{W} = 4\eta \Delta x \cdot \dot{i}_z^2. \quad (1.63)$$

Выражение для изменения температуры ΔT в элементе получается подстановкой (1.63) в (1.62):

$$\Delta T = \frac{2\eta}{\kappa} \dot{i}_z^2. \quad (1.64)$$

Предполагая, что вязкость зависит от температуры в соответствии с соотношением Аррениуса, запишем:

$$\eta(T) = A_0 \exp\left(\frac{U_A}{k_B T}\right) = A_0 \exp\left(\frac{U_A}{k_B (T_0 + \Delta T)}\right), \quad (1.65)$$

где A_0 – предэкспонентный множитель, U_A – некоторая энергия активации и k_B – постоянная Больцмана. Раскладывая (1.65) в ряд Тейлора относительно температуры и пренебрегая членами выше первого порядка, получаем:

$$\eta(T) \approx A_0 \exp\left(-\frac{U_A}{k_B T_0} - \frac{U_A}{k_B T_0^2} \Delta T\right) = \eta_0 \exp(-\alpha_T \Delta T) \quad (1.66)$$

где η_0 – вязкость материала при начальной температуре материала, α_T – константа, характеризующая влияние температуры на эффективную вязкость материала.

Для конического индентора вертикальная составляющая скорости перемещения каждого элемента, находящегося в контакте с индентором, равна $\dot{i}_z = \pm cV_x$. В соответствии с (1.64), указанное означает, что изменение температуры элементов ΔT постоянно во всей области контакта:

$$\Delta T = \frac{2\eta}{\kappa} c^2 V_x^2. \quad (1.67)$$

Подстановка (1.66) в (1.67) дает нелинейное уравнение, описывающее изменение температуры (величину разогрева) ΔT материала в области контакта с учетом зависимости эффективной вязкости от температуры:

$$\Delta T = \frac{2\eta_0 c^2 V_x^2}{\kappa} \exp(-\alpha_T \Delta T). \quad (1.68)$$

Поскольку, как было показано выше, для конического индентора температура во всей области контакта одинакова, вязкость во всей области контакта также остается постоянной. Данный факт означает, что все соотношения, полученные ранее для материала с температурно-независимой вязкостью, остаются справедливыми и для рассматриваемого случая при условии использования модифицированного значения эффективной вязкости. Введя обозначения

$$\xi = \alpha_T \Delta T, \quad \phi = 2\alpha_T \eta_0 c^2 V_x^2 / \kappa, \quad (1.69)$$

выражение (1.68) может быть переписано в следующей форме:

$$\xi = \phi e^{-\xi}. \quad (1.70)$$

Форма выражения (1.59) для коэффициента трения также остается неизменной при условии замены безразмерного параметра ψ на его «температурно-зависимый» аналог $\tilde{\psi}$ следующим образом:

$$\mu = \mu(\tilde{\psi}) = \begin{cases} c \left[2^{3/2} \tilde{\psi} \sqrt{1 - \tilde{\psi}^2} - \tilde{\psi}^2 \right], & \tilde{\psi}^2 < 1/3 \\ c, & \tilde{\psi}^2 > 1/3 \end{cases}, \quad (1.71)$$

где параметр $\tilde{\psi}$ определяется в соответствии со следующим выражением:

$$\tilde{\psi}^2 = \frac{2cV_x^2\eta^2}{GF_N} = \frac{2cV_x^2\eta_0^2}{GF_N} \exp(-2\xi(\phi)), \quad (1.72)$$

где $\xi(\phi)$ есть решение нелинейного уравнения (1.70). Величина ϕ , определенная в (1.72), может быть выражена через параметр ψ следующим образом:

$$\psi = V_x \eta_0 \sqrt{2c / (GF_N)}, \quad \zeta = \alpha_T c GF_N / (k\eta_0). \quad (1.73)$$

В обозначениях (1.73) уравнение (1.72) может быть записано следующим образом:

$$\tilde{\psi}^2 = \psi^2 \exp(-2\xi(\psi^2\zeta)). \quad (1.74)$$

В соответствии с выражением (1.71), коэффициент трения зависит только от параметра $\tilde{\psi}$. При этом заметим, что переменная ζ , входящая в выражение (1.74), зависит от нормальной силы и не зависит от скорости скольжения, в то время как величина параметра ψ пропорциональна скорости скольжения. Таким образом, параметр ψ характеризует (может рассматриваться как) нормированную скорость скольжения. Выражение (1.74) демонстрирует, что для любого значения переменной ζ значение параметра $\tilde{\psi}$, и, соответственно, значение коэффициента трения, однозначно определяются значением нормированной скорости ψ .

Зависимости коэффициента трения от нормированной скорости скольжения для различных значений параметра ζ показаны на рисунке 1.25. Видно, что рост температуры при больших скоростях скольжения приводит к снижению коэффициента трения. При этом существует некоторое критическое значение параметра $\zeta = \zeta_c$, выше которого плато на зависимости коэффициента трения от скорости не формируется. В рассмотренном случае $\zeta_c \approx 1,1035$.

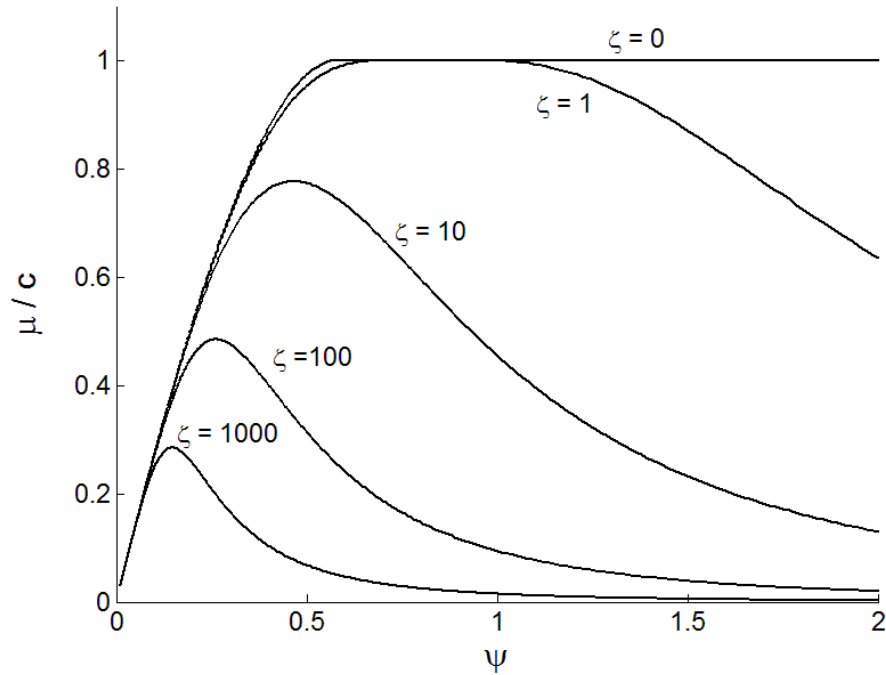


Рисунок 1.25 – Зависимость нормированного коэффициента трения от параметра

$\psi = V_x \eta_0 \sqrt{2c / (GF_N)}$ для конического индентора при различных значениях

$$\zeta = \alpha_T c GF_N / (\kappa \eta_0).$$

Для больших ζ зависимость $\tilde{\psi}(\psi)$ достигает только очень малых значений. Соответственно, выражение (1.71) для коэффициента трения для больших ζ может быть преобразовано в упрощенную форму (исходя из предположения, что $\mu / c \approx 2^{3/2} \tilde{\psi}$):

$$\frac{\mu}{c} \approx 2^{3/2} \psi \exp(-\xi(\psi^2 \zeta)) = 4V_x \eta_0 \sqrt{\frac{c}{GF_N}} \exp\left(-\xi\left(\frac{2\alpha_T \eta_0 c^2 V_x^2}{\kappa}\right)\right). \quad (1.75)$$

В этом случае выражение для коэффициента трения содержит вязкость в качестве множителя и под экспонентой. Это означает, что зависимость логарифма коэффициента трения от логарифма скорости скольжения для различных значений вязкости (соответствующих различным температурам в зоне контакта) будет, сохраняя свою форму, смещаться по горизонтальной и вертикальной оси, как показано на рисунке 1.26.

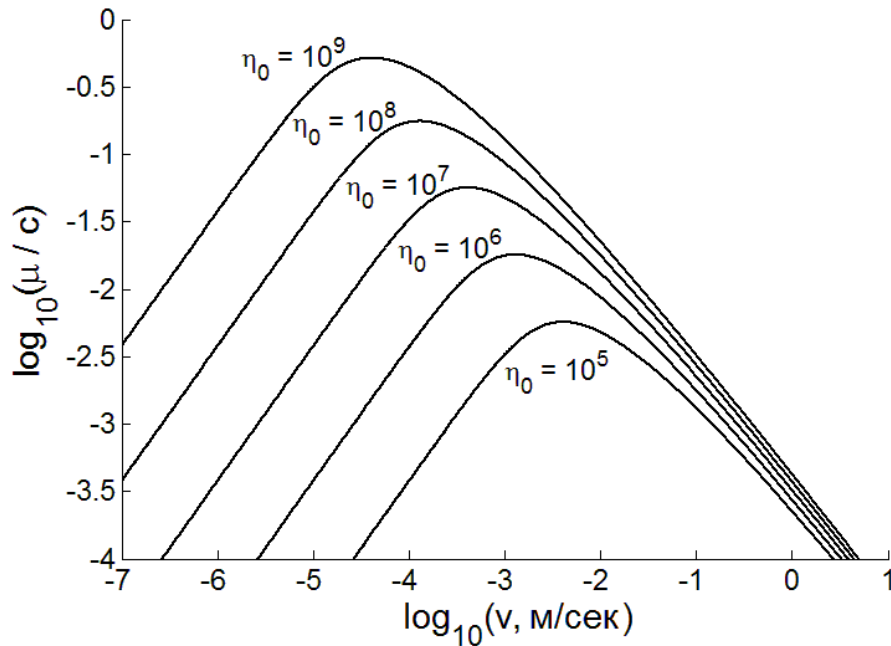


Рисунок 1.26 – Зависимости логарифма коэффициента трения от логарифма скорости скольжения для различных значений вязкости η_0 , соответствующих различным температурам в зоне контакта. Видно, что данные зависимости могут быть сведены к «единой кривой» с использованием сдвигающих множителей по горизонтальной и вертикальной осям.

Сказанное демонстрирует, что известная процедура построения «единой кривой» («master curve») [11] может применяться в данном случае только при введении смещающих множителей как вдоль горизонтальной, так и вдоль вертикальной осей, в отличие от традиционного подхода, предложенного Грошем [11]. Заметим, что указанное обобщение процедуры построения единой кривой необходимо для материалов с сильной зависимостью вязкости от температуры или в высоконагруженных системах с сильным тепловыделением.

Как было показано, например, в работе [35], качественное поведение коэффициента трения для поверхности с фрактальным рельефом и в рамках модели «единственного контакта» (т.н. «one-asperity-model»), являются сходными. Таким образом, полученные выше оценки для коэффициента трения материалов с вязкостью, зависящей от температуры, применимы для понимания процессов,

происходящих в реальных системах при контакте эластомера с фрактальной шероховатой поверхностью.

1.10 Изучение процесса износа на основе метода редукции размерности

Одним из аспектов контактного взаимодействия является износ контактирующих поверхностей. Износ представляет собой неизбежную и наиболее часто встречающуюся причину выхода из строя деталей машин и механизмов, которые эксплуатируются в условиях контакта с трением. Режим износа определяется множеством параметров и условий [33], таких как физико-механические свойства материалов в паре трения, скорость скольжения и давление в контакте, температура в области контакта и в глубине материала и т.д. Вариация указанных параметров может приводить к изменению значения коэффициента износа на порядки величины [132].

При решении контактной задачи с износом (износоконтактной задачи) необходимо рассчитывать напряжения в контакте (нормальные и тангенциальные), а также рассчитывать изменение формы контактирующих тел в процессе изнашивания в каждый момент времени [33]. Уравнение для скорости износа $\Delta I(r)$, которая может интерпретироваться как скорость локального необратимого изменения профиля контакта $I(r)$, его размера либо массы контактирующих тел, называется законом изнашивания. Данное уравнение устанавливает взаимосвязь между скоростью износа, материальными параметрами и контактными характеристиками, такими как давление в контакте, скорость относительного проскальзывания [33] и т.д.

Теоретическое описание процесса износа зачастую базируется на приближении, в рамках которого объем материала, удаляемый с контактирующих поверхностей в процессе изнашивания, считается пропорциональным количеству диссипировавшей энергии и обратно пропорциональным твердости σ_0 материала. Данное приближение было впервые сформулировано Рейе в работе [133], где

интенсивность износа полагалась пропорциональной произведению нормального давления и скорости скольжения.

В работе Хрущева и Бабичева была предложена теория абразивного изнашивания [134, 33], в рамках которой поверхность материала представляется как набор жестких шероховатостей различной высоты, а интенсивность износа оказывается пропорциональной давлению в контакте. В моделях, рассматривающих разрушение срезом в качестве механизма износа, закон изнашивания имеет вид $\Delta I(r) \sim GP(r)$, где G – модуль сдвига [135]. Более сложные законы изнашивания, учитывающие влияние температуры и химические превращения в зоне контакта, рассмотрены, в частности, в работах [136,137].

В настоящей работе для описания износа использовано соотношение, предложенное в работах [134,138], исходя из предположения о прямой пропорциональности между скоростью износа и работой сил трения. Данное соотношение, являясь, несомненно, упрощением, позволяет адекватно описывать износ широкого класса пар трения в широком диапазоне параметров нагружения [138]. В локальной форме данное соотношение может быть записано следующим образом:

$$\Delta I(r) = \frac{k_{wear}}{\sigma_0} \tau(r) (\Delta u_x^{(0)} - \Delta u_x^{(3D)}(r)). \quad (1.76)$$

где $\Delta I(r)$ – локальное изменение трехмерного профиля $I(r)$; r – полярный радиус в плоскости контакта; $u_x^{(0)}$ – относительное тангенциальное перемещение; $u_x^{(3D)}(r)$ – относительное тангенциальное перемещение за счет упругой деформации среды; $\tau(r)$ – касательное напряжение в плоскости контакта; символ Δ означает приращение соответствующей величины за один шаг пространственного перемещения. Заметим, что в выражении (1.76) параметры, определяющие скорость изнашивания, включены в эмпирический безразмерный коэффициент износа k_{wear} .

Как правило, процесс износа, описываемый выражением (1.76), является устойчивым, поскольку в областях контакта, подверженных более высоким

значениям нормального давления износ происходит быстрее, что в целом приводит к выравниванию давления во всей области контакта. При этом необходимо явным образом учитывать изменение площади и размера контакта [139].

В работе предложена модель износа, основанная на методе редукции размерности, использующая для описания динамики изменения профиля изнашиваемого тела соотношение (1.76). Для тел вращения данная модель позволяет получить точное решение контактной задачи, соответствующее решениям Галина и Снеддона [24,64].

Как и ранее, трехмерный профиль индентора $I(r)$ преобразуется в одномерный профиль $g(x)$ при помощи преобразования (1.1). Полученный одномерный профиль вдавливается в основание на глубину d . В данном случае материал основания считается абсолютно упругим. Само основание моделируется набором пружин с нормальными и тангенциальными жесткостями, определяемыми выражениями (1.3)-(1.5). Вертикальное перемещение каждой пружины дается следующим выражением:

$$u_z(x) = d - g(x). \quad (1.77)$$

Сила реакции для каждой пружины вычисляется следующим образом:

$$F_z(x) = E^* \Delta x (d - g(x)). \quad (1.78)$$

Отсюда, полагая, как и ранее, пространственный размер каждой пружины равным Δx , получаем линейную плотность силы реакции:

$$q_z(x) = \frac{F_z(x)}{\Delta x} = E^* u_z(x) = E^* (d - g(x)). \quad (1.79)$$

Радиус a контакта индентора и упругого основания определяется из следующего условия:

$$g(a) = d. \quad (1.80)$$

При этом полная нормальная сила реакции, действующая на индентор, определяется как сумма сил реакции со стороны каждого элемента упругого основания в области контакта:

$$F_z^{total} = 2E^* \int_0^a (d - g(x)) dx. \quad (1.81)$$

В соответствии с правилами метода редукции размерности, распределение нормального давления $P(r)$ в трехмерной области контакта может быть получено на основе заданного распределения линейной плотности силы реакции (1.79) при помощи следующего интегрального преобразования [81,63]:

$$P(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^\infty \frac{q_z'(x)}{\sqrt{x^2 - r^2}} dx = \frac{E^*}{\pi} \int_r^a \frac{g'(x)}{\sqrt{x^2 - r^2}} dx. \quad (1.82)$$

При моделировании фреттинга (износа в режиме периодических тангенциальных осцилляций) распределение касательных напряжений получается следующим образом:

$$\tau(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^\infty \frac{q_x'(x) dx}{\sqrt{x^2 - r^2}} = -\frac{G^*}{\pi} \int_r^\infty \frac{u_x'(x) dx}{\sqrt{x^2 - r^2}}. \quad (1.83)$$

а распределение относительных перемещений элементов индентора рассчитывается с учетом наличия упругой составляющей перемещения:

$$\begin{aligned} \Delta u_x(x) &= \Delta u_x^{(0)}, \text{ если } |k_x u_x(x)| < \mu f_z, \\ u_x(x) &= \pm \frac{\mu f_z(x)}{k_x}, \text{ при проскальзывании,} \end{aligned} \quad (1.84)$$

где μ – задаваемый в качестве параметра коэффициент трения между индентором и основанием. Заметим, что в рамках рассматриваемой постановки задачи шероховатость поверхности контакта между основанием и индентором явным образом не задается, а моделируется путем задания величины коэффициента трения μ , определяемого, в свою очередь, процессами, протекающими на микроскопическом масштабном уровне.

При описании износа в режиме gross-slip (в режиме продолжительного скольжения) соотношение (1.83) может быть упрощено в предположении, что касательные напряжения прямо пропорциональны нормальному давлению:

$$\tau(r) = \mu P(r). \quad (1.85)$$

В соответствии с указанным предположением, в режиме gross-slip тангенциальное смещение индентора определяется следующим образом:

$$\Delta u_x(x) = \Delta u_x^{(0)} - \mu F_z(x) / k_x. \quad (1.86)$$

Распределение относительных тангенциальных перемещений в трехмерной области контакта получается путем преобразования (2.2) от распределения смещений в одномерной области (1.86) [63]:

$$\Delta u_x^{(0)} - \Delta u_x^{(3D)}(r) = \frac{2}{\pi} \int_0^r \frac{\Delta u_x(x) dx}{\sqrt{r^2 - x^2}}. \quad (1.87)$$

Полученные выше в рамках метода редукции размерности результаты представляют собой точное решение соответствующей трехмерной задачи. Как было показано Галиным [24], преобразование (1.1) устанавливает эквивалентность между трехмерной контактной задачей и одномерным контактом с упругим основанием. Точные распределения напряжений, перемещений и т.д. могут быть восстановлены из решения одномерной задачи при помощи соответствующих интегральных преобразований (см., например, работу [64]). Описанный подход может быть применен для любых контактных задач, которые могут быть сведены к нормальной контактной задаче.

Проведена верификация построенной модели путем сравнения полученных результатов с результатами моделирования износа в трехмерной постановке методом конечных элементов. Показано, что модель, основанная на методе редукции размерности, обладает значительно более высоким быстродействием, по сравнению с методом конечных элементов [140].

Верификация построенной модели проводилась совместно с научной группой М. Ciavarella (Политехнический университет г. Бари, Италия) путем сравнения распределений нормальных давлений, а также зависимостей радиуса контакта от длины пути скольжения в режиме gross-slip, полученных в построенной модели и при моделировании износа методом конечных элементов в трехмерной постановке задачи [140]. Было проведено моделирование износа трехмерной сферы при ее трении о плоскую жесткую поверхность с заданным

коэффициентом трения в программном пакете ANSYS методом конечных элементов с использованием процедуры, описанной в [141]. Было получено распределение давлений в области контакта для различных времен износа (соответствующих различному пройденному пути скольжения), также были получены зависимости радиуса контакта от времени (см. рисунок 1.27 и рисунок 1.28).

Как видно из рисунка 1.27, распределения давлений в области контакта, полученные в рамках метода редукции размерности и метода конечных элементов, совпадают (заметим, что на данном рисунке давления нормированы на величину давления в центре области контакта P_{0H}). Также, совпадают и зависимости радиуса контакта a (отнесенного к начальному радиусу контакта a_0) от длины пути скольжения U (рисунок 1.28). Здесь U_0 – длина пути скольжения, необходимая для достижения глубины износа, сравнимой с начальной глубиной вдавливания индентора в упругое основание d_0 :

$$U_0 = \frac{\pi \sigma_0 a_0^2 d_0}{k_{wear} \mu F_N} . \quad (1.88)$$

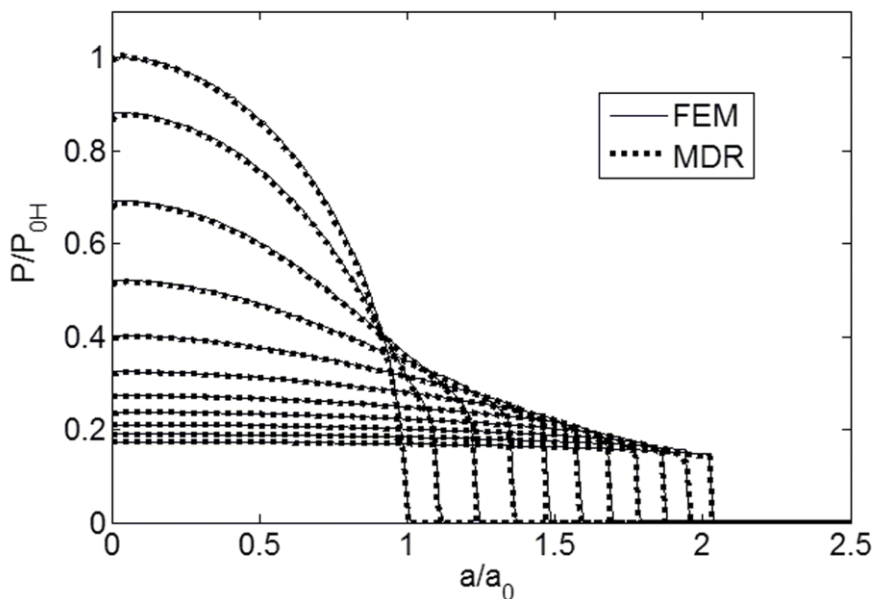
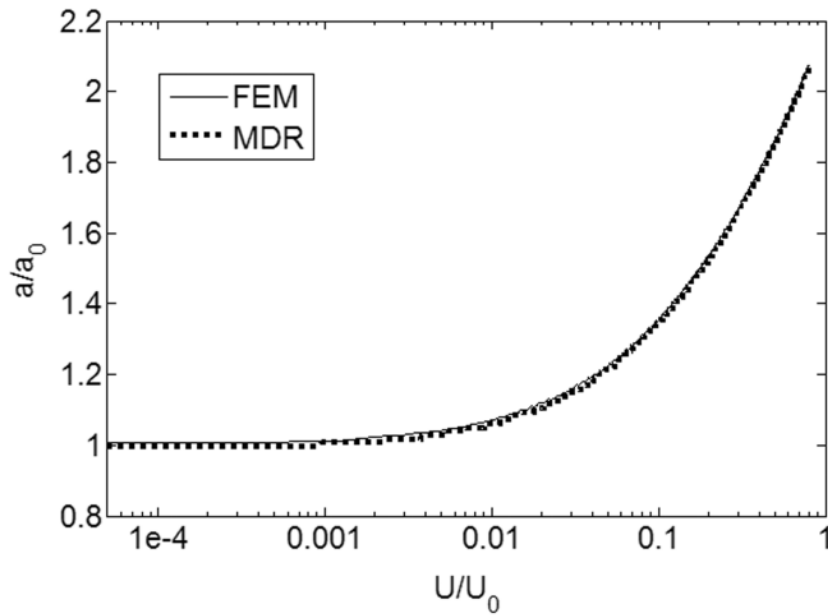


Рисунок 1.27 – Распределения нормального давления, полученные в построенной одномерной модели и в трехмерной конечно-элементной модели.



б)

Рисунок 1.28 – Зависимости радиуса контакта от нормированной длины пути скольжения в одномерной модели и в трехмерной конечно-элементной модели.

Важным вопросом, определяющим практическую применимость построенной модели, является скорость сходимости результатов моделирования по мере уменьшения пространственного размера элемента моделируемой области, или, иными словами, по мере увеличения количества пространственных шагов в моделируемой области заданного размера. Параметрическое исследование сходимости показало, что получаемые распределения давлений и трехмерные профили изношенного индентора изменяются незначительно при уменьшении пространственного размера элемента. Численная сходимость результатов (отсутствие их дальнейшего изменения) достигается при количестве элементов в моделируемой области около $N = 800$ (см. рисунок 1.29).

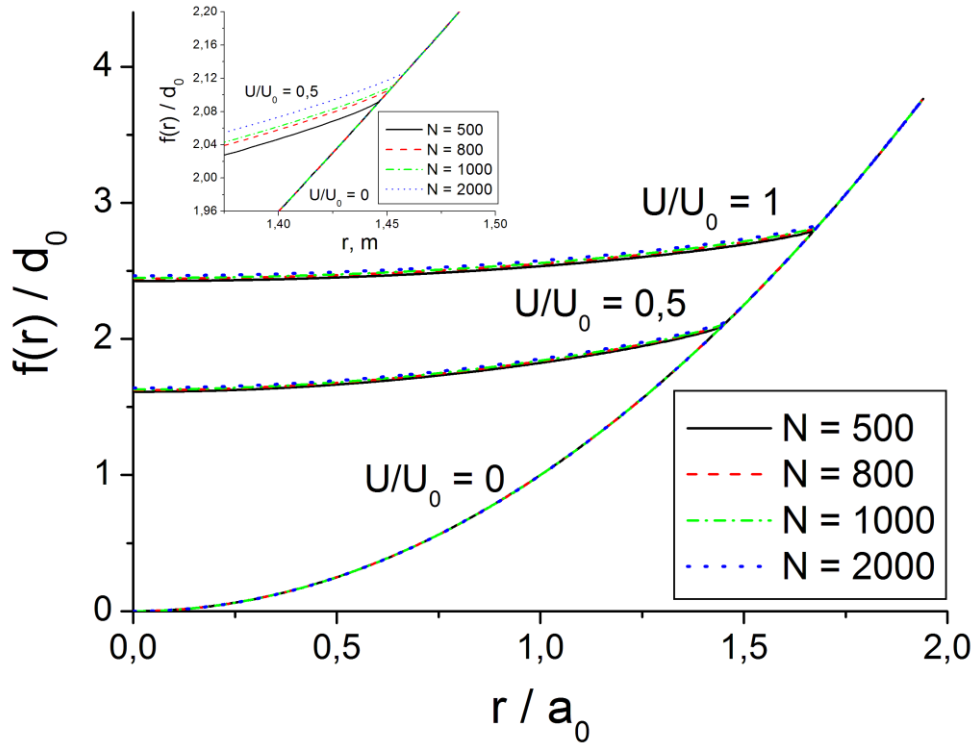


Рисунок 1.29 – Профили изношенного параболического индентора для различного количества элементов N моделируемой поверхности.

Построенная модель может быть использована как для изучения износа в режиме продолжительного скольжения (режим «gross-slip»), так и в режиме фреттинга [84,85]. При этом для вычисления распределения касательных напряжений вместо упрощенного соотношения (1.85) следует использовать интегральное преобразование (1.83).

Для индентора, осциллирующего с амплитудой U_0^{osc} , характерный объем износа за один цикл составляет величину порядка $\Delta l \approx \frac{k}{\sigma_0} \frac{\mu F_N}{\pi a_0^2} U_0^{osc}$; при этом, глубина износа достигнет величины порядка глубины вдавливания d_0 за количество циклов N_0 , которое может быть оценено следующим образом:

$$N_0 = \frac{d_0}{\Delta l} = \frac{\pi a_0^2 d_0 \sigma_0}{k \mu F_N U_0^{osc}}. \quad (1.89)$$

Далее для удобства анализа мы будем оперировать нормированным количеством циклов, рассчитываемым следующим образом:

$$\tilde{N} = \frac{N}{N_0}. \quad (1.90)$$

Для осцилляций, амплитуда которых не превышает величины μd_0 , область контакта разделяется на области схватывания «stick» и проскальзывания «slip» [140,142-145]. Износ будет иметь место только за пределами области схватывания, при этом, если продолжительное скольжение отсутствует, процесс износа будет завершаться так называемым состоянием «shakedown», после достижения которого (иными словами, после формирования некоторого «финального» профиля индентора) износ будет прекращаться [143,146]. Заметим, что существуют также иные подходы к рассмотрению явления безызносности, в частности, основанные на предположении о балансе процессов отделения микрочастиц и их сваривания с поверхностями контактирующих тел, избирательного переноса металлов при трении и др [147].

Рассмотрим износ трехмерного параболического индентора, исходный профиль которого задается следующим образом: $I_0(r) = r^2 / (2R)$, где R – радиус кривизны. Соответствующий одномерный профиль, согласно преобразованию (1.1), задается выражением $g_0(r) = x^2 / R$. Исходный радиус контакта есть $a_0 = \sqrt{d_0 R}$. Амплитуда тангенциальных осцилляций выбиралась таким образом, чтобы начальный радиус области схватывания составлял $c = 0,4a_0$. Эволюция профиля индентора с увеличением количества циклов износа показана на рисунке 1.30.

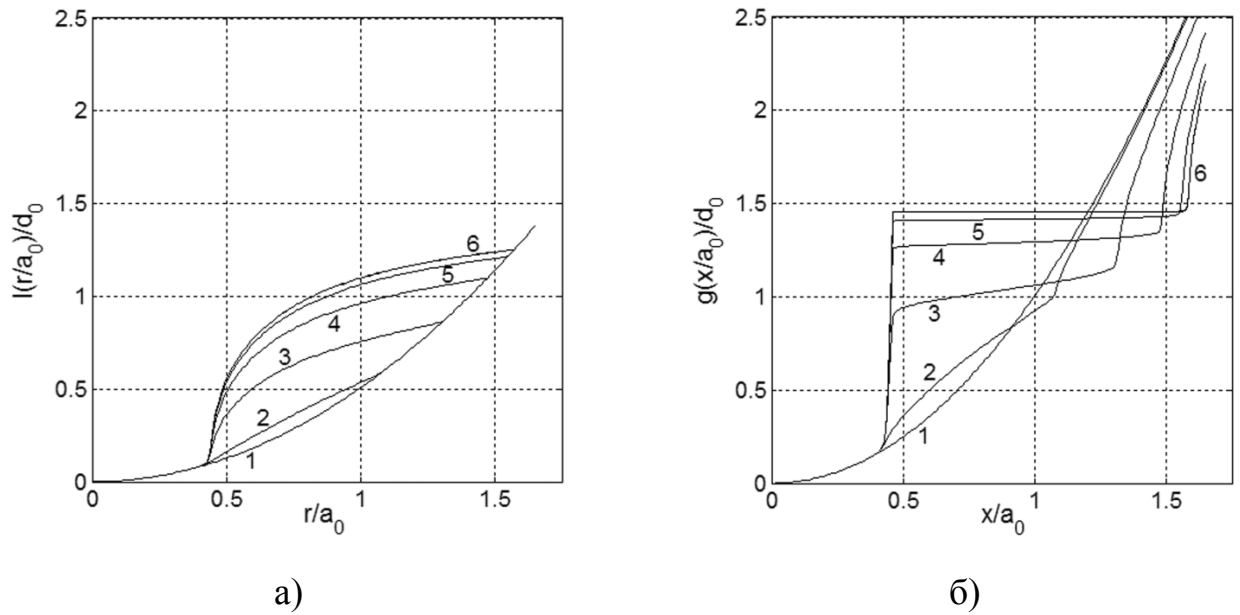


Рисунок 1.30 – Эволюция трехмерного профиля параболического индентора при износе в режиме фреттинга (а). Эволюция соответствующего одномерного изображения профиля индентора (б). Кривая (1) соответствует начальному профилю индентора, кривые (2)-(6) соответствуют следующим нормированным значениям количества циклов: (2) $\tilde{N} = 0,04$; (3) $\tilde{N} = 0,16$; (4) $\tilde{N} = 0,36$; (5) $\tilde{N} = 0,64$; (6) $\tilde{N} = 1$.

Как показано в работе [145], при износе в режиме фреттинга распределения нормальных и сдвиговых напряжений имеют особенности (разрывы) вблизи края изношенной области индентора. В рамках предложенного численного алгоритма применяется сглаживание производных функций $P(r)$ и $\tau(r)$, что позволяет избежать численной неустойчивости расчета и подавить нефизичные осцилляции на профиле индентора. В результате, как показано на рисунке 1.31а и рисунке 1.31б, сингулярности на профилях нормальных и касательных напряжений преобразуются в пики конечной высоты.

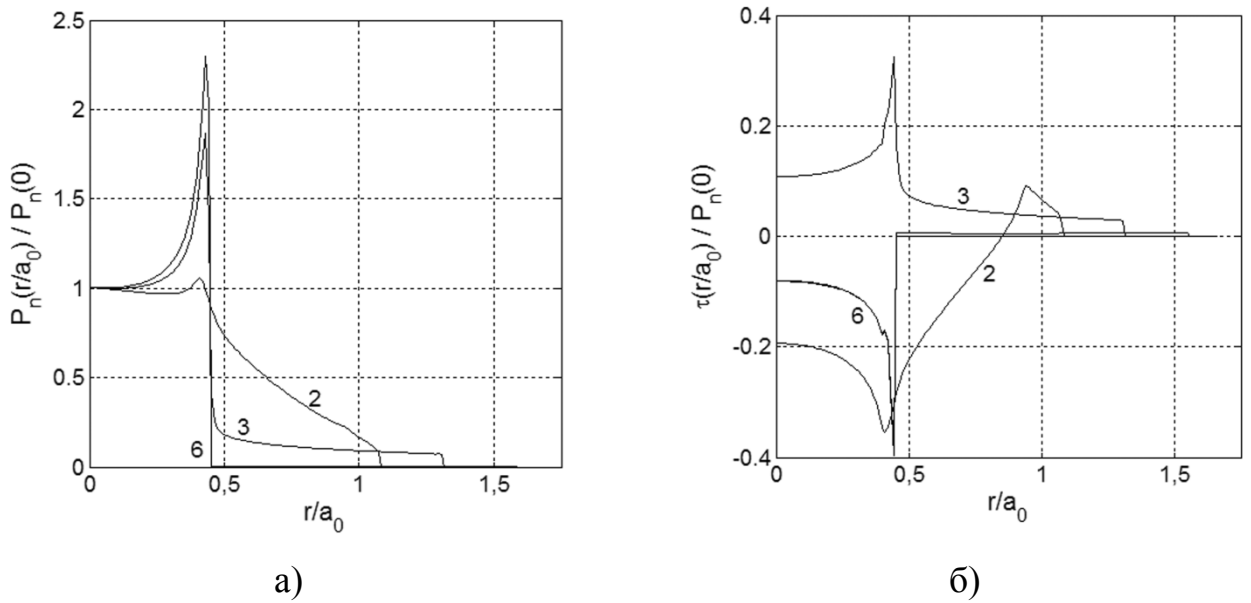


Рисунок 1.31 – Эволюция профилей а) нормального давления $P(r/a_0)$ и б) касательных напряжений $\tau(r/a_0)$. $P(0)$ – значение нормального давления на оси симметрии. Кривая (1) соответствует начальному профилю индентора, кривые (2)-(6) соответствуют следующим нормированным значениям количества циклов: (2) $\tilde{N} = 0,04$; (3) $\tilde{N} = 0,6$; (4) $\tilde{N} = 0,36$; (5) $\tilde{N} = 0,64$; (6) $\tilde{N} = 1$.

Как было отмечено ранее, в рамках предложенного подхода возможно моделирование износа инденторов, представляющих собой различные тела вращения. Так, для трехмерного конуса, исходный профиль которого задается выражением $I_0(r) = r \tan \theta$, соответствующий одномерный профиль имеет вид

$g_0(r) = \frac{\pi}{2} |x| \tan \theta$. В этом случае исходный радиус контакта определяется

соотношением $a_0 = \frac{2}{\pi} \frac{d_0}{\tan \theta}$. При моделировании износа конического индентора

амплитуда осцилляций подбиралась таким образом, чтобы начальный радиус области контакта, в которой отсутствует проскальзывание («stick region») был равен $c = 0,4a_0$. Эволюция профиля конического индентора по мере увеличения количества циклов нагружения приведена на рисунке 1.32.

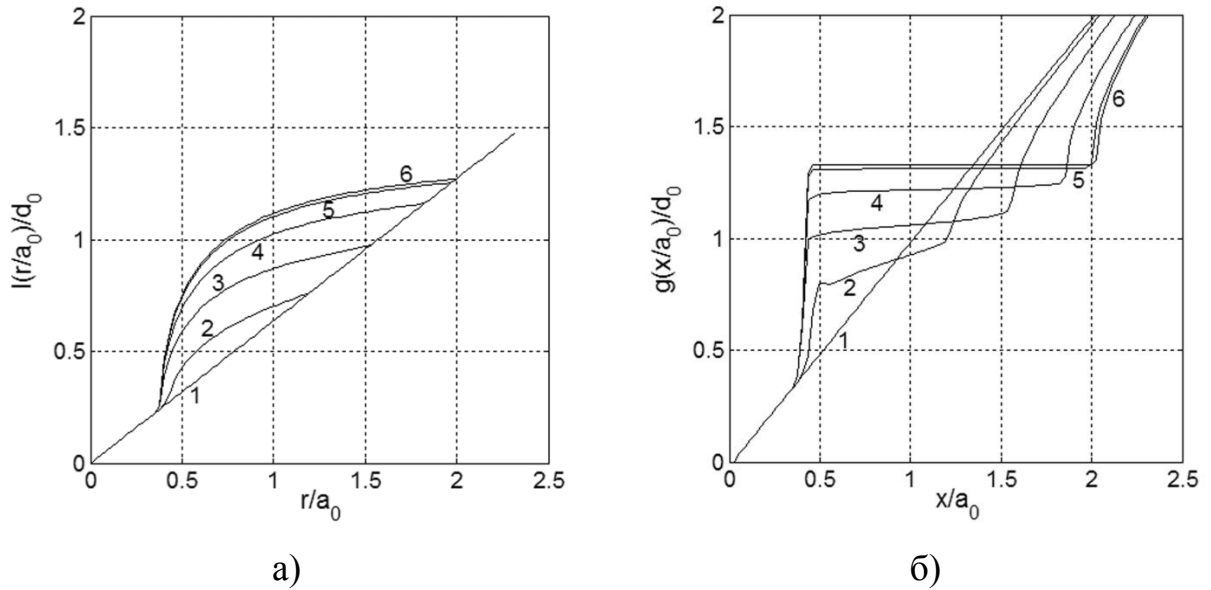


Рисунок 1.32 – Эволюция трехмерного профиля конического индентора при износе в режиме фреттинга (а). Эволюция соответствующего одномерного профиля (б). Кривая (1) соответствует начальному профилю, кривые (2)-(6) соответствуют следующему количеству циклов: (2) $\tilde{N} = 0,1$; (3) $\tilde{N} = 0,4$; (4) $\tilde{N} = 0,9$; (5) $\tilde{N} = 1,6$; (6) $\tilde{N} = 2,5$.

Для сравнения результатов моделирования с аналитической оценкой профиля изношенного индентора было проведено моделирование износа при постоянной глубине вдавливания d , в отличие от предыдущих расчетов, в которых фиксировалась нормальная нагружающая сила F_N . При этом становится возможным построение аналитической оценки профиля изношенного индентора в режиме «shakedown» (предельный износ) и сравнение данной оценки с профилем индентора, полученным при численном моделировании износа методом редукции размерности. Указанная аналитическая оценка была получена в работе [146].

Радиус «зоны схватывания», т.е. области, в которой относительное проскальзывание между индентором и подложкой отсутствует, для параболического индентора может быть оценен следующим образом:

$$c = \sqrt{R \left(d - \frac{G^*}{E^*} \frac{u_x^{(0)}}{\mu} \right)}. \quad (1.91)$$

В свою очередь, предельный трехмерный профиль изношенного индентора описывается следующим выражением:

$$I_{\infty}(r) = \begin{cases} r^2 / 2R, & 0 < r < c \\ d - \frac{2}{\pi} \left(d - \frac{r^2}{2R} \right) \arcsin \frac{c}{r} - \frac{rc}{\pi R} \sqrt{1 - \left(\frac{c}{r} \right)^2}, & c < r < a \end{cases}. \quad (1.92)$$

Нормируя вертикальную координату на глубину вдавливания d_0 и горизонтальную координату на начальное значение радиуса контакта a_0 , выражение (1.92) преобразуем к следующему безразмерному виду:

$$\tilde{I}_{\infty}(\tilde{r}) = \begin{cases} \tilde{r}^2 / 2R, & 0 < \tilde{r} < \tilde{c} \\ 1 - \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{\tilde{r}^2}{2} \right) \arcsin \frac{\tilde{c}}{\tilde{r}} - \frac{\tilde{r}\tilde{c}}{\pi} \sqrt{1 - \left(\frac{\tilde{c}}{\tilde{r}} \right)^2}, & \tilde{c} < \tilde{r} < \tilde{a} \end{cases} \quad (1.93)$$

Заметим, что данная безразмерная форма зависит от единственного параметра $\tilde{c} \in (0;1)$. Радиус контакта и, соответственно, радиус изношенной области может быть определен из условия $\tilde{I}_{\infty}(\tilde{a}) = \tilde{I}_0(\tilde{a})$:

$$1 - \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{\tilde{a}^2}{2} \right) \arcsin \frac{\tilde{c}}{\tilde{a}} - \frac{\tilde{a}\tilde{c}}{\pi} \sqrt{1 - \left(\frac{\tilde{c}}{\tilde{a}} \right)^2} = \frac{\tilde{a}^2}{2}. \quad (1.94)$$

Сравнение результатов численного моделирования с аналитической оценкой (1.93) проводилось следующим образом. Исходный трехмерный профиль параболического индентора, как и ранее, описывался выражением $I_0(r) = r^2 / (2R)$, где R – радиус кривизны. Соответствующее одномерное изображение исходного профиля, построенное согласно преобразованию (1.1), имеет вид $g_0(r) = x^2 / R$, исходный радиус контакта есть $a_0 = \sqrt{d_0 R}$. Амплитуда тангенциальных осцилляций подбиралась таким образом, чтобы радиус области контакта без проскальзывания был равен $c = 0,4a_0$. Эволюция профиля параболического индентора при износе с постоянной глубиной вдавливания показана на рисунке 1.33.

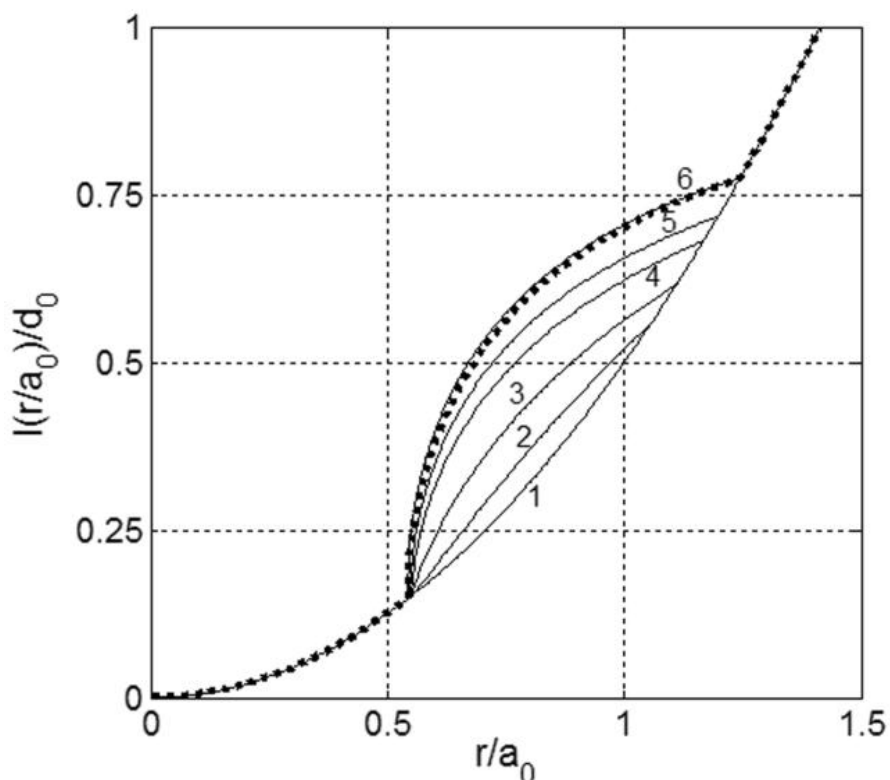


Рисунок 1.33 – Эволюция трехмерного профиля параболического индентора при износе с постоянной глубиной вдавливания. Кривая 1 соответствует начальному профилю, кривые 2-6 соответствуют следующему количеству циклов: (2) $\tilde{N} = 0,1$; (3) $\tilde{N} = 0,4$; (4) $\tilde{N} = 0,9$; (5) $\tilde{N} = 1,6$; (6) $\tilde{N} = 2,5$. Точками показана аналитическая оценка (1.93) профиля индентора в состоянии предельного износа.

Как видно из рисунка. 1.33, профиль параболического индентора при предельном износе, полученный путем численного моделирования методом редукции размерности, хорошо согласуется с аналитической оценкой.

Развитый метод допускает моделирование износа профилей сложной формы, что актуально для изучения эволюции профилей предварительно изношенных деталей при их дальнейшей эксплуатации. Данная возможность продемонстрирована на примере моделирования износа параболического индентора, подвергнутого предварительному износу, что моделировалось путем формирования «затупленного» конца индентора (см. рисунок 1.34).

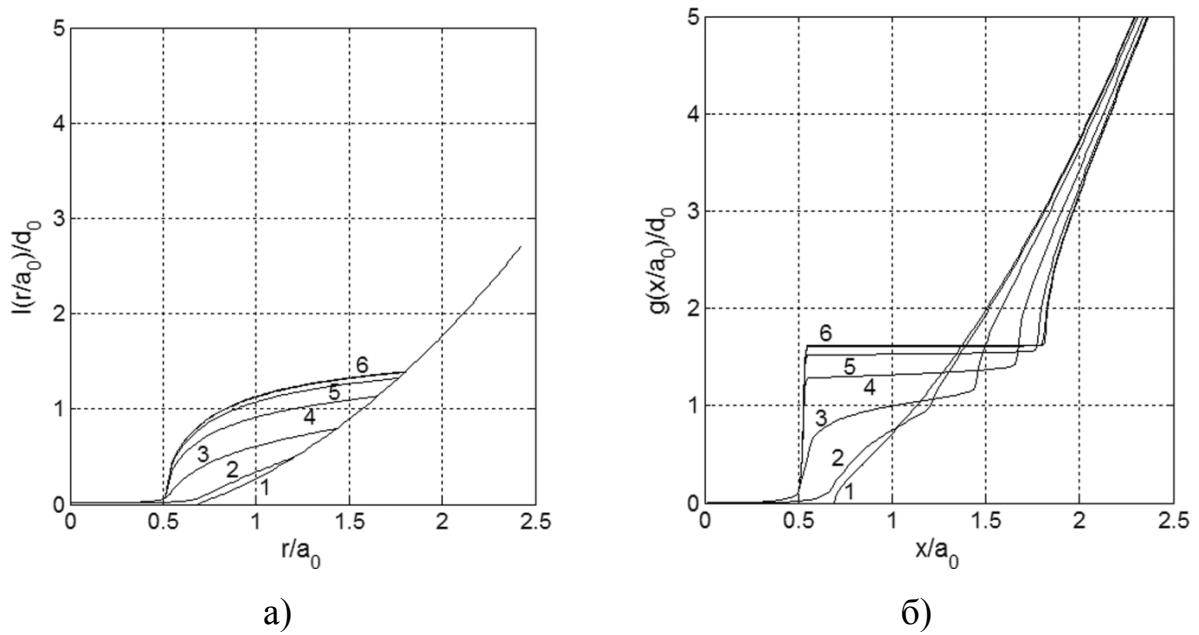


Рисунок 1.34 – Эволюция трехмерного профиля изначально изношенного параболического индентора (а). Эволюция соответствующего одномерного профиля (б). Кривая 1 соответствует начальному профилю, кривые 2-6 соответствуют следующему количеству циклов: (2) $\tilde{N} = 0,1$; (3) $\tilde{N} = 0,4$; (4) $\tilde{N} = 0,9$; (5) $\tilde{N} = 1,6$; (6) $\tilde{N} = 2,5$.

В рамках данной задачи рассматривается только износ индентора, при этом контртело (плоская поверхность) считается не подверженным износу. Данное приближение является реалистичным во многих практических случаях, например, при расчете износа легко заменяемых узлов и деталей (подшипников, тормозных колодок и др.). Однако, в более общей постановке, например, для моделирования широко известного теста на изнашивание индентора на диске (тест «pin-on-disk»), необходимо рассмотрение пары материалов со сравнимыми значениями коэффициента износа [142], что требует проведения дальнейших исследований.

Предложенный подход позволяет моделировать, в том числе, тела вращения произвольной формы, профиль которых описывается полиномами или любым другим конечным набором функций. По сравнению с решением аналогичной трехмерной задачи методом конечных элементов, предложенный подход работает значительно быстрее. При этом вычислительная стабильность работы

построенной модели обеспечивается выбором шага по времени такого, чтобы исключить численную неустойчивость и неизменность результатов при дальнейшем уменьшении шага по времени.

1.11 Заключение к главе 1

1. Построен численный алгоритм вычисления коэффициента трения между эластомером с произвольной линейной реологией и жестким шероховатым контртелом с фрактальным профилем шероховатости в рамках метода редукции размерности. Данный алгоритм применим как для моделирования стационарного режима скольжения, так и скольжения с переменными скоростью и нормальной силой. Проведена верификация построенного алгоритма путем сравнения получаемой зависимости коэффициента трения от скорости с соответствующей аналитической оценкой.

2. Показано, что осцилляции нормальной силы при контакте эластомера с жесткой шероховатой поверхностью могут приводить к снижению величины коэффициента трения. При этом минимальное значение коэффициента трения достигается при частоте осцилляций равной $f_0 = v_x / \lambda$, где λ – характерная длина волны профиля шероховатой поверхности.

3. Построена обобщенная зависимость коэффициента трения в контакте вязко-упругого материала, описываемого моделью Кельвина, и жестким контртелом с фрактальным профилем поверхности в стационарном режиме скольжения. Данная обобщенная зависимость включает в себя физико-механические свойства материала, параметры нагружения и фрактального профиля поверхности.

4. Показано, что для вязко-упругих материалов закон Амонтона выполняется лишь в узком диапазоне значений скорости скольжения и нормальной силы – в области плато зависимости коэффициента трения от скорости скольжения. За пределами этого диапазона коэффициент трения не является постоянной величиной и существенным образом зависит от значений скорости скольжения и нормальной силы. Фундаментальной причиной данного

эффекта является зависимость характерной величины градиента профиля поверхности ∇z (который является одной из характеристик шероховатости поверхности) от глубины вдавливания жесткого контртела в эластомер, а также зависимость ∇z от средней длины контакта между эластомером и контртелом. Последнее утверждение позволяет сделать предположение об универсальном характере выявленного эффекта и его определяющей роли при трении в широком классе систем.

5. Путем прямого численного моделирования, а также на основе аналитических оценок показано, что величина среднего градиента профиля поверхности на пятнах контакта определяется участками спектральной плотности профиля поверхности в области наименьших и наибольших значений волновых векторов, и практически не зависит от средней части спектральной плотности. Последнее позволяет сделать вывод о двухмасштабной природе силы трения, которая определяется величинами шероховатости на микроуровне и макроскопическим рельефом контактирующих поверхностей.

6. Показано, что коэффициент трения между коническим индентором и вязко-упругим Кельвиновским основанием с экспоненциальной зависимостью вязкости от температуры является функцией только двух безразмерных переменных, составленных из физико-механических свойств материала и параметров нагружения: $\psi = V_x \eta_0 \sqrt{2c / (GF_N)}$ и $\zeta = \alpha_T c GF_N / (k \eta_0)$. Общий вид зависимости коэффициента трения от скорости скольжения полностью определяется значением параметра $\zeta = \alpha_T c GF_N / (k \eta_0)$.

7. Развита модель износа для абсолютно жесткого тела вращения, находящегося в контакте с упругим основанием. Данная модель может применяться для моделирования износа как в режиме малых осцилляций (фреттинга), так и в режиме продолжительного скольжения. Продемонстрирована адекватность данной модели путем сравнения получаемых результатов с аналитическими оценками профиля изношенного тела и оценками профиля,

полученными путем прямого моделирования износа методом конечных элементов в трехмерной постановке.

Развитые в данной главе модели процессов трения и износа обладают рядом существенных ограничений, обусловленных исходным положением, выбранным при формулировке данных моделей, а именно, предположением о локальности процессов, происходящих при взаимодействии элементов контактирующих тел (например, индентора с подложкой). Указанная постановка «генетически» оставляет за рамками рассмотрения ряд диссипативных процессов, по своей физической природе являющихся нелокальными, в том числе, пластическую деформацию материала и массоперенос вещества в зоне контакта и в объеме контактирующих тел. Для учета данных явлений необходимо дальнейшее развитие методов численного моделирования с целью описания взаимодействия многофазных упруго-пластических материалов и сред.

2. РАЗВИТИЕ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ИЗУЧЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ И РАЗРУШЕНИЯ МНОГОФАЗНЫХ СРЕД

2.1 Введение

Применение метода редукции размерности ограничено определенным классом задач, в том числе, приближением однородности структуры контактирующих материалов и сред [62, 63]. В рассмотренных выше задачах нелинейность отклика была обусловлена диссипацией механической энергии за счет вязкости твердого тела. В то же время, нелинейность отклика при контактном взаимодействии может быть обусловлена другими факторами, в том числе диссипацией, вызванной массопереносом вещества в объеме материала. Вклад данного механизма в диссипацию становится определяющим при контактном взаимодействии пористых флюидонасыщенных сред.

В настоящей главе описана развитая модель механического отклика и разрушения пористых флюидонасыщенных сред. Одним из важнейших факторов, определяющих механический отклик пористых сред (к которым относятся, в том числе, биологические ткани, геологические среды, полимерные материалы технического назначения и т.д.), является наличие в поровом пространстве газообразной и/или жидкой фазы [148,149]. Во всех случаях значительную роль играют как реакция со стороны данной (данных) фаз на изменение объема порового пространства вследствие деформирования твердого каркаса, так и возможность движения (фильтрационного переноса) жидкости или газа в связанной системе пор и каналов в каркасе [51].

Для описания поведения указанного класса сред в настоящей работе предложен гибридный подход, органично сочетающий в себе возможности описания как деформации и разрушения твердофазного пористого каркаса, так и механического отклика заполняющего поровый объем флюида (жидкого или газообразного) и транспорта флюида в системе каналов и пор. В дальнейшем для простоты и общности излагаемого материала будем называть жидкость или газ,

находящиеся в поровом объеме, флюидом, а среду, содержащую флюид – флюидонасыщенной средой, безотносительно конкретного агрегатного состояния флюида. В тех случаях, когда это необходимо, будем отдельно указывать, о жидкости или о газе идет речь.

Существующие способы учета в теоретических моделях многомасштабной структуры твердого тела, такие как явное задание структуры тела ансамблем конечных элементов [152] или частиц [11,67,149,153-155], неявный учет границ раздела в среде при помощи введения «эффективного» третьего тела ([156] и др.), в полной мере применимы к «классическим» гетерогенным материалам, все компоненты которых находятся в одном агрегатном состоянии, а влияние несплошностей (пор и трещин) сводится к наличию свободных внутренних поверхностей. В то же время существует целый класс флюидонасыщенных контрастных гетерогенных материалов и сред, в которых поля напряжений и деформаций определяются как внешними механическими нагрузками, так и внутренними источниками, например, давлением флюида [157]. Структура таких сред представляет собой твердофазный остов (каркас), содержащий полости, заполненные жидкостью, газом или их смесью [158-162].

Известно, что большинство гетерогенных флюидонасыщенных материалов демонстрируют упруго-пластическое поведение. Описание механического отклика таких сред требует применения соответствующих моделей пластичности [163]. Так, для описания упруго-пластического поведения мелкозернистых геологических материалов применяются модели, явным образом учитывающие влияние изменения пористости на форму предельной поверхности [164]. Если макроскопический отклик зернистого материала определяется упруго-пластическими свойствами межзеренных интерфейсов, применяются, в том числе, модели с эллиптическим условием пластичности [165]. Подобные модели применяются и для описания компактирования порошковых материалов, при этом в качестве «упруго-пластического тела» рассматриваются не отдельные частицы порошков, а представительный объем, включающий как частицы, так и пространство между ними [166]. Для многих пористых сред характерна

многоуровневая пористая структура с неоднородным пространственным распределением пор и несколькими вложенными уровнями пористости [167, 168]. При этом поровое давление вмещающего флюида оказывается различным в порах различного масштаба [169].

В настоящей работе развит гибридный подход к решению проблемы изучения закономерностей и особенностей механического поведения (включая разрушение) контрастных гетерогенных материалов на основе формализма метода частиц. Развитие гибридного подхода связано с необходимостью описания процессов перераспределения жидкостной/газовой фаз в трещиновато-поровом пространстве твердого каркаса, а также с необходимостью задания граничных условий на движение данных фаз. Использование этого подхода позволяет осуществлять с единых позиций описание механического отклика и разрушения при контактном взаимодействии в многофазных системах (включая контрастные гетерогенные среды), компоненты которых находятся в различных агрегатных состояниях. Данный формализм, объединяющий метод подвижных клеточных автоматов и метод сеток, получил название метода «гибридных» клеточных автоматов (ГКА) [170, 171].

Механический отклик проницаемых флюидонасыщенных сред в значительной мере определяется способностью флюида перераспределяться в трещинно-поровом пространстве вмещающего каркаса. В результате такого перераспределения может иметь место как выравнивание среднего напряжения в различных областях материала, так и его значительные колебания, связанные с дилатансией и заполнением новых несплошностей, а также с массопереносом флюида между поровым объемом и окружающей средой (в случае проницаемых границ рассматриваемой области или образца). Для описания проницаемых флюидонасыщенных материалов необходимо использование связанных моделей, учитывающих три ключевых аспекта поведения таких систем: 1) наличие взаимосвязи между деформациями твердофазного скелета и изменением объема и просветности трещинно-порового пространства (определяемой как относительная площадь сечения пор в рассматриваемом сечении образца); 2) взаимосвязь

порового давления и напряжений во вмещающем объеме твердого тела; и 3) перераспределение флюида в трещинно-поровом пространстве. Указанные представления легли в основу ставших традиционными на сегодняшний день аналитических макроскопических моделей пороупругости, теоретические основы которых были заложены в работах Био [57-59].

Дальнейшее развитие таких моделей связано с учетом многомасштабности реальных материалов, процессов накопления повреждений, дилатансии и их влияния на упругие свойства каркаса, поровое давление и фильтрацию флюида [172-175]. Основным инструментом теоретического решения подобных задач является численное моделирование с привлечением различных связанных моделей на основе концепции пороупругости [176].

В настоящее время численное моделирование флюидонасыщенных проницаемых материалов осуществляется преимущественно с использованием методов механики сплошных сред (методов конечных элементов и конечных разностей). Это связано, в первую очередь, с возможностью реализации в рамках этих методов различных реологических (в том числе связанных и многоуровневых) моделей твердых тел и изучения механического отклика материалов на различных масштабных уровнях [177]. Несмотря на очевидные и известные достоинства подхода сплошной среды, в его рамках затруднено изучение процессов во флюидонасыщенных материалах и средах, сопровождающихся множественным разрушением твердого каркаса и контактным взаимодействием образующихся поверхностей.

Для теоретического изучения процессов в конденсированной среде, сопровождающихся множественным разрушением и контактным взаимодействием образующихся поверхностей, перспективным является использование вычислительных методов, рассматривающих моделируемую среду как ансамбль взаимодействующих частиц конечного размера [70,178,179]. Известным представителем данного класса методов является метод дискретных элементов (МДЭ) (см., например, [71]). Основные преимущества данного метода связаны со способностью ансамбля дискретных элементов к значительным

изменениям структуры, имитируя тем самым разрушение и интенсивный перенос фрагментов твердой фазы. Последнее принципиально важно при моделировании сложных явлений контактного взаимодействия, трещинообразования, разделения тел на фрагменты и т.д.

Применение традиционных реализаций МДЭ для численного решения задач механики флюидонасыщенных материалов, как правило, ограничивается микроскопическим масштабным уровнем, на котором поры, трещины и каналы учитываются явным образом. При этом широко используются комбинированные схемы, в которых МДЭ применяется для моделирования механического отклика твердофазного каркаса, а метод решеточных уравнений Больцмана или метод сеток – для моделирования массопереноса флюида в поровом объеме [180-182].

Одним из представителей МДЭ, применение которого представляется перспективным для описания механического отклика многомасштабных флюидонасыщенных упруго-пластических сред, является т.н. «метод подвижных клеточных автоматов» (ПКА, англоязычная аббревиатура MCA – Movable Cellular Automaton), основанный на использовании многочастичного приближения при построении соотношений для сил межэлементного взаимодействия [76,150]. Данный метод, предложенный Y. Noie и С.Г. Псахье [183] и развитый в дальнейшем Коростелевым С.Ю., Смолиным А.Ю., Дмитриевым А.И., Шилько Е.В. и др. [184], рассматривает моделируемую среду как ансамбль дискретных элементов и связей между ними. При этом физико-механические свойства материала элементов, механический отклик и прочностные свойства связей определяют совокупный механический отклик моделируемой среды. Такой подход является достаточно универсальным и позволяет решать широкий класс задач моделирования упруго-хрупких [185] и упруго-пластических сред [186], включая геологические среды [187], интерметаллические соединения [188,189], костную ткань [190], систем, в которых имеют место химические превращения и т.д.

В работе [150] было показано, что использование формализма метода ПКА делает возможным реализацию в рамках МДЭ различных моделей и критериев

упругости, пластичности и прочности (в том числе макроскопических моделей пластичности горных пород). Объединение метода ПКА с методом сеток позволило реализовать гибридный численный метод для изучения проницаемых сред на мезо- и макроскопическом масштабных уровнях. Данный метод получил название метода гибридных клеточных автоматов (ГКА) [74,191-194]. В методе ГКА механический отклик вмещающего твердого тела описывается методом дискретных элементов, а процессы фильтрации и диффузии флюида в трещинно-поровом пространстве (учитываемом неявно) – методом конечных разностей [191].

В настоящей главе рассмотрена развитая в рамках метода ГКА связанная макроскопическая модель трещиновато-пористого материала, поры которого заполнены газообразным либо жидким флюидом (отметим, что газо-жидкостные смеси в рамках данной модели не рассматриваются). Развитая модель учитывает взаимовлияние процессов деформирования твердофазного скелета и перераспределения флюида в поровом пространстве.

2.2 Формализм метода гибридных клеточных автоматов

Основу метода ГКА составляет объединение двух моделей среды: 1) модель механического поведения вмещающего твердого тела (каркаса) и 2) модель переноса флюида в фильтрационном объеме, представленном системой взаимосвязанных каналов, пор, трещин и т.д.

Для описания механического поведения вмещающего тела используется метод подвижных клеточных автоматов [76,150]. При этом вследствие многомасштабности структуры порового пространства твердого каркаса моделируемой среды, размеры дискретных элементов могут значительно превышать линейные размеры несплошностей, быть сопоставимыми с ними или меньшими. Соответственно, наличие и влияние «нано-» и «микропор» твердого каркаса (т.е. пор, каналов и других несплошностей, характерный размер которых меньше размера дискретного элемента) на механические свойства и отклик дискретного элемента учитывается неявно. В свою очередь, «макроскопические»

поры и полости, размер которых сопоставим или превышает размер дискретного элемента, учитываются явным образом на конечно-разностной сетке.

Указанная классификация пор по размерам обуславливает разделение решений задачи массопереноса флюида по слоям дискретных элементов и конечных разностей в зависимости от рассматриваемого характерного масштаба пор. Так, в рамках метода ПКА решается задача фильтрационного переноса флюида в связанной сети «микропор» вмещающего твердого тела. В то же время расчет массопереноса флюида между «микропорами» и «макропорами» (которые представляют собой пустоты, размер которых сопоставим или больше размера дискретного элемента) осуществляется на конечно-разностной сетке, «вмороженной» в лабораторную систему координат (см. рисунок 2.1а). Эта же сетка используется и для расчета объемов «макропор». Заметим, что для описания формы дискретного элемента, граничащего с макропорой, шаг конечно-разностной сетки должен быть значительно меньше размера дискретного элемента (см. рисунок 2.1б)

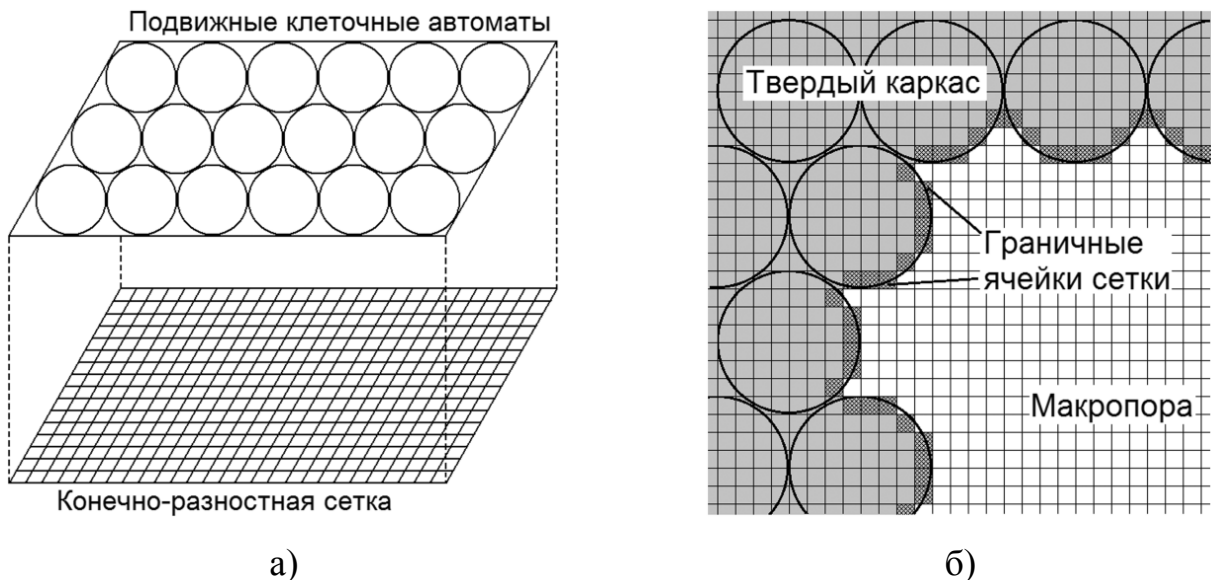


Рисунок 2.1 – Слои, образованные дискретными элементами (подвижными клеточными автоматами) и конечно-разностной сеткой (а); ячейки сетки на границе твердого каркаса и макропоры (б).

В соответствии со сказанным выше, временной шаг в построенной модели разбивается на несколько подшагов: 1) «механический» подшаг, на котором решается задача моделирования деформации и разрушения твердого каркаса; 2) подшаг, на котором осуществляется решение задачи о переносе флюида в фильтрационном объеме твердого каркаса (т.н. «фильтрационный подшаг»); и 3) подшаг, на котором рассчитывается массоперенос флюида между макроскопическими полостями (макропорами) и фильтрационным объемом (т.н. «сеточный подшаг»). Далее последовательно рассмотрим математический формализм, применяемый на каждом из подшагов.

2.2.1 Модель механического отклика флюидонасыщенного твердого каркаса

Метод ПКА, использующийся для моделирования деформирования и разрушения твердофазного каркаса, относится к группе методов однородно деформируемых дискретных элементов [179, 195-197], в рамках которых используется приближение однородного распределения напряжений и деформаций в объеме элемента. Для моделирования отклика трещиновато-пористых хрупких материалов в рамках метода ПКА реализована модель пластичности горных пород с неассоциированным законом течения и критерием Мизеса–Шлейхера достижения предела упругости (модель Николаевского) [198, 199]. Выбор данной модели связан с тем, что она адекватно описывает отклик широкого класса хрупких материалов (геоматериалов, керамики и т.д.) на различных масштабных уровнях с учетом вкладов «нижележащих» структурных масштабов. Особенностью модели Николаевского является постулируемая линейная связь между скоростями объемной и сдвиговой составляющих пластической деформации с коэффициентом пропорциональности Λ , называемым коэффициентом дилатансии.

Адаптация модели Николаевского к методу ПКА осуществлена с использованием алгоритма Уилкинса [200]. В рамках этого алгоритма решение упруго-пластической задачи сводится к решению упругой задачи в приращениях и последующей корректировке потенциальных сил взаимодействия частиц с

соблюдением необходимых требований модели Николаевского, предъявляемых к величинам локального давления и девиатора напряжений [199].

В рамках метода ПКА выражение для силы, действующей на подвижный клеточный автомат (дискретный элемент) i со стороны окружения, записывается в следующей форме [150,76]:

$$m_i \frac{d^2 \bar{R}_i}{dt^2} = \bar{F}_i = \sum_j \bar{F}_{pair}^{ij} + \bar{F}_\Omega^i, \quad (2.1)$$

где \bar{F}_{pair}^{ij} – «парные» составляющие действующей на подвижный клеточный автомат силы, зависящие от пространственного положения/перемещения автомата i относительно соседа j ; \bar{F}_Ω^i – объемная составляющая, связанная с совместным влиянием окружения. При моделировании локально изотропных сред объемный вклад \bar{F}_Ω^i можно выразить через давление P_i в объеме автомата (дискретного элемента) i в следующей форме [150,76]:

$$\bar{F}_\Omega^i = -A \sum_{j=1}^{N_i} P_i S_{ij} \vec{n}_{ij}, \quad (2.2)$$

где S_{ij} – площадь поверхности взаимодействия автоматов i и j ; \vec{n}_{ij} – единичный вектор, ориентированный вдоль линии, соединяющей центры масс автоматов; A – материальный параметр.

В данной постановке (2.2) правую часть выражения (2.1) можно свести к сумме сил взаимодействия пар автоматов и однозначно разделить их нормальную (\bar{F}_n^{ij}) и тангенциальную (\bar{F}_τ^{ij}) составляющие [150,76]:

$$\begin{aligned} \bar{F}_i &= \sum_{j=1}^{N_i} \left(\bar{F}_{pair}^{ij} - AP_i S_{ij} \vec{n}_{ij} \right) = \\ &= \sum_{j=1}^{N_i} \left[\left(F_{pair,n}^{ij} (h_{ij}) - AP_i S_{ij} \right) \vec{n}_{ij} + F_{pair,\tau}^{ij} (l_{shear}^{ij}) \vec{t}_{ij} \right] = \sum_{j=1}^{N_i} \left(\bar{F}_n^{ij} + \bar{F}_\tau^{ij} \right), \end{aligned} \quad (2.3)$$

где $F_{pair,n}^{ij}$ и $F_{pair,\tau}^{ij}$ – «парные» силы центрального и тангенциально взаимодействия, зависящие соответственно от величины перекрытия автоматов h_{ij} и относительного сдвигового смещения l_{shear}^{ij} , вычисляемого с учетом вращения

дискретных элементов [156,201]. Отметим, что хотя правая часть (2.3) формально соответствует записи взаимодействия элементов в классических моделях МДЭ [67,68,149], но при этом ее принципиальным отличием является многочастичность центрального взаимодействия автоматов.

Величина давления P_i (среднего напряжения) в объеме дискретного элемента определяется на основе вычисления компонентов тензора усредненных напряжений в объеме элемента [156]. В терминах центральной (F_n^{ij}) и тангенциальной (F_τ^{ij}) сил взаимодействия выражение для компонентов тензора усредненных напряжений имеет вид:

$$\bar{\sigma}_{\alpha\beta}^i = \frac{1}{V_i} \sum_{j=1}^{N_i} q_{ij} \left[F_n^{ij} \cos\theta_{ij,\alpha} \cos\theta_{ij,\beta} \pm F_\tau^{ij} \cos\theta_{ij,\alpha} \sin\theta_{ij,\beta} \right], \quad (2.4)$$

где α, β – оси X, Y, Z лабораторной системы координат; V_i – текущее значение объема автомата i ; q_{ij} – расстояние от центра масс элемента i до центральной точки поверхности взаимодействия с соседом j ; $\theta_{ij,\alpha}$ – угол между линией, соединяющей центры масс взаимодействующих автоматов i и j , и осью α лабораторной системы координат (см. рисунок 2.2).

Вычисленные таким образом компоненты тензора напряжений используются для определения величины давления:

$$P_i = -\bar{\sigma}_i^{mean} = -\frac{\bar{\sigma}_{xx}^i + \bar{\sigma}_{yy}^i + \bar{\sigma}_{zz}^i}{3}. \quad (2.5)$$

Конкретный вид выражений для F_n^{ij} и F_τ^{ij} (и в частности, для $F_{pair,n}^{ij}$ и $F_{pair,\tau}^{ij}$) определяется реологическими характеристиками моделируемой среды.

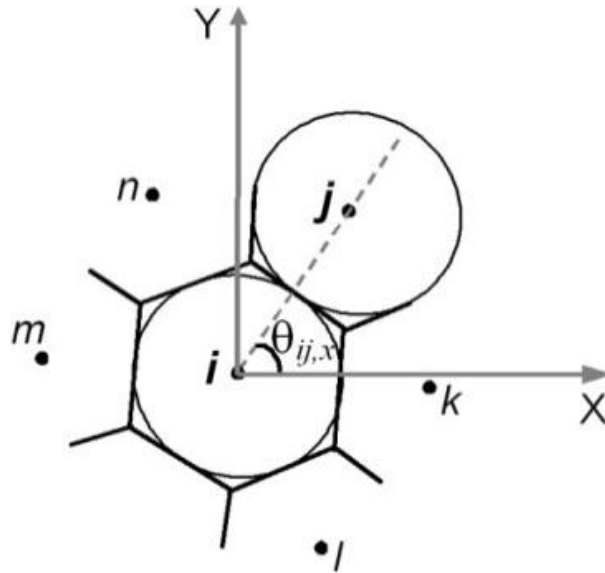


Рисунок 2.2 – Пример определения угла $\theta_{ij,\alpha}$ между линией, соединяющей центры масс взаимодействующих автоматов i и j , и осью α лабораторной системы координат ($\alpha=x$). Здесь j, k, l, m, n – индексы автоматов, взаимодействующих с рассматриваемым автоматом i . Центр системы координат транслирован в центр автомата i [150].

Решение упругой задачи на ансамбле дискретных элементов сводится к определению приращений центральной и тангенциальной компонент силы упругого отклика подвижного клеточного автомата i на воздействие со стороны соседнего автомата j . Соответствующие выражения записываются на основе обобщенного закона Гука в гипоупругой форме [150]:

$$\begin{cases} \Delta\sigma_{i(j)} = \Delta F_{i(j)}^{centr} / S_{ij} = 2G_i \Delta\varepsilon_{i(j)} + \left(1 - \frac{2G_i}{K_i}\right) \Delta\bar{\sigma}_i^{mean}, \\ \Delta\tau_{i(j)} = \Delta F_{i(j)}^{tang} / S_{ij} = 2G_i \Delta\gamma_{i(j)} \end{cases}, \quad (2.6)$$

где символ Δ означает приращение величины соответствующего параметра за шаг по времени Δt численной схемы интегрирования; $\sigma_{i(j)}$ и $\tau_{i(j)}$ – удельные значения центральной ($F_{i(j)}^{centr}$) и тангенциальной ($F_{i(j)}^{tang}$) составляющих потенциальной силы реакции дискретного элемента i на воздействие со стороны соседа j ; S_{ij} – площадь поверхности контакта пары; G_i и K_i – модули сдвига и всестороннего

сжатия материала элемента i ; $\Delta\varepsilon_{i(j)}$ и $\Delta\gamma_{i(j)}$ – приращения нормальной и сдвиговой деформации элемента i в паре i - j ; $\bar{\sigma}_i^{mean}$ – среднее напряжение в объеме элемента i . Среднее напряжение $\bar{\sigma}_i^{mean}$ вычисляется с использованием соотношения Лява, связывающего компоненты тензора усредненных напряжений ($\bar{\sigma}_i^{\alpha\beta}$) в объеме дискретного элемента i с силами, действующими на поверхность данного объема [150,76].

Напряженное состояние пронизанного твердого тела, содержащего связанную систему пор, каналов и трещин, является сложным и обусловлено не только величиной удельного объема несплошностей, но и особенностями их геометрии и пространственного распределения [202]. При отсутствии выраженной геометрической ориентации трещинно-порового пространства адекватным является приближение, в соответствии с которым на мезо- и макроскопическом масштабных уровнях учитывается только вклад давления порового флюида в величину гидростатического напряжения в скелете (гидростатическое растяжение). В этом приближении влияние флюида, содержащегося в «микропорах», на механический отклик дискретного элемента может быть учтено посредством следующей модификации соотношения (2.6) для силы центрального взаимодействия:

$$\Delta\sigma_{i(j)} = \Delta F_{i(j)}^{centr} / S_{ij} = 2G_i \left(\Delta\varepsilon_{i(j)} - \frac{\Delta P_i^{fluid}}{K_i} \right) + \left(1 - \frac{2G_i}{K_i} \right) \Delta\bar{\sigma}_i^{mean}, \quad (2.7)$$

где P_i^{fluid} – вклад порового давления флюида в «микропорах» в величину среднего напряжения в объеме дискретного элемента i . Отметим, что выражение (2.7) аналогично записи закона Гука в линейной модели пороупругости [59]. Величина P_i^{fluid} линейно связана со средним поровым давлением флюида P_i^{pore} в микропорах дискретного элемента i :

$$P_i^{fluid} = \alpha_i P_i^{pore}, \quad (2.8)$$

где

$$\alpha_i = 1 - K_i / K_{s,i}. \quad (2.9)$$

Здесь $K_{s,i}$ – модуль всестороннего сжатия беспористого каркаса (монолитных зерен твердого каркаса) дискретного элемента i .

После решения упругой задачи для элемента i на текущем временном шаге проверяется условие достижения предельного состояния (критерий Мизеса–Шлейхера), учитывающее вклад порового давления флюида:

$$\Phi_i = \chi_i (\bar{\sigma}_i^{mean} + b_i P_i^{pore}) + \bar{\sigma}_i^{int} / \sqrt{3} = Y_i, \quad (2.10)$$

где Y_i – предел упругости материала элемента i при сдвиге; χ_i – коэффициент внутреннего трения; $\bar{\sigma}_i^{int}$ – интенсивность напряжений, усредненных в объеме элемента i ; b_i – безразмерный коэффициент. Ввиду конечной величины шага интегрирования уравнений движения Δt фактически проверяется условие $\Phi_i > Y_i$. При выполнении условия (2.10) осуществляется приведение тензора усредненных напряжений $\bar{\sigma}_i^{\alpha\beta}$ в объеме дискретного элемента i к предельной поверхности. Как показано в [76], такое приведение реализуется путем корректировки удельных значений сил центрального и тангенциального взаимодействия элемента i с соседними элементами j :

$$\begin{cases} \sigma'_{i(j)} = (\sigma_{i(j)} - \bar{\sigma}_{mean}^i) M_i + (\bar{\sigma}_{mean}^i - N_i) \\ \tau'_{i(j)} = \tau_{i(j)} M_i \end{cases}, \quad (2.11)$$

где $(\sigma'_{i(j)}, \tau'_{i(j)})$ – приведенные значения удельных сил реакции автомата; $M_i = 1 - (\sqrt{3} / \bar{\sigma}_i^{int}) (3G_i (\Phi_i - Y_i) / (K_i \Lambda_i \beta_i + 3G_i))$ – коэффициент приведения девиаторов напряжений; $N_i = K_i \Lambda_i (\Phi_i - Y_i) / (K_i \Lambda_i \beta_i + G_i)$ – поправка к величине среднего напряжения, вычисленного в упругом приближении; Λ_i – коэффициент дилатансии материала автомата i .

Приведенные выше соотношения являются трехмерными. В то же время, в ряде задач оправданным является использование двумерной постановки. При этом обычно используются приближения плосконапряженного (ПНС) или плоскодеформированного (ПДС) состояний. В рамках рассматриваемой модели

это означает, что компоненты $\bar{\sigma}_{xz}^i$ и $\bar{\sigma}_{yz}^i$ тензора усредненных напряжений равны нулю (предполагается, что движение объектов происходит в плоскости XY), а компонент $\bar{\sigma}_{zz}^i$ определяется следующим образом:

$$\begin{cases} \Delta \bar{\sigma}_{zz}^i = \frac{1 - 2G_i/K_i}{2 + 2G_i/K_i} (\Delta \bar{\sigma}_{xx}^i + \Delta \bar{\sigma}_{yy}^i) & ПДС \\ \Delta \bar{\sigma}_{zz}^i = 0 & ПНС \end{cases} \quad (2.12)$$

Для описания отклика упругопластических сред на основе изложенной модели взаимодействия реализована теория пластического течения с критерием Мизеса-Шлейхера. Для этого проведена адаптация алгоритма Уилкинса [200] к концепции дискретных элементов. Алгоритм Уилкинса, как правило, формулируется в терминах девиаторов напряжений \hat{D}_σ (см. рисунок 2.3):

$$\hat{D}'_\sigma = \hat{D}_\sigma M, \quad (2.13)$$

где M – коэффициент сброса («исправления») напряжений.

В терминах напряжений для рассматриваемых компонентов тензора усредненных напряжений в объеме клеточного автомата i алгоритм Уилкинса записывается в следующей форме [150]:

$$\begin{cases} (\bar{\sigma}_{\alpha\alpha}^i)' = (\bar{\sigma}_{\alpha\alpha}^i - \bar{\sigma}_i^{mean}) M_i + \bar{\sigma}_{mean}^i, \\ (\bar{\sigma}_{\alpha\beta}^i)' = \bar{\sigma}_{\alpha\beta}^i M_i \end{cases}, \quad (2.14)$$

где $\alpha, \beta = x, y, z$ и $\alpha \neq \beta$; $(\bar{\sigma}_{\alpha\alpha}^i)'$ и $(\bar{\sigma}_{\alpha\beta}^i)'$ – «исправленные» компоненты тензора усредненных напряжений; $\bar{\sigma}_{\alpha\alpha}^i$ и $\bar{\sigma}_{\alpha\beta}^i$ – «исходные» значения компонентов, полученные в результате решения упругой задачи (2.11)-(2.12) на текущем временном шаге; $M_i = \sigma_{pl}^i / \bar{\sigma}_{int}^i$ – текущее значение коэффициента M для автомата i (см. рисунок 2.3); σ_{pl}^i – текущий радиус предельной поверхности для автомата i .

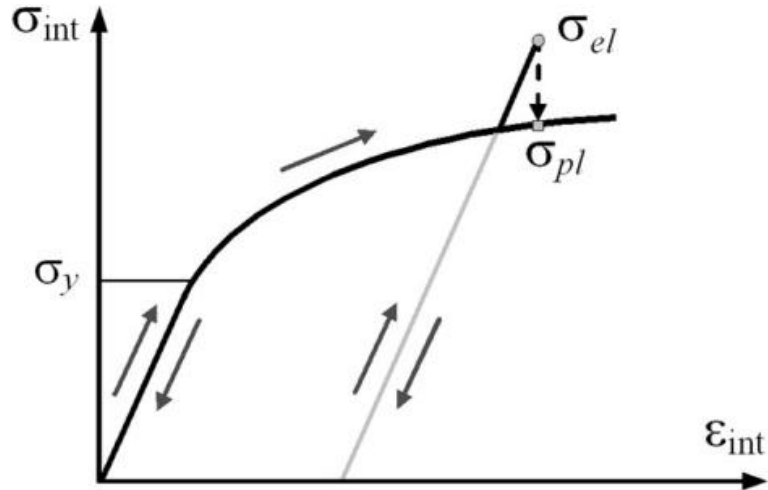


Рисунок 2.3 – Приведение интенсивности напряжений в дискретном элементе к предельной поверхности согласно алгоритму Уилкинса [200]. Здесь σ_{el} – интенсивность напряжений, вычисляемая по окончании решения упругой задачи на текущем временном шаге.

Интенсивность напряжений $\bar{\sigma}_{int}^i$ вычисляется с помощью стандартного выражения

$$\bar{\sigma}_{int}^i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\bar{\sigma}_{xx}^i - \bar{\sigma}_{yy}^i\right)^2 + \left(\bar{\sigma}_{yy}^i - \bar{\sigma}_{zz}^i\right)^2 + \left(\bar{\sigma}_{zz}^i - \bar{\sigma}_{xx}^i\right)^2 + 6\left[\left(\bar{\sigma}_{xy}^i\right)^2 + \left(\bar{\sigma}_{yz}^i\right)^2 + \left(\bar{\sigma}_{xz}^i\right)^2\right]} \quad (2.15)$$

по окончании решения упругой задачи на текущем временном шаге.

По аналогии с упругой задачей для корректировки удельных нормальных и тангенциальных сил взаимодействия автоматов применяются соотношения, полученные непосредственной переформулировкой алгоритма Уилкинса для усредненных напряжений [150]:

$$\begin{cases} \sigma'_{ij} = (\sigma_{ij} - \bar{\sigma}_i^{mean}) M_i + \bar{\sigma}_i^{mean} \\ \tau'_{ij} = \tau_{ij} M_i \end{cases}, \quad (2.16)$$

где σ'_{ij} и τ'_{ij} – «исправленные» значения удельных сил. В работе [150] показано, что при такой записи подстановка соотношений (2.16) в выражение (2.5) для усредненных напряжений автоматически обеспечивает приведение компонентов

тензора усредненных напряжений в объеме подвижного клеточного автомата i к предельной поверхности.

Необходимо отметить, что «исправленные» значения удельных сил (σ'_{ij} и τ'_{ij}) для автомата i в общем случае отличаются от тех же (σ'_{ji} и τ'_{ji}) для автомата j . Для решения данной проблемы удельные силы в парах корректируются следующим образом:

$$\begin{cases} \sigma_{ji} = \sigma_{ij} = \frac{\sigma'_{ij}q_{ji} + \sigma'_{ji}q_{ij}}{r_{ij}} \\ \tau_{ji} = \tau_{ij} = \frac{\tau'_{ij}q_{ji} + \tau'_{ji}q_{ij}}{r_{ij}} \end{cases}, \quad (2.17)$$

что обеспечивает точное выполнение третьего закона Ньютона в парах дискретных элементов.

При реализации алгоритма Уилкинса в двумерной постановке учтены его особенности для плоскодеформированного и плосконапряженного приближений [150,76]:

$$\begin{cases} \left(\bar{\sigma}_{zz}^i\right)' = \left(\bar{\sigma}_{zz}^i - \bar{\sigma}_i^{mean}\right)M_i + \bar{\sigma}_i^{mean} & \text{ПДС} \\ \left(\bar{s}_{zz}^i\right)' = \bar{s}_{zz}^i \frac{c_i M_i^{iter}}{c_i M_i^{iter} + (1 - M_i^{iter})}, \quad \left(\bar{\sigma}_{zz}^i\right)' = \bar{\sigma}_{zz}^i & \text{ПНС} \end{cases}, \quad (2.18)$$

где \bar{s}_{zz}^i – Z-компонента тензора девиатора усредненных напряжений, $c_i = (1 + 4G_i/K_i)$; M_i^{iter} – коэффициент сброса напряжений в плосконапряженной постановке, который вычисляется на основе итерационного метода Ньютона с M_i в качестве исходного приближения [150,76].

Реологические свойства материала дискретного элемента i в рамках метода ПКА определяются заданием «единой» кривой упрочнения $\bar{\sigma}_{int}^i = \Phi(\bar{\epsilon}_{int}^i)$ (данная зависимость также носит название функции отклика дискретного элемента).

Численное интегрирование уравнений движения (2.1) подвижных клеточных автоматов осуществлялось с использованием скоростной схемы Верле [203], модифицированной введением предикторного цикла для оценки величины

$\bar{\sigma}_{\alpha\beta}^i$ на текущем шаге.

Результаты тестирования модели ПКА показывают, что предложенная модель упругопластического взаимодействия дискретных элементов обеспечивает хорошее согласие распределений напряжений и деформаций в ансамбле дискретных элементов, моделирующих упругопластическую среду, с соответствующими аналитическими решениями [150,203] и результатами численного моделирования методами конечных элементов и конечных разностей [204-207]. Это демонстрирует адекватность предложенной модели задачам моделирования гетерогенных сред различного типа и обуславливает ее применение в качестве модели механического отклика и разрушения твердого каркаса в методе ГКА.

Развитый подход к построению многочастичного взаимодействия дает возможность использовать многопараметрические критерии разрушения (Кулона–Мора, Друккера–Прагера и т. д.) в качестве критерия разрыва химической связи (потери сцепления) в парах взаимодействующих дискретных элементов [76]. В терминах эквивалентного и среднего напряжения критерий Друккера-Прагера может быть записан следующим образом:

$$\frac{\sigma_{int}}{\sqrt{3}} = C_1 + 3C_2\sigma_{mean}, \quad (2.19)$$

где C_1 и C_2 – материальные константы. Записывая критерий Друккера-Прагера в главных напряжениях и считая, что прочность сцепления пары элементов при одноосном сжатии равна σ_c , а при одноосном растяжении равна σ_t , значения констант C_1 и C_2 можно выразить следующим образом [208]:

$$C_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{\sigma_c \sigma_t}{\sigma_c + \sigma_t} \right); \quad C_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{\sigma_c - \sigma_t}{\sigma_c + \sigma_t} \right). \quad (2.20)$$

Обозначая символом $\lambda_c = \sigma_c / \sigma_t$ отношение прочностей сцепления пары элементов при одноосном сжатии и растяжении, и подставляя (2.20) в выражение (2.19), после несложных преобразований получаем следующее выражение для критерия Друккера-Прагера:

$$\sigma_c = 0,5(\lambda_c + 1)\sigma_{int} + 1,5(\lambda_c - 1)\sigma_{mean}. \quad (2.21)$$

В представленных далее расчетах применяется модифицированный критерий разрушения Друккера–Прагера, учитывающий вклад локального порового давления флюида аналогично (2.10):

$$\sigma_{DP} = 0,5(\lambda_c + 1)\sigma_{int} + 1,5(\lambda_c - 1)(\sigma_{mean} + bP^{pore}) = \sigma_c, \quad (2.22)$$

где коэффициент b соответствует тому же в соотношении (2.10). Детальное описание расчета критерия прочности для пар связанных дискретных элементов приведено в работах [150,76]. Отметим, что, хотя критерии наступления неупругой деформации (2.10) и разрушения (2.22) имеют одинаковую структурную форму, смысл коэффициентов при слагаемом σ_{mean} в них различный. Так, величина коэффициента χ в (2.10) определяет степень влияния давления на зарождение и развитие сети микроскопических повреждений и трещин в объеме материала. В то же время коэффициент $1,5(\lambda_c - 1)$ определяет влияние давления на условие локализованного объединения отдельных микроповреждений в единый мезо- или макроразрыв. Сказанное свидетельствует о том, что значения этих двух коэффициентов не обязательно являются согласованными, поскольку роль локального давления в эволюции повреждения, как правило, существенно возрастает с ростом пространственного масштаба повреждения.

Отличительными особенностями взаимодействия «несвязанных» (то есть контактирующих) клеточных автоматов i и j являются, в частности, отсутствие сопротивления растяжению (пара считается взаимодействующей только при $\sigma_{ij} \leq 0$) и наличие ограничения на величину силы тангенциального взаимодействия, определяемое применяемой моделью трения поверхностей элементов.

2.2.2 Учет пороупругости в модели пористого материала, насыщенного жидкостью

Под влиянием напряжений в твердом каркасе изменяется объем вмещающего твердого тела и, соответственно, объем связанной системы несплошностей (называемой также открытой пористостью или фильтрационным объемом).

Удельный объем связанной системы «микропор» характеризуется величиной «микроскопической пористости» ϕ , формально определяемой следующим образом:

$$\phi = \frac{V_{pore}}{V_{elem}} = \frac{V_{pore}^{elast} + V_{pore}^{plast}}{V_{elem}}, \quad (2.23)$$

где V_{pore} – объем порового пространства в рассматриваемом объеме пористого материала; V_{pore}^{elast} – поровый объем, начальное значение и эволюция которого обусловлена упругой деформацией материала; V_{pore}^{plast} – поровый объем, возникающий вследствие «квазипластического» деформирования материала, а именно необратимого раскрытия микроскопических пор, трещин и других дефектов, что является следствием дилатансии материала.

Изменение порового объема в дискретном элементе за счет упругого деформирования материала определяется значениями давлений в твердом каркасе, а также соотношением упругих модулей пористого твердого каркаса K и беспористых монолитных зерен, образующих этот каркас K_s . Согласно модели пороупругости [59], изменение порового объема в результате упругой деформации материала ΔV_{pore}^{elast} можно записать следующим образом:

$$\frac{\Delta V_{pore}^{elast}}{V_{pore}} = \frac{3}{K_p} (\sigma_{mean} + \alpha' P_{pore}), \quad (2.24)$$

где

$$K_p = \frac{\phi}{\alpha} K, \quad (2.25)$$

$$\alpha = 1 - \frac{K}{K_s'}, \quad (2.26)$$

$$\alpha' = 1 - \frac{K}{K_s''}. \quad (2.27)$$

Здесь K_s' и K_s'' – значения эффективных упругих модулей, соответственно характеризующих объемный упругий отклик объема в целом и порового объема

на изменение величины порового давления [59]. Для многих реальных материалов с относительно низкой пористостью, в которых отсутствуют несвязанные пустоты, не заполненные флюидом, можно использовать оценку [209]

$$K'_s = K''_s = K_s, \quad (2.28)$$

которая подтверждается экспериментальными данными для низкопористых гранитов [210] и песчаников [211]. Подставляя (2.25)-(2.27) в (2.24), с учетом того, что $\Delta V_{pore}^{elast} / V_{pore} = \Delta \phi^{elast} / \phi$, получаем:

$$\Delta \phi^{elast} = 3\sigma_{mean} \left[\frac{1}{K} - \frac{1}{K_s} \right] + 3P_{pore} \left[\frac{1}{K} - \frac{1+\phi}{K_s} \right]. \quad (2.29)$$

Отсюда величина порового объема, начальное значение и эволюция которого обусловлена упругой деформацией материала, определяется следующим образом:

$$V_{pore}^{elast} = V_{elem}^{init} \phi^{init} + V_{elem} \Delta \phi_{elast}, \quad (2.30)$$

где V_{elem}^{init} – исходный объем недеформированного дискретного элемента; ϕ^{init} – исходное значение пористости твердого каркаса.

В свою очередь, изменение порового объема за счет неупругой дилатансии материала определяется из следующего соотношения:

$$V_{pore}^{plast} = V_{elem} \Omega_{plast}, \quad (2.31)$$

где Ω_i^{elast} и Ω_i^{plast} – упругая и пластическая составляющие объемной деформации элемента, формально определяемые следующим образом:

$$\begin{cases} \Omega_i^{elast} = 3(\bar{\sigma}_i^{mean} + P_i^{fluid}) / K_i \\ \Omega_i^{plast} = (\varepsilon_i^{xx} + \varepsilon_i^{yy} + \varepsilon_i^{zz}) - \Omega_i^{elast} \end{cases} \quad (2.32)$$

Здесь $\varepsilon_i^{\alpha\alpha}$ – диагональные компоненты тензора усредненных деформаций в объеме дискретного элемента i [150,76].

Уравнения (2.7), (2.10), (2.22) и (2.30)-(2.32) составляют математическую формулировку модели взаимодействия твердого каркаса и жидкого флюида в «микropоровом» пространстве, реализованной в рамках метода гибридных клеточных автоматов. Важным вопросом при использовании этой модели

является определение значения безразмерного коэффициента b , входящего в выражения (2.10) и (2.22), для изучаемого материала. Определение данного значения производится исходя из следующих априорных предположений о геометрической форме пор и их пространственном распределении в твердом каркасе [60,212].

Для материалов, проницаемость и конфигурация порового пространства которых обеспечивают возможность равномерного распределения гидростатического давления в твердофазном каркасе, величина коэффициента b традиционно полагается равной единице [213,61]. При этом полагается, что образование новых повреждений (с которыми связана макроскопическая квазипластичность хрупких материалов) привязано непосредственно к сети существующих микропор. Иными словами, образование новых трещин происходит путем «раскрытия» существующих микроповреждений либо объединения нескольких микроповреждений трещиной. Заметим, что при наличии выраженного эффекта адсорбционного понижения прочности значение коэффициента b может превышать единицу [214,215]. В таком случае модель должна быть дополнена соотношениями, описывающими химическое взаимодействие твердого каркаса и флюида.

В то же время особенности порового пространства и микроскопической структуры твердофазного каркаса могут определять более сложную связь между поровым давлением и накоплением повреждений, в которой величина b меньше единицы и является функцией параметров пористости и соотношения приложенного и порового давлений [60,212,216-218]. В качестве нижней границей параметра b может рассматриваться исходная величина пористости недеформированного материала [61].

2.2.3 Модель переноса флюида в твердофазном каркасе, применяемая на «фильтрационном» подшаге

При моделировании процессов переноса флюида (как жидкого, так и газообразного) в твердофазном каркасе необходимо учитывать, что в общем

случае такие системы представляют собой среду с иерархически организованной структурой. В порядке убывания размеров можно выделить следующие структуры: среда в целом как сплошное тело, фрагменты (блоки), фильтрационные каналы различной протяженности и диаметра, открытые и закрытые поры, отдельные кристаллиты [219]. Очевидно, что при описании эволюции фрагментов контрастной среды мезо- и макроскопического масштаба (то есть, масштабного уровня, характерный размер которого на порядки величины превышает среднее расстояние между порами и каналами) характеристики трещинно-поровой структуры более низких масштабов должны учитываться интегрально. Среди них принципиально важными являются следующие.

1. Открытая пористость (или фильтрационный объем), образованная сообщающейся системой пор, каналов и трещин, имеющих выход на внешнюю поверхность. Характеризуется величиной пористости ϕ , средним размером пор и их распределением по размеру, проницаемостью k , характерным диаметром фильтрационных каналов d_{ch} и другими [219]. Заметим, что в общем случае d_{ch} не равно средней величине диаметра фильтрационного канала, а определяется размерами фильтрационных каналов, которые контролируют фильтрационную способность среды.

2. Закрытая пористость, образованная ансамблем изолированных микропор, не имеющих связи с фильтрационным объемом материала. Характеризуется величиной пористости ϕ_0 , средним размером микропор и их распределением по размеру.

3. Непосредственно твердофазный «каркас», вмещающий фильтрационный объем и ансамбль закрытых пор. При этом в ряде моделей [220] при описании газообразного флюида используются такие характеристики твердого каркаса как средний размер «монокристаллического» фрагмента R_c а также растворимость v_c каждого из компонентов газообразного флюида в материале твердого каркаса. Величина растворимости отражает абсорбционную способность твердого каркаса по отношению к каждому из компонентов газообразного флюида и связывает

объемную концентрацию абсорбированного газа с концентрацией газа на поверхности рассматриваемого «монокристаллического» блока [219].

2.2.3.1 Модель фильтрационного переноса газа

Математический формализм, применяемый для описания переноса газа в контрастной среде, зависит от наличия открытой/закрытой пористости и состояния заключенного в объеме материала газа. В настоящей модели для каждого компонента смеси газов используются приближения идеального газа и изотермических условий ($T=const$). Математические соотношения, описывающие перенос компонента газовой смеси в контрастной среде, включают следующие уравнения.

1) Уравнение фильтрации:

$$\phi \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{\eta_{gas}} P \frac{\partial P}{\partial x} \right), \quad (2.33)$$

где k – коэффициент проницаемости материала; η_{gas} – динамическая вязкость газа; P – парциальное давление газа. Заметим, что величина пористости ϕ зависит как от порового давления флюида, так и от неупругой деформации твердого каркаса.

2) Уравнение диффузии газа из закрытых пор (и твердофазного каркаса) в фильтрационный объем (и обратно):

$$\phi_0 \frac{\partial \rho}{\partial t} = D_{eff} \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2}, \quad (2.34)$$

где ρ – плотность рассматриваемого газа; D_{eff} – эффективный коэффициент диффузии, зависящий от коэффициента диффузии материала твердого каркаса, параметров пористости, среднего размера монокристаллических блоков среды, а также от растворимости газа в твердом каркасе. Связь между концентрацией газа в твердофазном каркасе (в том числе в закрытых микропорах) и его плотностью в фильтрационном объеме устанавливается законом Генри [219,220]:

$$\phi_0 \rho = v_c P, \quad v_c \ll 1. \quad (2.35)$$

В качестве уравнения состояния для газа используется уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$PV_{pore} = NR_{gas}T, \quad (2.36)$$

где N – количество молей газа; R_{gas} – универсальная газовая постоянная; T – температура газа (в рамках используемого приближения температура каркаса и газа полагаются постоянными и равными между собой). Поскольку компоненты газовой смеси (отдельные газы) рассматриваются как идеальные, их парциальные давления могут рассчитываться независимо. Проницаемость пористой среды удовлетворительно описывается формулой [219]:

$$k = \phi d_{ch}^2. \quad (2.37)$$

Данное выражение применяется, в частности, при описании фильтрации газа в пористых газонасыщенных угольных пластах [219].

Уравнения фильтрации (2.33) и диффузии (2.34) решаются на ансамбле дискретных элементов (подвижных клеточных автоматов) с использованием явной разностной схемы Эйлера. Результатом их решения являются новые значения давления газа P_i в каждом дискретном элементе. Количество молей газа i на шаге $(n+1)$ вычисляется из уравнения состояния (2.36):

$$N_i^{n+1} = \frac{P_i^{n+1} V_{pore}}{R_{gas} T}. \quad (2.38)$$

Полное давление смеси газов в поровом объеме дискретного элемента представляет собой сумму парциальных давлений:

$$P_{total}^{n+1} = \sum_i P_i^{n+1}. \quad (2.39)$$

В случае присутствия в моделируемой системе смеси нескольких газов уравнения (2.33)-(2.38) решаются независимо для каждого компонента.

Следует отметить, что в рамках описанной модели некоторые свойства газовой фазы учтены лишь приближенно. Так, в случае многокомпонентной газовой смеси используемое приближение независимого определения характеристик компонентов является неточным, как и приближение постоянства

коэффициента динамической вязкости газа. Тем не менее, потенциал развитого подхода обеспечивает широкие возможности для построения более точных моделей переноса многокомпонентных газовых смесей в проницаемых пористых системах. Кроме того, в настоящее время получили распространение перспективные модели распределения газа в угольных пластах, основанные на вычислении термодинамического потенциала пласта, насыщенного газом [221], как единой системы «твердое тело – газ». В рамках описанного выше формализма данные представления не учитываются.

2.2.3.2 Уравнение состояния и модель фильтрационного переноса жидкости

В рамках развитой модели переноса жидкости используются следующие приближения: 1) жидкость может занимать объем поры как полностью, так и частично; 2) жидкость считается сжимаемой; 3) адсорбция жидкости на стенках пор, капиллярные эффекты и эффект адсорбционного понижения прочности проницаемого твердого тела не учитываются; 4) распределение «микропор» (то есть связанных между собой несплошностей в объеме дискретных элементов) по размерам не учитывается. В рамках последнего приближения трещинно-поровое пространство дискретного элемента описывается двумя параметрами: величиной открытой «микропористости» ϕ и характерным диаметром фильтрационного канала d_{ch} . При корректном определении параметра d_{ch} предложенное упрощение при описании трещинно-порового пространства является адекватным для широкого класса проницаемых материалов, включая геоматериалы.

В развитой модели жидкость полагается слабосжимаемой и описывается следующим уравнением состояния [51]:

$$\rho(P) = \rho_0 \left(1 + (P - P_0) / K_{fl} \right), \quad (2.40)$$

где ρ и P – текущие значения плотности и давления жидкости; ρ_0 и P_0 – значения плотности и давления жидкости при атмосферных условиях; K_{fl} – модуль всестороннего сжатия жидкости. Важной особенностью жидкости является ее способность частично занимать объем предоставленного порового пространства

(в то время как газ занимает предоставленный объем целиком). Когда жидкость заполняет объем поры лишь частично, ее давление на твердый каркас может полагаться равным нулю (фактически, давление определяется в этом случае весом жидкости, которым в рамках данной модели пренебрегаем). Соответственно, если отношение массы жидкости в поре к объему занимаемой поры меньше ρ_0 , ее давление полагается равным значению P_0 .

Соотношение (2.40) определяет связь между плотностью и давлением жидкости как в «макропорах» (учитываемых явным образом как области между поверхностями несвязанных дискретных элементов), так и «микропорах» в объеме дискретных элементов. В последнем случае предполагается, что проницаемость и конфигурация «микропорового» пространства дискретного элемента обеспечивают возможность равномерного распределения гидростатического давления в его твердофазном каркасе. Это позволяет оперировать для каждого дискретного элемента i усредненными по его объему значениями плотности ρ_i и порового давления P_i^{pore} содержащегося флюида (данное приближение отвечает формализму метода однородно деформируемого дискретного элемента).

При моделировании фильтрации используется предположение об определяющей роли градиента давления жидкости как движущей силы этого процесса. В пренебрежении гравитационными эффектами уравнение фильтрации (переноса плотности жидкости) в «микропоровом» пространстве твердого тела может быть записано следующим образом [222]:

$$\phi \frac{\partial \rho}{\partial t} = K_f \nabla \left[\frac{k}{\eta} \nabla \rho \right], \quad (2.41)$$

где η – вязкость жидкости; k – коэффициент проницаемости твердого каркаса, определяемый согласно (2.37). Уравнение (2.41) численно решается на сетке дискретных элементов методом Эйлера. Отметим, что с учетом используемых приближений массоперенос между дискретными элементами, в которых $\rho \leq \rho_0$, отсутствует.

В рамках данной модели массоперенос жидкости между дискретными элементами за счет капиллярных сил не учитывается. Для большинства горных пород это является справедливым в случае «микропор», характерный размер которых d_{ch} не превышает первых микрометров. При больших значениях d_{ch} «капиллярный» вклад в фильтрацию может учитываться отдельным соотношением. Также не учитывается распределение пор по размерам, в отличие, например, от известных моделей с двойной пористостью [223]. Данное приближение справедливо при моделировании процессов, протекающих на временах много меньших, чем характерное время истечения жидкости из пор меньшего масштаба, по сравнению с порами и каналами, имеющими характерный размер порядка d_{ch} .

2.2.4 Модель массопереноса флюида между фильтрационным объемом твердого каркаса и макропорами («сеточный шаг»)

При описании твердого каркаса как ансамбля частиц возникает задача определения объемов макроскопических пор и полостей в твердом каркасе, а также вычисление протяженности границ раздела между твердым каркасом, содержащим микропоры, и макропорами. Как отмечалось выше, под макропорой (полостью) в развитой модели понимается пора, размер которой больше размера подвижного клеточного автомата (дискретного элемента твердого каркаса). Для определения расположения и размеров макропор система дискретных элементов проецируется на конечно-разностную сетку (см. рисунок 2.1б). Далее, для расчета переноса жидкости на границе «твердофазный скелет-макропора» определяются узлы сетки, принадлежащие подвижным клеточным автоматам и граничащие с узлами, принадлежащими макропорам. Количество таких узлов для каждого подвижного автомата определяет протяженность границы его контакта с макропорой (либо с несколькими макропорами). Расчет переноса флюида между макропорами и граничащими с ними подвижными клеточными автоматами, содержащими в своем объеме микропоры, осуществляется на основе уравнения (2.33) для газообразного флюида или уравнения (2.41) для флюида, находящегося

в жидкой фазе. Отметим, что в данном случае (при описании массообмена с макропорами) указанные уравнения решаются на конечно-разностной сетке.

Для описания перераспределения флюида в объеме одной макропоры или между соединяющимися макропорами в работе используется приближение равного давления. В рамках данного приближения полагается, что в замкнутом макрообъеме на каждом шаге интегрирования плотность и давление флюида распределены однородно. Такое упрощение является адекватным при низких скоростях процессов переноса, а также в случае макрообъемов, частично заполненных флюидом в жидкой фазе. Найденные в ходе решения уравнений (2.33) или (2.41) значения давления флюида в макропорах служат граничными условиями для решения фильтрационной задачи в твердом пористом каркасе на следующем временном шаге модели.

2.2.5 Учет взаимного влияния флюида и твердого каркаса

Как было отмечено выше, одним из аспектов влияния флюида на твердый каркас является вклад давления флюида в напряженное состояние каркаса. Учет данного фактора может осуществляться различными способами (см., например, [216]). В рамках развитой модели влияние давления флюида, содержащегося в фильтрационном объеме и закрытых порах на напряженное состояние твердофазного каркаса учитывается через дополнительный вклад в величину среднего напряжения в объеме дискретного элемента:

$$P_{pore} = P_{closed} \phi_0 + P_{open} \phi, \quad (2.42)$$

где P_{open} и P_{closed} – полные давления флюида в фильтрационном объеме и закрытых порах подвижного автомата. Заметим, что в рамках настоящей модели мы пренебрегаем возможностью нахождения жидкости в закрытых порах. Следовательно, для жидкофазного флюида $P_{closed} = 0$.

Полная величина среднего напряжения в объеме дискретного элемента i записывается в следующем виде:

$$\bar{\sigma}_i^{mean} = \bar{\sigma}_i^{mean, mech} - P_i^{pore}, \quad (2.43)$$

где значение $\bar{\sigma}_i^{mean, mech}$ связано с влиянием окружающих клеточных автоматов и вычисляется по формуле (2.5). Отметим, что выражение (2.42) подразумевает однородное распределение пор, трещин и фильтрационных каналов в объеме подвижного клеточного автомата. Кроме того, развитая модель не учитывает влияния молекул флюида, абсорбированных в кристаллической решетке, на величину упругой энергии твердофазного каркаса. Тем не менее, как показано в [220], такое приближение является вполне допустимым.

Наличие флюида в окружающем рассматриваемый фрагмент материала внешнем пространстве (в макроскопических порах и полостях) приводит к возникновению дополнительных сил, действующих на поверхность твердого тела и вызывающих рост внутренних напряжений в каркасе. Нами используется следующий способ учета влияния давления «внешнего» флюида на напряженное состояние дискретных элементов, граничащих с одной или несколькими макропорами. Предполагается, что, поскольку давление окружающего флюида на свободную (не занятую соседями) часть поверхности подвижного автомата приложено по нормали к ней, оно вызывает только трансляционное движение автомата. В этом случае выражение (2.3), определяющее полную силу, приложенную к центру масс автомата j , можно записать в виде:

$$\vec{F}_j = \sum_{k=1}^{N_j} (\vec{F}_n^{jk} + \vec{F}_\tau^{jk}) + \vec{F}_{fluid}^j, \quad (2.44)$$

где \vec{F}_k^{gas} – суммарная сила, действующая со стороны флюида на дискретный элемент, граничащий с одной или несколькими макропорами:

$$\vec{F}_{fluid}^j = d_j \Delta x \sum_{a=1}^{N_j^{surf}} \sum_{b=1}^{N_a^{gas}} P_b \vec{n}_{ba}. \quad (2.45)$$

Здесь индекс a нумерует узлы сетки, «принадлежащие» подвижному автомату j и граничащие с узлами сетки, относящимися к макропоре (полости); N_j^{surf} – количество таких узлов; индекс b нумерует узлы сетки макропоры, граничащие с узлами сетки « a »; N_a^{gas} – количество дискретных элементов, граничащих с данным узлом, принадлежащим макропоре; P_b – полное давление флюида в узле

сетки b ; \vec{n}_{ba} – единичный вектор, направленный перпендикулярно площадке, разделяющей узлы сетки b и a , в направлении к центру подвижного клеточного автомата.

Помимо этого, давление «внешнего» флюида на дискретные элементы, граничащие с одной или несколькими макропорами, приводит к изменению величины компонентов усредненных напряжений (2.4) в объеме таких дискретных элементов:

$$\bar{\sigma}_{\alpha\beta}^j = \frac{1}{V_j} \left[\sum_{k=1}^{N_j} q_{jk} \left[F_n^{jk} \cos\theta_{jk,\alpha} \cos\theta_{jk,\beta} \pm F_\tau^{jk} \cos\theta_{jk,\alpha} \sin\theta_{jk,\beta} \right] + q_{ja} \Delta x d_j \sum_{a=1}^{N_j^{surf}} \sum_{b=1}^{N_a^{gas}} \cos\theta_{ja,\alpha} P_b \cos\theta_{\vec{n}_{ba},\beta} \right], \quad (2.46)$$

где q_{ja} – расстояние между центром масс дискретного элемента j и центром «принадлежащего» ему узла сетки a ; $\cos\theta_{ja,\alpha}$ – косинус угла между линией, соединяющей центр масс дискретного элемента j с центром «принадлежащего» ему узла сетки a , и осью α лабораторной системы координат; $\cos\theta_{\vec{n}_{ba},\beta}$ – косинус угла между вектором \vec{n}_{ba} и осью β лабораторной системы координат.

2.3 Оценка возможностей метода ГКА для моделирования связанных задач механики контрастных сред

Возможности развитого формализма метода ГКА были апробированы на примерах изучения механического отклика образцов пористой флюидонасыщенной геологической среды, а именно молодого бурого угля (лигнита) Веленского угольного бассейна (Словения) [224,225] и песчаника.

Выбор Веленского лигнита в качестве модельного объекта связан, в первую очередь, с тем, что содержание и динамика перераспределения газовой фазы в его объеме оказывают значительное влияние на интегральный механический отклик данной контрастной среды. Кроме того, для него имеется обширная база экспериментальных данных об особенностях внутренней структуры, механических и сорбционных свойствах. Отметим также, что актуальность

решения связанных задач для углей в частности и газоносных геоматериалов в целом определяется необходимостью выявления петрографических параметров различных типов породы, которые оказывают влияние на вероятность выбросов газопылевой смеси в процессе добычи полезных ископаемых.

Веленский лигнит представляет собой гуминовый тип лигнита, в большей или меньшей степени насыщенный фрагментами ксилита, фюзинита и минеральными примесями [226]. Матрица лигнита соответствует дробному детриту, который состоит из измельченного гомогенного материала растительного происхождения и имеет выраженные упруго-хрупкие свойства [226]. Лигнит имеет выраженную трещиноватую структуру, которая сообщает ему высокую проницаемость и специфические геомеханические свойства. При этом основная часть несплошностей в его объеме, как правило, представлена изолированными микро- и нанопорами [226].

2.3.1 Верификация модели переноса газов в пористых твердофазных средах

Тестирование развитой модели переноса газообразных компонентов контрастной среды в твердофазном каркасе проводилось путем моделирования установления стационарного режима фильтрации газа в плоскопараллельном пористом пласте (см. рисунок 2.4). В случае идеального газа установившееся распределение давления газа по длине пласта описывается следующим аналитическим выражением [51]:

$$P(x) = \sqrt{P_1^2 - \frac{P_1^2 - P_2^2}{L} x}, \quad (2.47)$$

где P_1 – постоянное давление на левой границе пласта (в толще массива); P_2 – постоянное давление на правой границе (на галерее); L – длина моделируемого участка пласта; x – координата в направлении простирания пласта. Отметим, что данное решение получено в приближении фильтрации только в направлении простирания пласта (что эквивалентно непроницаемым верхней и нижней границам слоя, приведенного на рисунке 2.4).

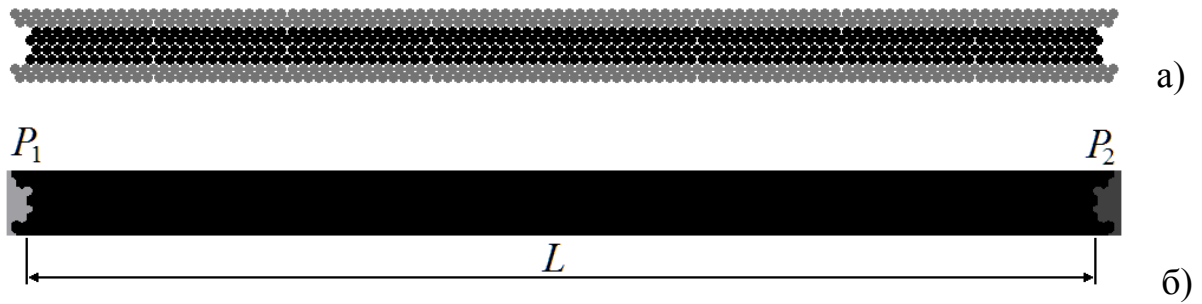


Рисунок 2.4 – Структура моделируемого пласта (а);
его проекция на конечно-разностную сетку (б).

При численном моделировании использовались следующие параметры: протяженность $L = 0,1$ м, $P_1 = 5,6$ МПа (характерное значение давления в пласте лигнита на одном из нижних уровней в Веленском угольном бассейне), $P_2 = 0,1$ МПа (имитация атмосферного давления на галерее). Рассматривалась фильтрация углекислого газа CO_2 (молярная масса $0,044$ кг/моль, динамическая вязкость $\eta_{gas} = 10^{-5}$ Па·с). В настоящем расчете диффузия газа в твердом каркасе и эволюция ансамбля подвижных клеточных автоматов не учитывались, что обусловлено необходимостью сопоставления численного решения для профиля давления газа с аналитическим выражением (2.47). Соотношение размеров подвижного клеточного автомата и пространственного шага сетки в проводимых расчетах составляло 8:1.

Как показывают результаты численного моделирования методом ГКА, стационарное распределение давления газа по простиранию пласта достигается к 2000-й секунде (физическое время) после начала численного эксперимента. На рисунке 2.5 представлено стационарное распределение давления, полученное в численном расчете, и соответствующая аналитическая оценка (2.47). Видно хорошее согласие численных результатов с аналитическим решением, что свидетельствует о корректности реализованной модели фильтрации.

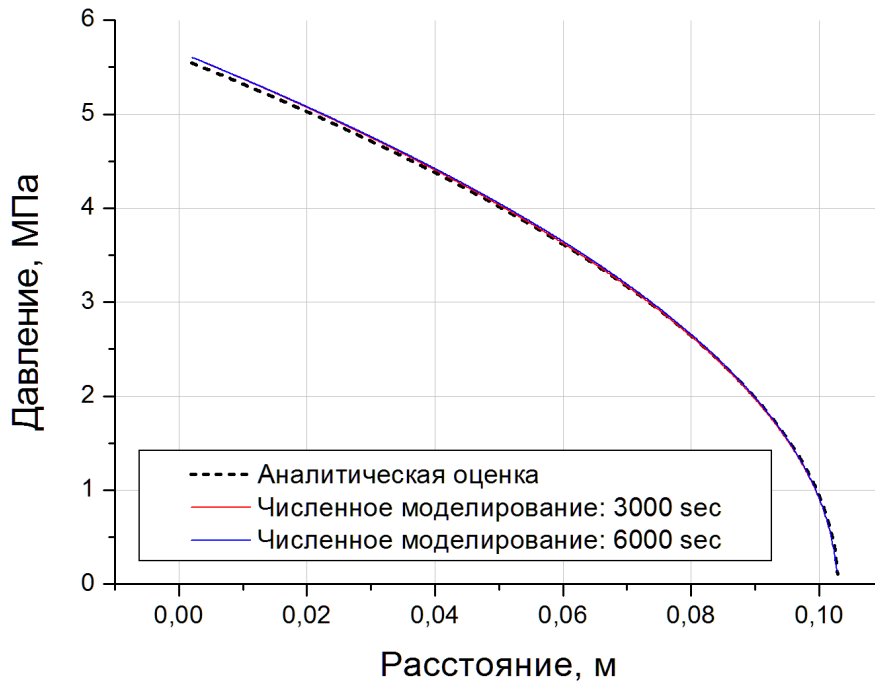


Рисунок 2.5 – Распределение давления газа по простиранию пласта.

Важной составляющей верификации модели переноса газов в твердофазном каркасе является анализ динамики установления их стационарного распределения в среде. Такая верификация проведена на примере компьютерного моделирования лабораторных экспериментов, проведенных Я. Жулой в Люблянском университете (Любляна, Словения) под руководством профессора Й. Пездича.

В данных экспериментах лигнит литотипа дробного детрита, предварительно измельченный и дегазированный, помещался в сосуд объемом 105 мл и утрамбовывался. Масса детрита составляла 60 г. После утрамбовывания лигнита сосуд закрывался и в течение 10-15 секунд заполнялся газом (CO_2 , CH_4 , N_2 или их смесью) до достижения рабочего давления, равного нескольким десяткам атмосфер. Примерно через 24 часа после начала эксперимента в сосуде достигаются равновесные условия (адсорбция газа лигнитом прекращается). После этого давление в сосуде сбрасывалось до атмосферного, и горловина снова закрывалась для изучения динамики десорбции газа из предварительно насыщенного образца. Постоянный мониторинг изменения давления в сосуде в ходе эксперимента позволяет оценить сорбционную способность угля по отношению к находящемуся в сосуде газу.

На рисунке 2.6а приведена структура модельного двумерного образца с линейными размерами 5,1×5,1 см, объемное содержание детрита в котором соответствует экспериментам. Следует отметить, что в настоящих расчетах учитывались процессы фильтрации и диффузии CO₂ в объеме лигнита. Использовались экспериментально определенные значения открытой ($\phi = 2\%$) и закрытой ($\phi_0 = 40\%$) пористости дробного детрита, коэффициента растворимости ($v_c = 0,05$), коэффициента диффузии ($D_{eff} = 2 \cdot 10^{-7}$ см²/с) и характерного размера «монолитных» блоков ($R_c \sim 10^{-4}$ м). В то же время, однозначное экспериментальное определение величины характерного диаметра фильтрационных каналов d_{ch} является трудноосуществимым [226]. В связи с этим значение данного параметра подбиралось из условия наилучшего согласия результатов расчетов с экспериментальными данными.

Результаты моделирования показали хорошее качественное и количественное согласие результатов моделирования с экспериментальными кривыми изменения давления газа в свободном объеме сосуда. В качестве примера на рисунке 2.6б приведены данные лабораторного и численного экспериментов по адсорбции CO₂ при начальном давлении газа в сосуде 56,3 Бар. Полученные зависимости характеризуются наличием двух участков: 1) начальный участок «быстрого» падения давления в сосуде, определяемого фильтрацией CO₂ в «открытом» трещинно-поровом пространстве детрита (первые 100-150 с); и 2) основной по протяженности участок, на котором скорость адсорбции CO₂ контролируется диффузией в закрытое поровое пространство. Такое поведение модельной системы находится в хорошем соответствии с современными теоретическими представлениями о физической природе процессов сорбции газов пористыми материалами. Полученные результаты свидетельствуют о корректности формулировки задачи переноса газовой компоненты в контрастных средах.

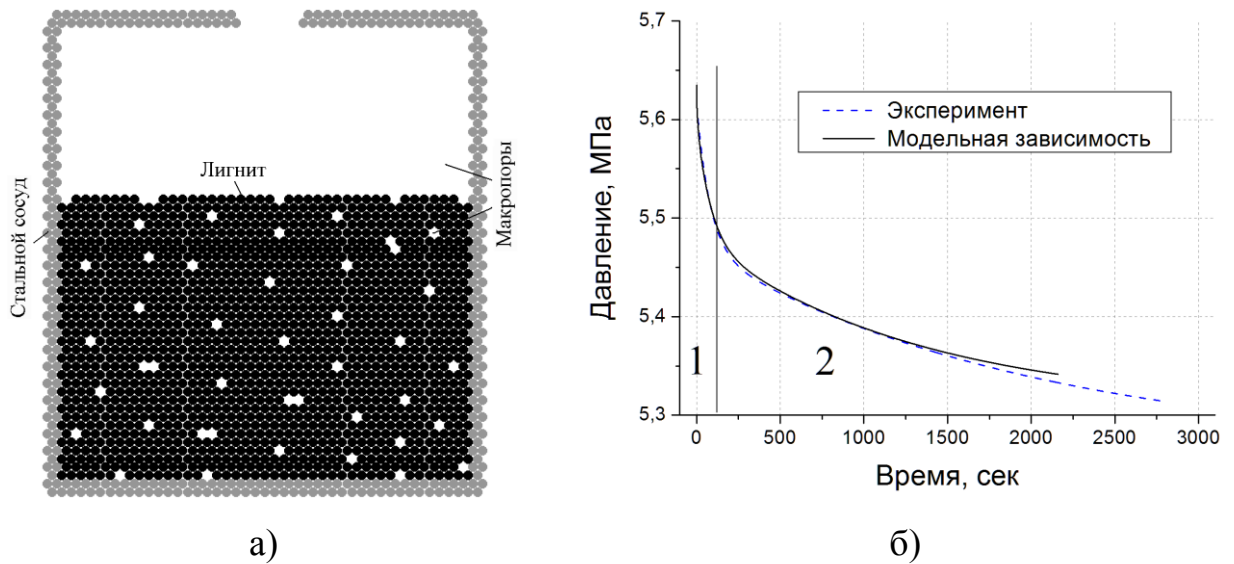


Рисунок 2.6 – Структура моделируемой системы (а) и зависимость давления газа в сосуде от времени (б).

Наилучшее согласие расчетных и экспериментальных данных получено при величине характерного диаметра фильтрационных каналов $d_{ch} \sim 2,5 \cdot 10^{-9}$ м. Следует отметить, что такое характерное значение d_{ch} обеспечивает хорошее согласие результатов моделирования и с данными более ранних лабораторных экспериментов, проведенных на образцах различных литотипов Веленского лигнита [225]. Полученный результат демонстрирует, что, несмотря на широкий спектр размеров фильтрационных каналов в образцах лигнита ($10^{-9} \div 10^{-5}$ м), определяющую роль в процессе фильтрации газа играют наиболее мелкие из них, имеющие характерный диаметр нанометрового диапазона. Физическая интерпретация данного результата может быть следующей. «Крупные» фильтрационные каналы (в том числе трещины) в лигните являются разрозненными, то есть не образующими связанную сеть во всем объеме (что не исключает наличия малых областей, где они объединены в единую систему). Их соединение в фильтрационную систему, пронизывающую весь объем лигнита, обеспечивается «мостиками» из мелких каналов с характерным диаметром порядка нескольких нанометров. В этом случае эффективная скорость фильтрации в лигните контролируется «пропускной способностью» таких

каналов, даже если объемная доля более крупных каналов является преобладающей (поскольку только пренебрежимо малая часть фильтрационных каналов имеет выход на свободную поверхность).

Полученный результат, помимо прочего, демонстрирует перспективность численного моделирования для понимания особенностей процессов переноса газовой фазы в контрастных средах различного типа и, в частности, для выявления характерных масштабов объектов, обеспечивающих эти процессы, что сложно сделать на основе экспериментальных исследований.

2.3.2 Верификация модели пористых сред, насыщенных жидкостью

Верификация построенной модели фильтрации жидкости проводилась на основе следующих тестов: 1) просачивание жидкости через тонкий слой и 2) выдавливание жидкости из образца при быстром одноосном нагружении (без разрушения).

Моделирование просачивания жидкости через тонкий слой проводилось для образца пористого материала длиной $L = 0,94$ м и шириной $W_s = 0,0035$ м с использованием следующих начальных и граничных условий по давлению:

$$\begin{aligned} P(x = 0) &= 0,43 \text{ МПа,} \\ P(x = L) &= 0 \text{ МПа,} \\ P(t = 0) &= 0 \text{ МПа.} \end{aligned} \quad (2.48)$$

В качестве фильтрующейся жидкости использовалась вода. Исходная пористость образца составляла $\phi = 0,1$. В начальный момент времени поры образца считались полностью заполненными водой. Схема моделируемого образца приведена на рисунке 2.7.

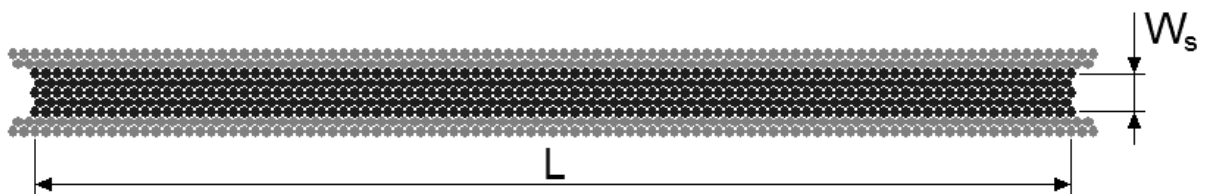


Рисунок 2.7 – Схема образца, использованного при верификации модели пористой среды, насыщенной жидкостью.

Считая жидкость слабосжимаемой и пренебрегая деформацией пор под воздействием жидкости, распределение давления в узком проницаемом образце может быть аппроксимировано следующим рядом [222]:

$$P(x,t) = P(x=0) \cdot (1 - x/L) + \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p \exp\left(-\left(\frac{p\pi}{L}\right)^2 \frac{kK_{fl}}{\phi\eta} t\right) \frac{\sin(p\pi x/L)}{p\pi}. \quad (2.49)$$

Вычисляя достаточное количество членов ряда (2.49), можно аппроксимировать распределение давления в образце с требуемой точностью.

С целью выяснения адекватности модели и изучения влияния явного учета пороупругости на распределение давления в образце было проведено моделирование фильтрации жидкости в описанной выше постановке с постоянной, не зависящей от давления жидкости и напряженного состояния материала пористостью ($\phi = const$) и с пористостью, зависящей от давления согласно модели, описываемой выражениями (2.30)-(2.32). В обоих случаях результаты, получаемые в численных расчетах, отличались от аналитической оценки (2.49) для профилей давления не более чем на 10% (см. рисунок 2.8а).

При этом, как видно из рисунка 2.8б, учет пороупругости приводит к некоторому снижению порового давления, по сравнению с моделью, в которой пороупругость не учитывается, даже при относительно невысоких давлениях. Данные результаты демонстрируют необходимость учета пороупругости, особенно при расчетах полей давления в образцах, испытывающих высокие механические нагрузки, либо нагружаемых при высоких значениях порового давления жидкости.

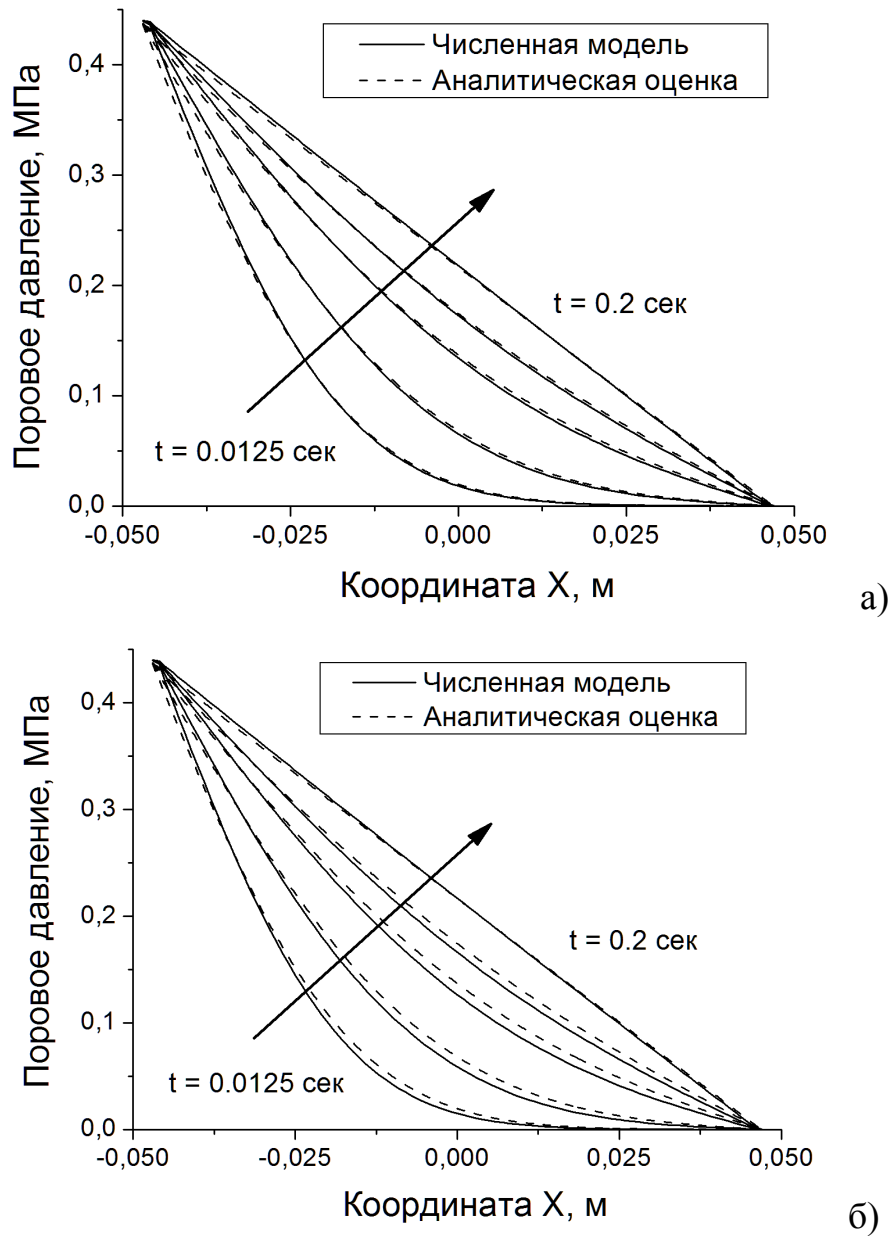


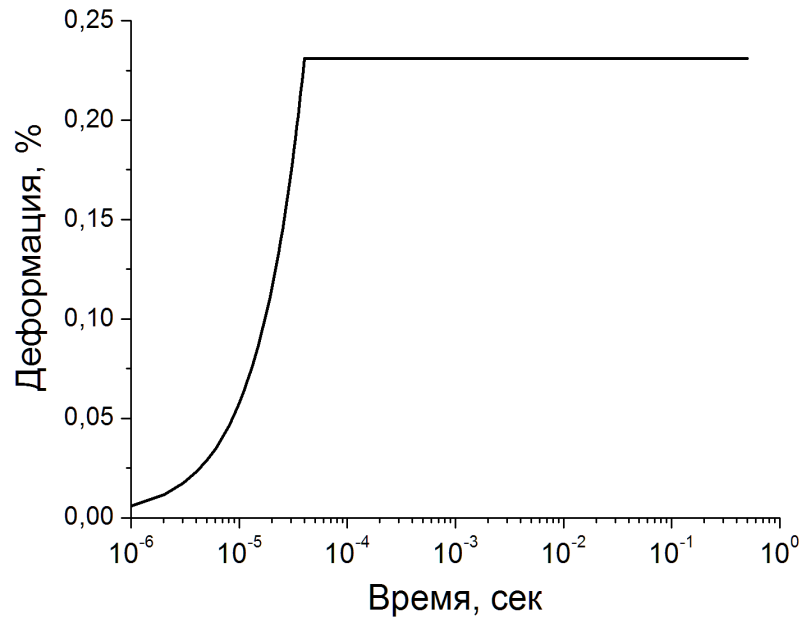
Рисунок 2.8 – Зависимости порового давления по протяженности образца в различные моменты времени: а) постоянная пористость; б) пористость, зависящая от давления согласно формулам (3.20)-(3.22). Исходное давление жидкости в порах полагалось равным атмосферному.

Как следует из использованных в работе положений теории пороупругости [59], механический отклик пористого водонасыщенного образца определяется следующими факторами: 1) упругим модулем твердого каркаса; 2) наличием жидкости в порах и ее модулем всестороннего сжатия; и 3) фильтрацией жидкости из твердого каркаса во внешнюю среду. Последнее приводит к

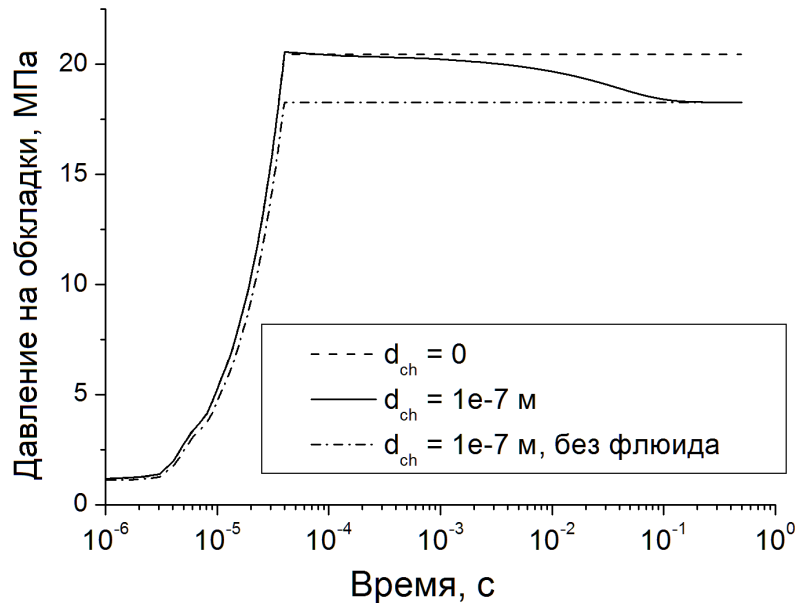
снижению порового давления жидкости и, соответственно, уменьшению силы реакции, действующей на обкладки со стороны образца.

Для верификации изложенного выше предположения было проведено моделирование быстрого одноосного деформирования пористого водонасыщенного образца до некоторой заданной величины деформации с дальнейшей фиксацией образца в деформированном состоянии (см. рисунок 2.9). Под быстрым деформированием подразумевается нагружение образца до заданной величины деформации за время, значительно меньшее характерного времени фильтрации жидкости через поперечное сечение образца. Как было отмечено выше, после окончания нагружения образца с постоянной скоростью давление на обкладки начинает снижаться (см. рисунок 2.9б). Пренебрегая зависимостью пористости от давления, можно считать, что указанное снижение давления на обкладки происходит по экспоненциальному закону, при этом, начальное значение давления соответствует давлению, создаваемому деформированным водонасыщенным образцом в отсутствие фильтрации, а конечное значение – давлению, создаваемому на обкладки таким же образцом при отсутствии жидкости в поровом объеме.

Исходя из указанных выше предположений, проведено моделирование одноосного сжатия водонасыщенного образца с эффективным диаметром фильтрационного канала, равным $d_{ch} = 0$ (что имитирует отсутствие фильтрационного переноса жидкости между порами и ее выдавливания во внешнюю среду), и образца, в порах которого жидкость отсутствовала. Как видно из рисунка 2.9б, все предположения о характере зависимости силы реакции деформированного образца от времени полностью подтвердились.



а)



б)

Рисунок 2.9 – Зависимость величины приложенной к образцам деформации от времени (а); зависимости давления на обкладки образцов от времени (б). Исходное давление жидкости в порах водонасыщенных образцов полагалось равным атмосферному.

Описанные выше результаты тестирования подтверждают перспективность применения построенной модели флюидонасыщенной пористой среды для

решения сложных задач изучения механического отклика и прочностных свойств образцов флюидонасыщенных материалов.

2.4 Заключение к главе 2

1. Развита метод гибридных клеточных автоматов для описания пористых флюидонасыщенных сред. Данный метод объединяет метод дискретных элементов и метод сеток.

2. В рамках формализма метода гибридных клеточных автоматов явным образом учитываются сжимаемость флюида и материала твердого упруго-пластического каркаса, а также его разрушение. Учет указанных эффектов определяет применимость развитого метода для решения широкого класса задач теоретического изучения проницаемых материалов и сред, насыщенных жидкостью или газом.

3. Проведена верификация метода гибридных клеточных автоматов на задачах моделирования фильтрации жидкого и газообразного флюидов в плоском проницаемом слое. Показано, что получаемые распределения давлений по длине слоя согласуются с соответствующими аналитическими оценками.

4. На примере решения задачи о выдавливании жидкости из пористого образца при его сжатии показано, что давление на обкладки такого образца спадает по экспоненциальному закону от значения давления, соответствующего непроницаемому водонасыщенному образцу, до давления, соответствующего «сухому» образцу. Указанное поведение полностью согласуется с соответствующими теоретическими представлениями, что подтверждает адекватность построенной модели взаимодействия флюида и вмещающего твердого каркаса.

5. Результаты верификации модели демонстрируют перспективность ее применения для исследования прочностных свойств и разрушения флюидонасыщенных материалов.

3. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ЖИДКОСТИ И ГАЗА НА МЕХАНИЧЕСКИЙ ОТКЛИК ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ КОНТАКТНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ

3.1 Введение

Известно [57-59], что наличие жидкой либо газообразной фаз в порах вмещающей среды оказывает существенное влияние на ее физико-механический отклик. При этом влияние жидкого либо газообразного флюида на отклик рассматриваемого объема определяется не только величиной давления флюида в порах, но и его перераспределением в системе пор и каналов проницаемой среды. Данный эффект является следствием взаимного влияния каналов диссипации, обусловленных внутренним трением в объеме фильтрующегося флюида и разрушением твердого вмещающего тела.

Важной особенностью, определяющей различный характер взаимодействия твердого каркаса с жидким или газообразным флюидами, является способность газа занимать весь предоставленный объем, и, соответственно, оказывать давление на стенки полостей (пор) при их расширении. В отличие от газа, жидкость перестает оказывать давление на внутренние поверхности твердого каркаса при увеличении объема пор до объема, занимаемого жидкостью в несжатом состоянии. Последнее диктует необходимость отдельного изучения сред, насыщенных газом, и сред, насыщенных жидкостью. В настоящей главе рассматриваются результаты теоретического изучения прочностных свойств пористых проницаемых материалов, насыщенных жидкостью или газом, в сложных условиях нагружения при нормальном и сдвиговом контакте. В качестве метода моделирования применен развитый в предыдущей главе метод гибридных клеточных автоматов. Физико-механические свойства модельных материалов соответствуют свойствам типичных представителей геологических проницаемых сред – газонасыщенных угольных пластов либо водонасыщенных песчаников. При этом полученные результаты могут быть обобщены на широкий класс

проницаемых материалов и сред, насыщенных жидкостью или газом, в том числе упруго-хрупких и упруго-пластических биологических материалов и сред.

3.2 Изучение влияния порового давления газа на прочность газонасыщенных материалов в условиях нормальной нагрузки

Известно, что наличие флюида в трещинно-поровом пространстве геологических материалов оказывает существенное влияние на их механический отклик, включая разрушение. В частности, наличие адсорбированных газов может служить причиной внезапных выбросов газопылевой смеси, эпизодически происходящих в ходе выработки угольных пластов [227-232].

При этом, как свидетельствуют результаты многочисленных экспериментальных исследований, степень влияния флюида на характер деформирования и разрушения геоматериалов может быть существенно различной и определяется целым комплексом факторов. К ним относятся как факторы, непосредственно связанные с пространственным распределением и состоянием флюида в трещинно-поровом пространстве материала (поровое давление до начала нагружения, величина открытой/связанной и закрытой пористости, особенности геометрии и пространственного распределения несплошностей, адсорбция на стенках пор и т.д.), так и механические (включая реологические) характеристики самого скелета горной породы (предел упругости, коэффициент деформационного упрочнения, коэффициенты внутреннего трения и дилатансии и другие) [231]. Перечисленные факторы определяют, в конечном итоге, поровое давление газообразного флюида в твердом каркасе к моменту разрушения, которое оказывает влияние на прочность образца в соответствии с критерием Друккера-Прагера

$$\sigma_{DP} = 0,5(\lambda_c + 1)\sigma_{int} + 1,5(\lambda_c - 1)(\sigma_{mean} + bP_{pore}) = \sigma_c. \quad (3.1)$$

Ярким примером, наглядно демонстрирующим влияние давления газа на прочность материала, является испытание пористых газонасыщенных образцов на

одноосное сжатие. Данный вид испытаний применяется, в частности, для оценивания прочностных свойств газонасыщенных углей [226].

3.2.1 Влияние порового давления газа на прочность образцов упруго-хрупкого материала при одноосном сжатии

Рассмотрим простейший случай – одноосное нагружение образца упруго-хрупкого материала, трещинно-поровое пространство которого заполнено газом при некотором начальном давлении (см. рисунок 3.1). Не умаляя общности полученных далее результатов, предположим, что поровый объем образца заполнен углекислым газом. Давление газа в окружающем образец пространстве поддерживалось равным нулю. Образец помещался между матрицей, которая оставалась неподвижной, и пуансоном, двигавшимся вниз с постоянной скоростью V_y . Макроструктура моделируемого образца предполагалась однородной, макроскопические поры и включения отсутствовали. Значение открытой пористости образца полагалось равным $\phi = 0,1$, закрытая пористость отсутствовала, проницаемость материала образца полагалась равной нулю.



Рисунок 3.1 – Схема моделируемого образца.

Известно [233,234], что хрупкие материалы, в том числе большинство горных пород, характеризуются низкими значениями прочности на растяжение σ_t при достаточно высоких значениях прочности на сжатие σ_c . Отношение σ_c/σ_t может достигать десяти и более и определяется особенностями гетерогенной структуры материала, в том числе иерархией исходных повреждений [234]. Так, с увеличением концентрации «крупных» дефектов и повреждений (много больших характерных размеров пор и каналов фильтрационного объема) величина прочности материала на растяжение снижается намного быстрее величины прочности на сжатие. Это связано с различиями в функционировании повреждений типа плоских трещин в условиях растяжения (разрыв) и сжатия (сухое/вязкое трение сжатых поверхностей повреждения) [235]. Отметим, что наличие повреждений достаточно высокого ранга может приводить к кратному уменьшению величины σ_t , даже если доля таких повреждений незначительна [235]. В связи со сказанным, представляет интерес анализ влияния порового давления газа на прочность материалов, характеризующихся различным отношением $\lambda_c = \sigma_c/\sigma_t$.

Результаты моделирования показали, что в условиях одноосного сжатия образцы демонстрируют хрупкий отклик. Разрушение образцов происходит путем формирования одной или нескольких диагональных трещин. С ростом начального порового давления газа прочность образцов снижается по линейному закону (см. рисунок 3.2а) в соответствии с использованным критерием разрушения Друккера-Прагера (3.1). По мере увеличения отношения прочностей материала на сжатие и растяжение σ_c/σ_t , влияние порового давления газа на прочность образца усиливается (см. рисунок 3.2а).

Результаты численного моделирования, представленные на рисунке 3.2, могут быть верифицированы с использованием аналитической оценки, представленной ниже. Применяемый в рамках изложенной модели модифицированный критерий Друккера–Прагера (3.1) может быть переписан в следующей форме:

$$\sigma_{DP} = 0,5(\lambda_c + 1)\sigma_{int} + 1,5(\lambda_c - 1)(K\varepsilon_{mean} + bP_{gas}). \quad (3.2)$$

Пренебрегая вкладом давления газа в величину σ_{yy} , а также влиянием объемной деформации на величину P_{gas} , можно записать следующую оценку, связывающую значение критерия Друккера-Прагера со значением порового давления газа:

$$\frac{d\sigma_{DP}}{dP_{gas}} = 1,5(\lambda_c - 1) \frac{d}{dP_{gas}} (K\varepsilon_{kk} + bP_{gas}) = 1,5b(\lambda_c - 1) = 1,5b \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_t} - 1 \right). \quad (3.3)$$

Выражение (3.3) позволяет оценить скорость снижения прочности образцов с увеличением порового давления газа. На рисунке 3.2б приведены значения тангенса угла наклона зависимости прочности образцов от λ_c , полученные путем численного моделирования, а также вычисленные при помощи выражения (3.3). Видно, что оценки прочности газонасыщенных образцов на одноосное сжатие, полученные по результатам численного моделирования, находятся в хорошем согласии с аналитической оценкой (3.3). Имеющиеся отклонения обусловлены неоднородностью распределения напряжений в углах образца вблизи матрицы и пуансона.

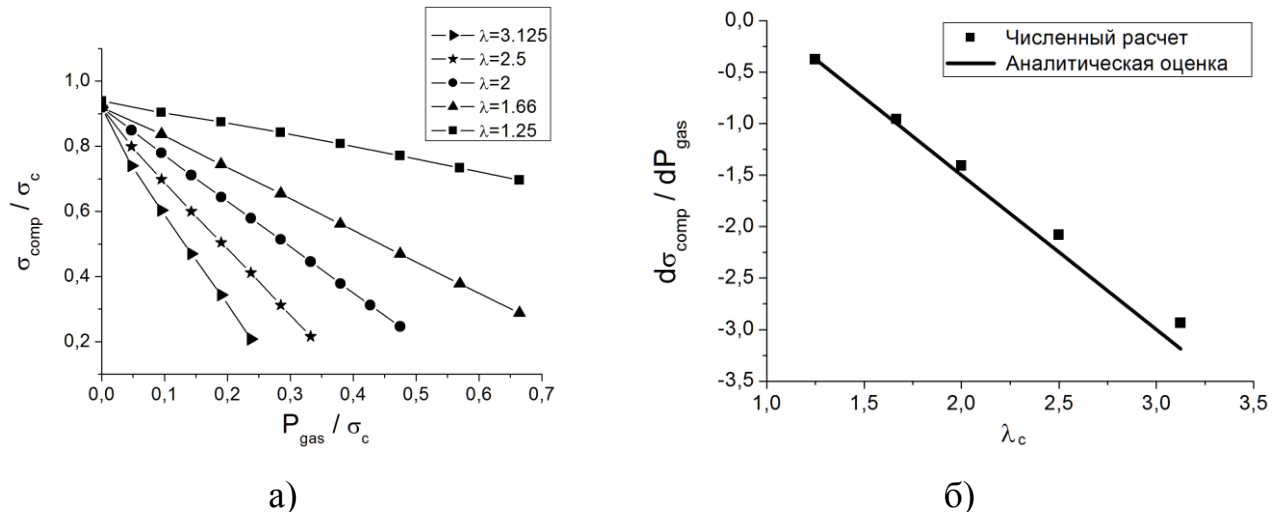


Рисунок 3.2 – Зависимости прочности образца модельного упруго-хрупкого материала от давления газа в порах (а), зависимость угла наклона прямых на рисунке 3.2а от соотношения прочностей на сжатие и растяжение (б).

3.2.2 Влияние порового давления газа на прочность образцов угля при одноосном сжатии

Зачастую при исследовании прочностных свойств реальных геологических материалов, например, образцов газонасыщенных углей, не удается полностью исключить влияние фильтрационного переноса газа в образце и его выход во внешнюю среду, несмотря на принимаемые меры по изоляции боковых поверхностей образцов при испытаниях [236]. Кроме того, многие геологические материалы демонстрируют упруго-пластический отклик, сопровождающийся дилатансией и, соответственно, неупругим изменением порового объема [237]. Для оценки влияния перечисленных выше факторов на зависимость прочности от порового давления было проведено моделирование одноосного сжатия образцов газонасыщенного угля [75].

Механические свойства материала образца соответствовали высококачественной литотипной категории лигнита (дробному детриту), упрощенная (линеаризованная) диаграмма одноосного сжатия которого приведена на рисунке 3.3. Коэффициент дилатансии материала полагался равным $\Lambda=0,173$, коэффициент внутреннего трения $\chi=0,49$, что является типичным для дробного детрита. Параметры пористости лигнита (см. Таблицу 3.1) были получены на основании экспериментальных данных по сорбционным свойствам лигнита, полученных Й. Пездичем и Я. Жулой на образцах из Веленской угольной шахты (Веленье, Словения) [224,225].

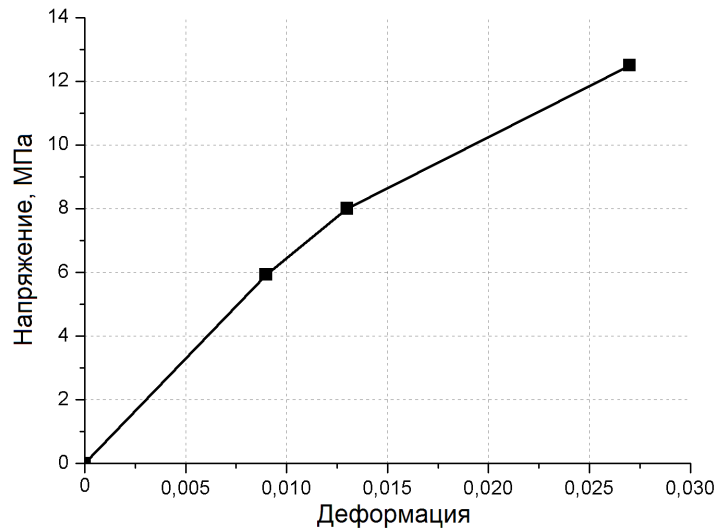


Рисунок 3.3 – Линеаризованная диаграмма одноосного сжатия дробного детрита.

Таблица 3.1 – Оценки параметров пористости и сорбционных свойств лигнита (Веленская угольная шахта, Веленье, Словения).

Открытая пористость	0,042	Коэффициент диффузии, см ² /с	$3,4 \cdot 10^{-7}$
Закрытая пористость	0,55	Коэффициент растворимости	0,05
Средний диаметр фильтрационного канала, м	$2,5 \cdot 10^{-9}$	Средний размер «монолитного» блока, м	$1 \cdot 10^{-4}$

Рассматривались образцы модельного материала с физико-механическими свойствами, соответствующими дробному детриту. В работе варьировалось соотношение параметров σ_c и σ_t критерия разрушения Друккера–Прагера (3.2). Значение прочности материала на сжатие в проводимых расчетах полагалось равным $\sigma_c = 12,5$ МПа. Значение прочности материала на растяжение варьировалось от $\sigma_t = 4$ МПа до $\sigma_t = 10$ МПа.

На рисунке 3.4 приведены зависимости прочностей моделируемых образцов с различными значениями σ_t от величины вклада порового давления газа в величину среднего напряжения в твердофазном скелете P_{gas} . Приведенные кривые имеют вид, близкий к линейному. Различие между аналитической зависимостью

(3.3) и результатами численного моделирования не превышает 20 процентов во всем рассмотренном интервале прочностей. Таким образом, влияние дилатансии упруго-пластического материала на поровое давление газа оказывается незначительным. Последнее обусловлено тем, что газ, занимая весь предоставленный ему объем, продолжает оказывать давление на стенки пор при увеличении их размера вследствие дилатансии.

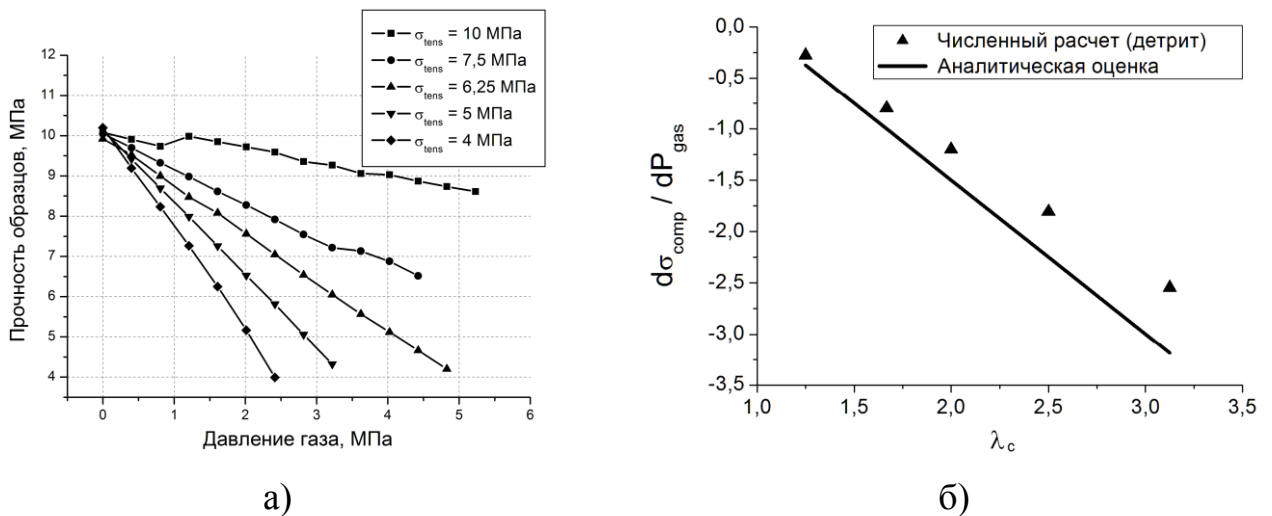


Рисунок 3.4 – Зависимости прочности газонасыщенного образца модельного материала от давления газа в порах (а), зависимость среднего угла наклона линий на рисунке 3.4а от соотношения прочностей на сжатие и растяжение (б).

Как показали результаты моделирования одноосного сжатия газонасыщенных образцов, основным фактором, определяющим влияние газообразного флюида на прочность, является поровое давление газа [75]. При этом вклады в поровое давление от фильтрационного переноса газа и дилатансии не приводят к значительному изменению прочности образцов вследствие свойства газа занимать весь предоставленный ему объем. В случае жидкофазного флюида, давление на стенки пор становится равным нулю при их расширении до некоторого критического объема. Заметим что, вследствие существенно большего значения модуля объемного сжатия жидкости падение порового давления до нуля может произойти при относительно небольших объемных деформациях образца.

Это обуславливает важность исследования влияния жидкофазного флюида, содержащегося в поровом объеме образцов, на их прочность.

3.3 Изучение прочности пористых образцов упруго-хрупкого материала, насыщенных жидкостью, при одноосном сжатии

Развитая модель была применена для моделирования одноосного сжатия пористых образцов упруго-хрупкого модельного материала, фильтрационный объем которых заполнен водой. Образцы были закреплены между неподвижной матрицей (снизу) и пуансоном (сверху), который перемещался с постоянной скоростью V_y , сжимая образец. Задача решалась в двумерной постановке в приближении плоско-напряженного состояния. Структура образца полагалась однородной, макроскопические поры и включения отсутствовали. Направление сжатия совпадало с вертикальной осью образца, схема нагружения аналогична схеме, приведенной на рисунке 3.1.

В проведенных численных экспериментах были использованы следующие значения параметров модельного материала: $K = 37,5$ ГПа, $K_s = 107$ ГПа, $G = 5,77$ ГПа, $\rho = 2000$ кг/м³, $\sigma_c = 70$ МПа, $\lambda_c = 7$, $K_{fl} = 2,2$ ГПа. Значение параметра b варьировалось в пределах от $b = \phi = 0,1$ до $b = 1$. Высота образца составляла $H = 0,1$ м, ширина образца $W = 0,05$ м.

Результаты моделирования выявили существенное влияние порового давления жидкости на механический отклик хрупких пористых образцов, имеющее при этом более сложный характер, чем влияние давления газа в порах [191]. Помимо порового давления, на прочность образцов оказывают влияние такие факторы, как скорость нагружения, характерный диаметр фильтрационного канала (величина, совместно со значением открытой пористости характеризующая проницаемость материала) и геометрические размеры образца [191].

В условиях одноосного сжатия давление жидкости в порах твердого тела определяется конкуренцией следующих двух процессов.

1) Деформированием твердого каркаса, сопровождающимся уменьшением объема порового пространства и ростом порового давления (и, следовательно, усилением влияния жидкости на величину напряжений в каркасе);

2) Фильтрацией жидкости во внешнее пространство через боковые поверхности образца, приводящей к уменьшению порового давления и влияния жидкости на напряженное состояние каркаса.

Баланс этих двух процессов связан, в частности, с величиной коэффициента проницаемости материала, определяемого в рамках построенной модели характерным диаметром фильтрационных каналов d_{ch} . Так, на рисунке 3.5 приведена типичная зависимость прочности образцов модельного материала от величины d_{ch} . Данная зависимость характеризуется наличием трех участков. На участке I (при достаточно низкой проницаемости образцов) отток жидкости из образца не компенсирует увеличение ее плотности в процессе деформирования пор. Вследствие этого по мере деформирования давление содержащейся в фильтрационном объеме жидкости постоянно возрастает, что приводит к снижению эффективной прочности образца (см. выражение (3.1)). При больших значениях d_{ch} (участок III) обеспечивается скорость оттока жидкости из образца, достаточная для падения порового давления до атмосферного. Влияние жидкости на напряженное состояние таких образцов практически отсутствует, а их прочность стремится к прочности «сухого» образца. На переходном участке II скорость истечения жидкости из образца сопоставима со скоростью увеличения ее плотности и, соответственно, скоростью увеличения порового давления.

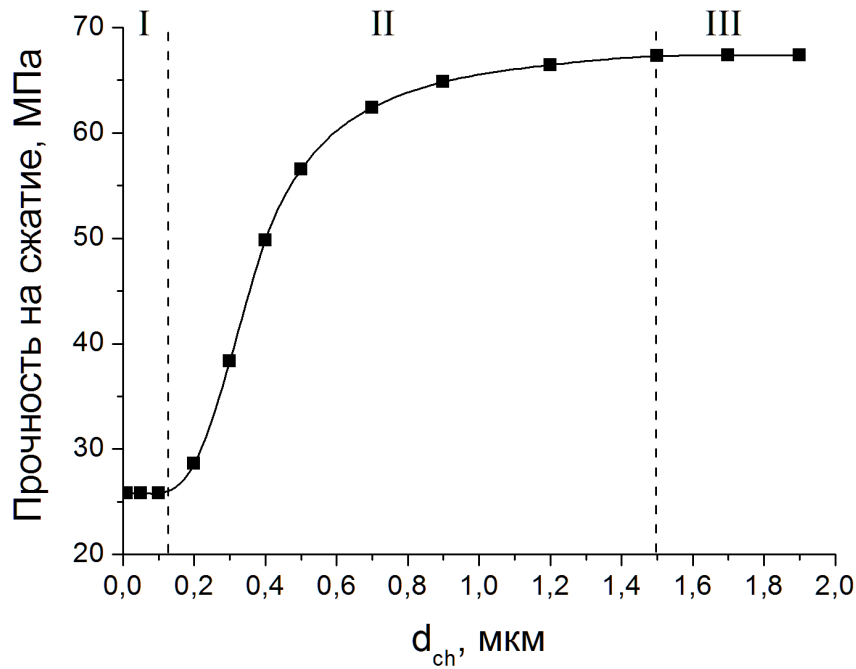


Рисунок 3.5 – Типичная зависимость прочности образцов модельного упруго-хрупкого материала при их одноосном сжатии от характерного диаметра фильтрационного канала при скорости нагружения $V_y = 0,1$ м/с и начальном поровом давлении жидкости, равном атмосферному. $b = 1$.

Баланс процессов роста порового давления за счет сжатия образца и оттока жидкости за счет фильтрации во внешнюю среду через боковые поверхности может быть описан следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{dP_{pore}(t)}{dt} = C_{solid} K_{fl} \dot{\epsilon}_{yy} - \frac{P_{pore}(t)}{\tau_{filtr}}, \quad (3.4)$$

где C_{solid} – коэффициент, определяющий влияние деформации пор вмещающего каркаса на поровое давление при сжатии образца, $\dot{\epsilon}_{yy} = V_y / H$ – скорость деформации при одноосном сжатии со скоростью V_y , а τ_{filtr} – характерное время фильтрации жидкости через боковые стенки образца, которое может быть оценено следующим образом:

$$\tau_{filtr} = \frac{\eta}{K_{fl}} \frac{W^2}{4d_{ch}^2} \quad (3.5)$$

Как было отмечено в предыдущей главе, при изменении порового давления флюида значение пористости ϕ может изменяться. Для упрощения изложения при построении аналитических оценок здесь и далее в качестве оценки величины пористости материала используется ее исходное значение, т.е. $\phi \approx \phi^{init}$.

Оценка (3.5) построена на основе конечно-разностной аппроксимации уравнения фильтрационного переноса (2.41) в предположении постоянного значения градиента давления. В связи с тем, что по мере нагружения поровое давление в образце растет, а вместе с ним растет и разность давлений на оси образца и во внешней среде, оценка (3.5) является завышенной.

Решение дифференциального уравнения (3.4) с нулевыми начальными условиями имеет следующий вид:

$$P_{pore}(t) = C_{solid} \eta \frac{W^2 \phi}{4k} \dot{\epsilon}_{yy} \left(1 - \exp(-t / \tau_{filtr}) \right) \quad (3.6)$$

Отметим еще раз, что выражение (3.6) представляет собой оценку порового давления жидкости на оси образца, не учитывающую зависимость градиента порового давления от времени, имеющую нелинейный характер.

Как следует из аналитической оценки (3.6), с увеличением ширины образца W при прочих равных условиях поровое давление жидкости на оси образца возрастает пропорционально W^2 . Соответствующее поведение демонстрируют и результаты численных расчетов.

С увеличением ширины образца отношение площади боковой поверхности, через которую происходит отток жидкости во внешнее пространство, к объему образца снижается. При этом удельное количество и давление жидкости, остающееся в порах к началу разрушения, возрастает с увеличением значения W^2 , как показано на рисунке 3.6. Отсюда следует интуитивно неожиданный вывод: при прочих равных условиях прочность водонасыщенного образца большей ширины оказывается ниже прочности более «узкого» образца.

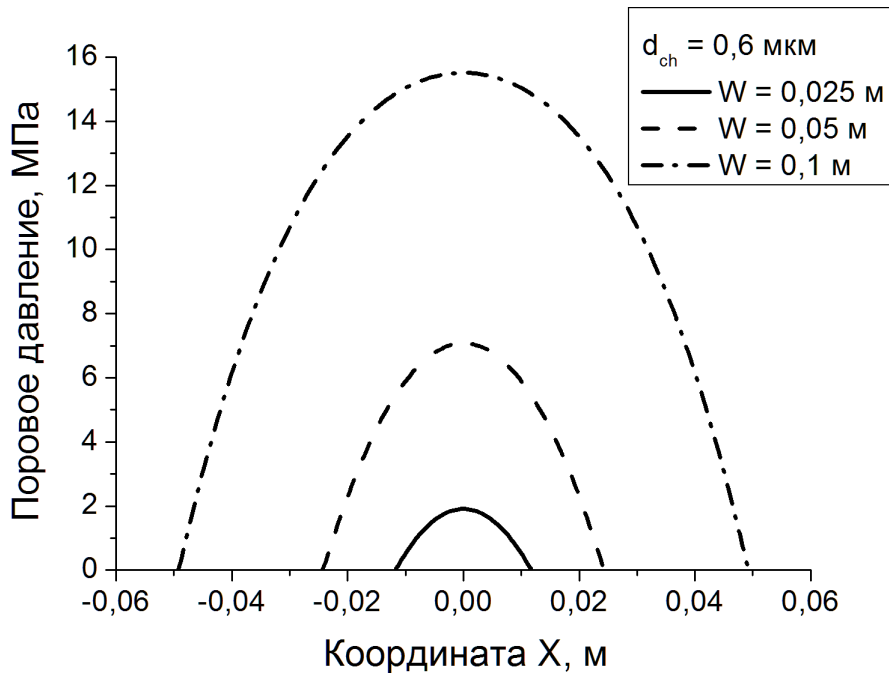


Рисунок 3.6 – Распределения порового давления в горизонтальном сечении образцов различной ширины к началу разрушения. $V_y = 0,1$ м/сек, $P_{init}=P_0$.

Из выражения (3.6) видно, что поровое давление в образце, и, соответственно, прочность флюидонасыщенного образца при одноосном сжатии, определяются значением комбинации параметров $C_{solid} \eta \frac{W^2 \phi}{4k} \dot{\epsilon}_{yy}$. Сказанное демонстрирует возможность получения обобщенной зависимости прочности водонасыщенных образцов от параметров нагружения, геометрии образцов, физико-механических свойств вмещающего пористого каркаса и флюида.

3.3.1 Обобщенное выражение для прочности образца упруго-хрупкого флюидонасыщенного материала при одноосном сжатии

Как было отмечено выше, прочность флюидонасыщенных образцов при их одноосном сжатии определяется конкуренцией процессов механического деформирования образца под действием приложенной внешней нагрузки и оттока жидкости из порового пространства во внешнюю среду. Для выявления общих закономерностей такой конкуренции проведено детальное параметрическое исследование зависимости прочности образцов, насыщенных жидкостью, от

скорости нагружения и физико-механических параметров твердого каркаса. Моделировалось одноосное сжатие образцов упруго-хрупких материалов, характеризующихся различными значениями пористости ϕ и проницаемости k , упругих констант E и K , прочностных параметров σ_c и σ_t , а также коэффициентов влияния порового давления на напряженное состояние a и прочность каркаса b , при различных значениях скорости деформации $\dot{\epsilon}_{yy}$. Начальное поровое давление жидкости P_{init} полагалось равным атмосферному давлению (поровое пространство образцов полностью заполнено жидкостью). Для установления характера влияния параметров вмещающей жидкости на прочность образцов варьировались значения вязкости жидкости μ и ее модуля всестороннего сжатия K_f .

При учете влияния порового давления на прочность образцов рассматривались следующие две гипотезы о распределении микропор в твердофазном каркасе.

1. Микропоры распределены однородно, размер их много меньше характерного размера повреждений, формирующихся в процессе разрушения. В таком случае при относительно небольших значениях пористости можно полагать, что возникновение повреждений жестко не привязано к местам расположения микропор и в большей степени определяется наличием в твердом каркасе других дефектов большего (в сравнении с микропорами) масштаба. При этом влияние поровой жидкости на прочность каркаса определяется величиной пористости и учитывается посредством следующего определения коэффициента b в (3.1): $b = \phi$. Данная оценка величины коэффициента b была впервые предложена Терцаги и является хорошим приближением для низкопористых материалов [7].

2. Микропоры распределены неоднородно, повреждения в материале формируется путем соединения трещиной нескольких микропор. В этом случае влияние поровой жидкости на прочность каркаса определяется непосредственно величиной порового давления: $b = 1$.

Анализ результатов численного моделирования показал, что для заданных значений физико-механических свойств твердого каркаса прочность флюидонасыщенного образца является однозначной функцией единственного параметра, контролирующего соотношение скоростей фильтрации и деформации твердого каркаса:

$$A_{fluid} = \eta \frac{W^2 \phi}{4k} \dot{\epsilon}_{yy}. \quad (3.7)$$

На рисунке 3.7 показаны зависимости прочности водонасыщенных образцов на одноосное сжатие от параметра A_{fluid} . Как видно из рисунка 3.7, величина параметра b , определяющего вклад порового давления в критерий разрушения (3.1), оказывает значительное влияние на прочность флюидонасыщенных образцов. Так, в случае использования приближения однородного распределения микроскопических пор ($b = \phi = 0.1$) в твердом каркасе вклад порового давления оказывается относительно слабым (максимальное снижение прочности образцов не превышает 25%). В рамках второго приближения ($b = 1$) прочность водонасыщенных образцов при низких значениях проницаемости (определяемой диаметром фильтрационного канала) может снижаться в несколько раз.

Значение входящего в уравнение (3.6) параметра C_{solid} определяется физико-механическими свойствами твердого каркаса. Для установления конкретного вида выражения, определяющего C_{solid} , было проведено детальное изучение влияния упругих констант и прочностных свойств твердого каркаса на прочность водонасыщенных образцов. Заметим, что при варьировании значения прочности на одноосное сжатие σ_c соотношение $\lambda = \sigma_c / \sigma_t$ оставалось постоянным.

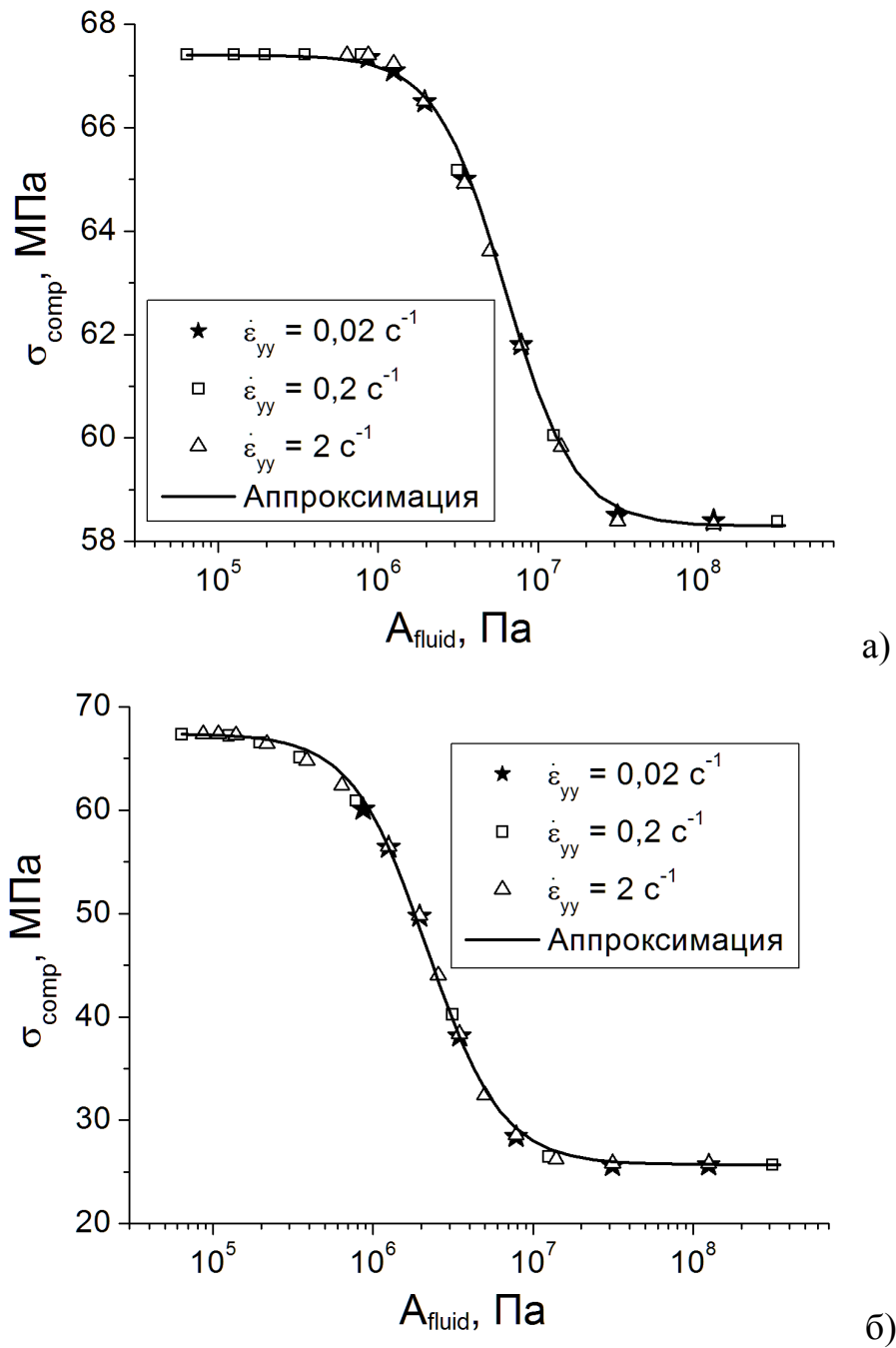


Рисунок 3.7 – Обобщенная зависимость прочности водонасыщенных образцов от значения параметра (3.7) при $\sigma_c = 70$ МПа, $\lambda_c = 3$. $b = \phi = 0,1$ (а); $b = 1$ (б).

На основе анализа результатов численного моделирования было установлено, что значение параметра C_{solid} определяется следующим соотношением:

$$C_{solid} = \frac{E}{\sigma_c} \sqrt{\frac{\alpha b}{K\phi^{2/3}}}. \quad (3.8)$$

Таким образом, прочность на одноосное сжатие σ_{comp} упруго-хрупких флюидонасыщенных образцов является однозначной функцией произведения параметров (3.7) и (3.8):

$$\sigma_{comp} = \sigma_{comp} (A_{fluid} C_{solid}) = \sigma_{comp} \left(\eta \frac{W^2 \phi}{4k} \dot{\varepsilon}_{yy} \frac{E}{\sigma_c} \sqrt{\frac{\alpha b}{K \phi^{2/3}}} \right) \quad (3.9)$$

Минимальное значение прочности на одноосное сжатие водонасыщенного образца в плоско-напряженном состоянии $\sigma_{c,min}^{ПНС}$ может быть оценено следующим образом. Полагая, что для упругого материала значение порового давления в случае исходной равновесной концентрации флюида определяется изменением объема пор

$$P_{pore} = -3K_{fl} \varepsilon_{cp}^{pore} \quad (3.10)$$

и подставляя (3.10) в (2.24), запишем:

$$P_{pore} = \frac{K_{fl}}{K_p - \alpha K_{fl}} |\sigma_{mean}|. \quad (3.11)$$

Учитывая, что при одноосном сжатии разрушение наступает при $|\sigma_{mean}| = |\sigma_{yy}| / 3 = \sigma_c^0 \approx \sigma_c$, подставляя (3.11) в соотношение (3.1), получим:

$$\sigma_{c,min}^{ПНС} = \sigma_c^0 / \left[1 + 0,5(\lambda_c - 1) \frac{bK_{fl}}{(K_p - \alpha K_{fl})} \right]. \quad (3.12)$$

При этом максимальное значение прочности σ_c^0 стремится к прочности «сухого» образца σ_c . В нормированных единицах зависимости прочности на одноосное сжатие для образцов, характеризующихся различными значениями упругих модулей, а также различными значениями параметра σ_c , можно свести в единую обобщенную кривую (см. рисунок 3.8). Заметим, что в рамках использованных приближений значения прочностей, упругих констант и пористости материала рассматриваются как независимые параметры.

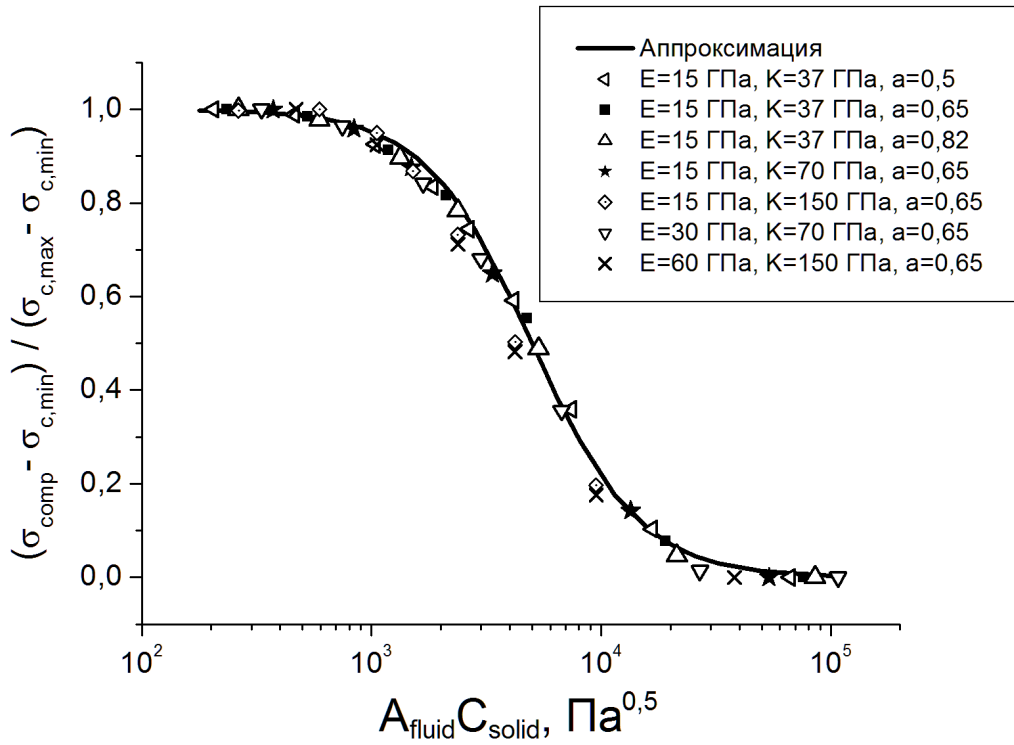


Рисунок 3.8 – Обобщенная зависимость прочности водонасыщенных образцов от параметра $A_{fluid} C_{solid}$ для различных значений упругих свойств пористого каркаса.

Известно, что процессы, протекание которых определяется конкуренцией некоторых факторов или явлений (например, рост биологических популяций и т.д.) зачастую описываются логистической функцией [238]. Основываясь на изложенном выше предположении об определяющей роли конкуренции процессов роста порового давления и оттока жидкости из образца, для аппроксимации зависимости прочности водонасыщенных образцов при одноосном сжатии от произведения параметров (3.7) и (3.8) нами использована логистическая функция следующего вида:

$$\sigma_{comp} = \sigma_c^{\min} + \frac{\sigma_c^0 - \sigma_c^{\min}}{1 + (A_{fluid} C_{solid} / C_0)^p} \quad (3.13)$$

где σ_c^0 – прочность образца при одноосном сжатии в отсутствие жидкости в поровом пространстве, σ_c^{\min} – прочность водонасыщенного образца в условиях «запирания» жидкости в порах (т.е. при отсутствии фильтрационного движения жидкости в твердом каркасе), $C_0 = 1 \text{ Па}^{1/2}$ – нормирующий параметр. Значение

показателя степени p в выражении (3.13) может быть оценено следующим образом:

$$p \approx 1,8 + 0,1b. \quad (3.14)$$

Как следует из выражения (3.13), на прочность флюидонасыщенных образцов оказывают влияние не только прочностные свойства твердого каркаса, но и свойства жидкости, находящейся в поровом пространстве, а также характер пористости и удельный вклад порового давления в напряженное состояние каркаса. Для использованных в настоящих расчетах параметров материала твердого каркаса и жидкости оценка σ_c^{\min} составляет $\sigma_{c,\min}^{ПНС} = 60,87$ МПа для $b = 0,1$ и $\sigma_{c,\min}^{ПНС} = 27,77$ МПа для $b = 1$, что хорошо согласуется с результатами моделирования для малых значений проницаемости (см. рисунок 3.7). Имеющиеся различия между результатами численного моделирования и оценкой (3.12) обусловлены тем, что данная оценка не учитывает наличия контактного взаимодействия образца с пуансоном и матрицей.

Согласно представлениям теории пороупругости, наличие жидкости в порах твердого каркаса оказывает существенное влияние на его упругие свойства [58,59]. В работе [59] приведена следующая оценка значения модуля всестороннего сжатия K_u непроницаемого твердого каркаса, насыщенного жидкостью:

$$K_u = K \left(1 + \frac{K_{fl}}{\phi K} \right). \quad (3.15)$$

Данная оценка получена в предположении о слабой сжимаемости зерен, составляющих твердый каркас, т.е. $K / K_s \ll 1$. Основываясь на том, что модуль сдвига жидкости можно считать равным нулю, и, соответственно, полагая модуль сдвига флюидонасыщенного твердого каркаса не зависящим от свойств жидкости, заполняющей поровый объем, можно записать следующее соотношение для модуля Юнга флюидонасыщенного материала:

$$E_u = \frac{9K_u G}{3K_u + G}. \quad (3.16)$$

Отсюда, соотношение E_u / E имеет следующий вид:

$$\frac{E_u}{E} = \frac{K}{K_u} \frac{3K + G}{3K_u + G}. \quad (3.17)$$

Используя соотношение (3.15), для материала, использованного в представленных выше расчетах, получаем

$$E_u / E \approx 1,089. \quad (3.18)$$

На рисунке 3.9 представлена зависимость модуля Юнга от параметра (3.7). Как видно из данного рисунка, при стремлении проницаемости материала к нулю значение модуля Юнга образца при одноосном сжатии стремится к оценке (3.18).

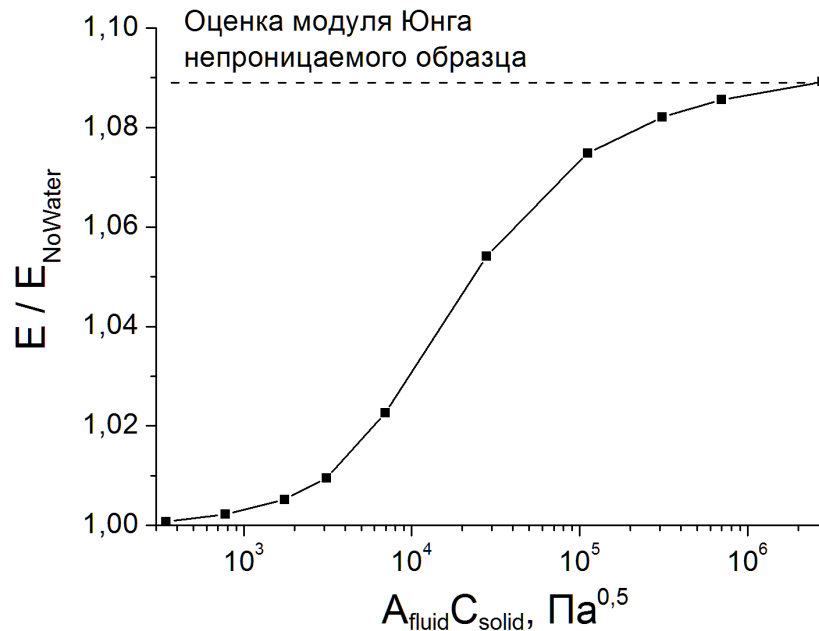


Рисунок 3.9 – Зависимость модуля Юнга водонасыщенных образцов от значения параметра (3.7). Значение E_{NoWater} соответствует модулю Юнга образца, не насыщенного жидкостью.

Заметим, что, в то время как значения модулей Юнга непроницаемого водонасыщенного образца и образца, не насыщенного жидкостью (или, что то же самое, образца с бесконечной проницаемостью) различаются примерно на девять процентов, отношение модулей всестороннего сжатия для таких образцов, вычисленное согласно выражению (3.15), составляет $K_u / K \approx 2,76$. Таким

образом, жидкость в поровом объеме оказывает наиболее существенное влияние на объемный отклик материала. Последнее позволяет предположить, что, при нагружении в стесненных условиях влияние флюида на прочность материала также будет существенным.

В целом, сложный характер взаимосвязей между параметрами, характеризующими механический отклик твердого каркаса, физико-механические свойства жидкости и динамику ее фильтрационного перераспределения в системе пор, определяет нелинейную зависимость прочности образцов от совокупности данных параметров даже для упруго-хрупкого материала. Для упруго-пластических материалов, характеризующихся дилатансионной пластичностью, очевидно, что дилатансия как фактор, влияющий на поровый объем, будет оказывать влияние и на прочность образцов.

3.4 Влияние жидкости на прочностные свойства упруго-пластического проницаемого интерфейса при сдвиговом нагружении в стесненных условиях

Как известно, влияние жидкости на механический отклик пористых проницаемых геологических материалов существенно различается в зависимости от способности таких материалов к пластической деформации [237]. В значительной мере данный факт связан с тем, что пластичность таких материалов зачастую имеет дилатансионный характер, иными словами, макроскопически наблюдаемая пластическая деформация связана с формированием в материале новых повреждений и раскрытием существующих. В результате, объем порового пространства в таких материалах может значительно изменяться (как правило, увеличивается), что, в свою очередь, приводит к значительному изменению давления вмещаемого флюида. В свою очередь, в результате того, что изменение порового объема происходит неравномерно по рассматриваемому фрагменту материала, например, в результате локализации деформации и т.д., формируется градиент порового давления флюида и, соответственно, начинается его перенос в объеме материала, что оказывает влияние на скорость пластической деформации [239]. Таким образом проявляется взаимное влияние каналов диссипации упругой

энергии, обусловленных вязкостью и локальным микро-разрушением. Влияние перераспределения флюида в поровом объеме упруго-пластических водонасыщенных материалов на их отклик при сдвиговом нагружении отмечалось еще в работах [240,241].

В последнее время в ряде работ, посвященных изучению отклика водонасыщенных строительных материалов и горных пород на динамическое нагружение, отмечается значительное влияние скорости деформации на эффективные упругие характеристики таких материалов и их прочность [242,243]. Ряд авторов указывает также на взаимосвязь граничных условий (замкнутый образец или образец с проницаемыми поверхностями, допускающими отток жидкости вовне) со степенью влияния скорости сдвиговой деформации на прочность упруго-пластической дилатирующей водонасыщенной среды [244,245]. Заметим, что к средам такого типа относятся как гранулированные геологические среды, так и геоматериалы, составленные из сцепленных частиц микронного и субмикронного масштабов, в частности, песчаники [246,247].

Также, в настоящее время получила развитие концепция об определяющей роли жидкости на процессы зарождения землетрясений в активных разломных зонах, составленных из проницаемых материалов [248-250]. При этом важную роль играет не только поровое давление жидкости, но и ее перераспределение в разломной зоне и окружающих блоках [246,251,252]. Как отмечено в ряде работ, наличие жидкости оказывает существенное влияние на землетрясения, приуроченные к разломам, в связи с тем, что давление жидкости частично компенсирует нормальное давление в плоскости разлома, снижая тем самым его сдвиговую прочность [251]. Так, в работе [253] высказано предположение о том, что поровое давление жидкости, составляющее около семидесяти пяти процентов от литостатического давления, является причиной низких значений наблюдаемой сдвиговой прочности трансформных геологических разломов, таких как разлом Сан-Андреас.

Несмотря на наличие большого количества работ по изучению прочностных свойств водонасыщенных упруго-пластических проницаемых сред, до сих пор

отсутствуют исчерпывающие представления о взаимосвязи, в том числе, количественной, между процессами, протекающими в таких средах при их нагружении, и влиянии данных взаимосвязей на их деформационный отклик и прочность. В настоящей работе путем численного моделирования проведен детальный анализ влияния физико-механических параметров и их взаимосвязей на прочность упруго-пластической проницаемой среды.

Рассмотрим бесконечно протяженный слой упруго-пластического материала ширины L_0 , заключенный в упругой среде (см. рисунок 3.10а). Упруго-пластический материал и окружающую его упругую среду будем считать проницаемыми и насыщенными жидкостью, заполняющей объем пор. Диаграммы одноосного сжатия образцов упругого и упруго-пластического материалов приведены на рисунке 3.10б.

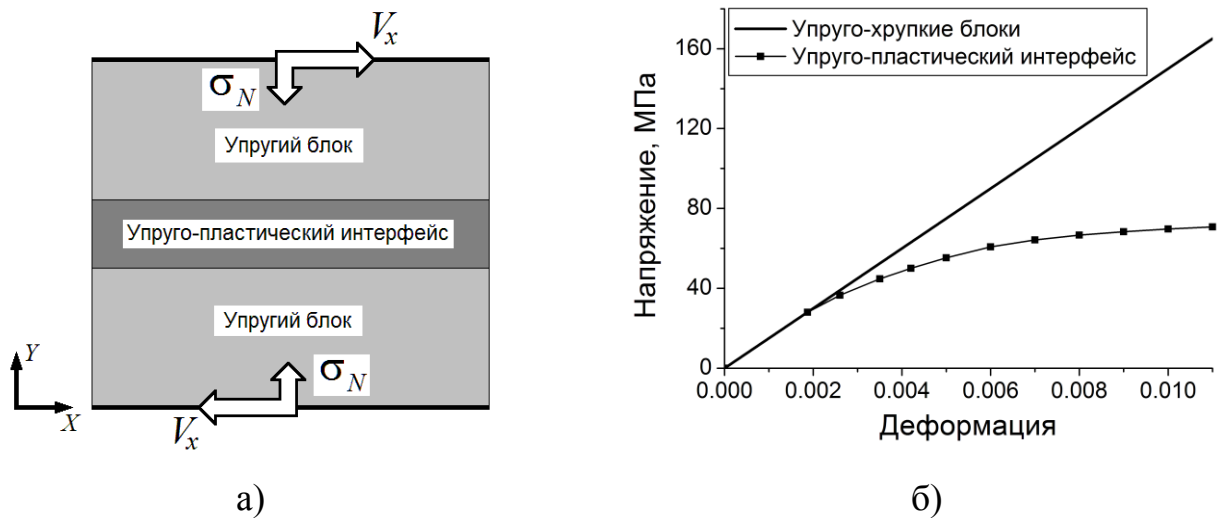


Рисунок 3.10 – Схема нагружения образца пористого водонасыщенного материала (а). Диаграммы одноосного сжатия материалов блоков и интерфейса (б).

Моделировалось сдвиговое нагружение протяженного фрагмента материала в горизонтальной плоскости в условиях внешней сжимающей нагрузки (см. рисунок 3.10а). Была изучена зависимость сдвиговой прочности межблокового интерфейса от физико-механических параметров материала и параметров

нагружения. Исходные проницаемости упругих блоков и заключенного между ними интерфейса считались одинаковыми, поровый объем был заполнен водой при начальном нулевом (атмосферном) давлении. Внешняя нагрузка прикладывалась к верхней и нижней поверхностям образца, на которых также задавались условия непроницаемости флюида. В горизонтальном направлении действуют периодические граничные условия. Толщина образца (понимаемая как расстояние между верхней и нижней поверхностями) равна L .

Описанная система может быть интерпретирована как упрощенная модель границы раздела блоков геологической среды, например, частично залеченной трещины, центральной части разломной зоны либо, в более общем случае, полосы локализованного сдвига в проницаемой среде. В такой системе действуют сжимающие и сдвиговые напряжения. В дальнейшем мы будем исходить из предположения о том, что прочность среды много выше прочности границы раздела, в связи с этим, в проведенных расчетах материал упругих блоков полагался неразрушаемым. Упругие свойства модельных материалов блоков и интерфейса считались одинаковыми. Значения физико-механических параметров пористого каркаса, использованные в представленных ниже расчетах, приведены в Таблице 3.2. Там же приведены значения прочностей на сжатие и растяжение для упруго-пластического интерфейса.

Нагружение образцов проводилось в два этапа. На первом этапе осуществлялась начальная пригрузка образцов с постоянной силой, удельное значение которой равно σ_N (см. рисунок 3.10а) и производилась выдержка образцов до затухания в них упругих волн. На втором этапе производилось сдвиговое деформирование образца в горизонтальной плоскости с постоянной скоростью V_x до разрушения интерфейса. Величина скорости сдвиговой деформации интерфейса оценивалась как $\dot{\varepsilon}_{xy} = V_x / L$. На внешних границах упругих блоков вертикальная составляющая скорости полагалась равной нулю.

Таблица 3.2 – Физико-механические параметры пористого каркаса.

Открытая пористость, ϕ	0,1	Прочность на растяжение σ_t , МПа	23,3
Коэффициент влияния порового давления на прочность и пластичность b	0,1	Прочность на сжатие σ_c , МПа	70
Объемный модуль упругости пористого каркаса K , МПа	37,5	Объемный модуль упругости монолитных зерен пористого каркаса K_s , МПа	107,5
Коэффициент Пуассона ν	0,3	Плотность пористого каркаса, кг/м ³	2000
Коэффициент дилатансии Δ	0,36	Коэффициент внутреннего трения χ	0,57

На рисунке 3.11 показана зависимость сдвиговой прочности флюидонасыщенной границы раздела от величины нормальной нагрузки в отсутствие перераспределения жидкости в поровом объеме (иными словами, при нулевой проницаемости среды). Как видно из данного рисунка, сдвиговая прочность интерфейса увеличивается с ростом сжимающих напряжений, что обусловлено увеличением степени стеснения материала интерфейса.

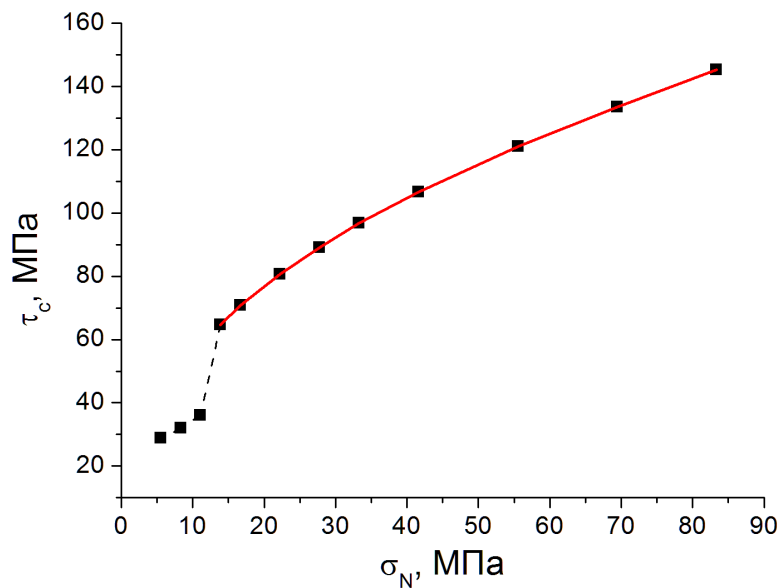


Рисунок 3.11 – Типичная зависимость сдвиговой прочности от нормальной нагрузки для непроницаемого водонасыщенного интерфейса.

На зависимости, приведенной на рисунке 3.11, имеется два участка, первый из которых (в области малых нормальных нагрузок) соответствует разрушению интерфейса до достижения в нем предела упругости на сдвиг, второй соответствует разрушению интерфейса после перехода в область пластических деформаций, сопровождающихся дилатансией. Наличие второго участка обусловлено эффектом так называемого дилатансионного упрочнения, т.е. возрастания наблюдаемой прочности материала в стесненных условиях нагружения при росте среднего напряжения в среде за счет дилатансии [254,255]. Данный эффект 1) проявляется в консолидированных материалах с относительно низкой пористостью [255] и 2) не связан с изменением значения параметров в критерии разрушения (3.1), а обусловлен только особенностями напряженного состояния [256]. Во флюидонасыщенных средах существенный вклад в проявление эффекта дилатансионного упрочнения вносит падение порового давления флюида вследствие необратимого увеличения объема пор при дилатансии [257,258].

Поскольку дилатансия упруго-пластического интерфейса приводит к возрастанию среднего напряжения в системе, здесь и далее под нормальной нагрузкой σ_N понимается значение нагрузки, приложенной к образцу до начала сдвигового нагружения (см. рисунок 3.12).

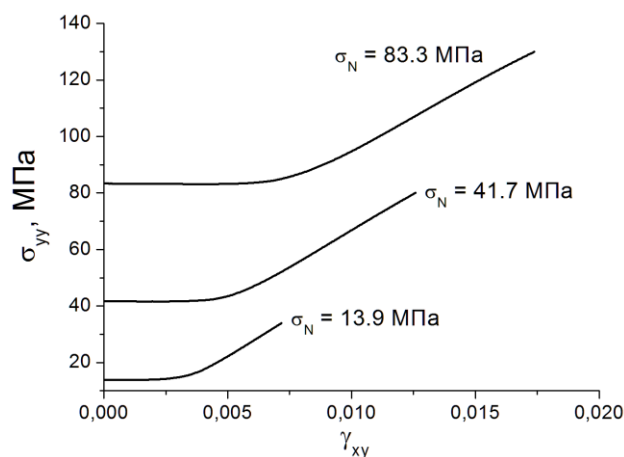


Рисунок 3.12 – Зависимости нормальной силы реакции от угла сдвига непроницаемого водонасыщенного образца при различных значениях начальной нормальной нагрузки σ_N . $\dot{\epsilon}_{xy} = 0,083 \text{ с}^{-1}$, $L_0 / L = 0,052$.

Из данного рисунка видно, что на начальной стадии сдвигового нагружения до достижения предела упругости материала интерфейса нормальная сила реакции σ_{yy} остается постоянной и равной начальному значению σ_N . После достижения предела упругости в упруго-пластическом интерфейсе начинается дилатансия. Это приводит к увеличению ширины интерфейса и, соответственно, к сжиманию упругих блоков. В результате нормальная сила реакции возрастает, как показано на рисунке 3.12. Это же приводит и к увеличению среднего напряжения (по модулю) в интерфейсе и в блоках.

Все представленные далее результаты получены в диапазоне значений начальных нормальных нагрузок, при которых разрушение упруго-пластического интерфейса происходит после достижения им предела упругости (то есть, в условиях пластического деформирования). На рисунке 3.13 приведена типичная зависимость сдвиговой прочности интерфейса от характерного диаметра фильтрационного канала $\tau_c(d_{ch})$. Как видно из данного рисунка, зависимость $\tau_c(d_{ch})$ имеет существенно немонотонный характер [259].

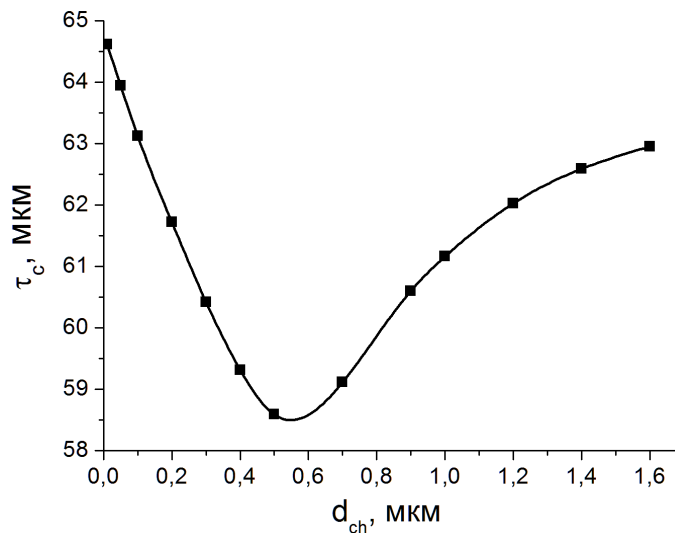


Рисунок 3.13 – Типичная зависимость сдвиговой прочности упруго-пластического проницаемого интерфейса от характерного диаметра фильтрационного канала. $\sigma_N = 13,9$ МПа, $\dot{\epsilon}_{xy} = 0,083$ с⁻¹, $L_0 / L = 0,052$.

Указанная немонотонность зависимости $\tau_c(d_{ch})$ имеет следующее объяснение, основанное на анализе распределений порового давления в вертикальном сечении рассматриваемого образца (см. рисунок 3.14).

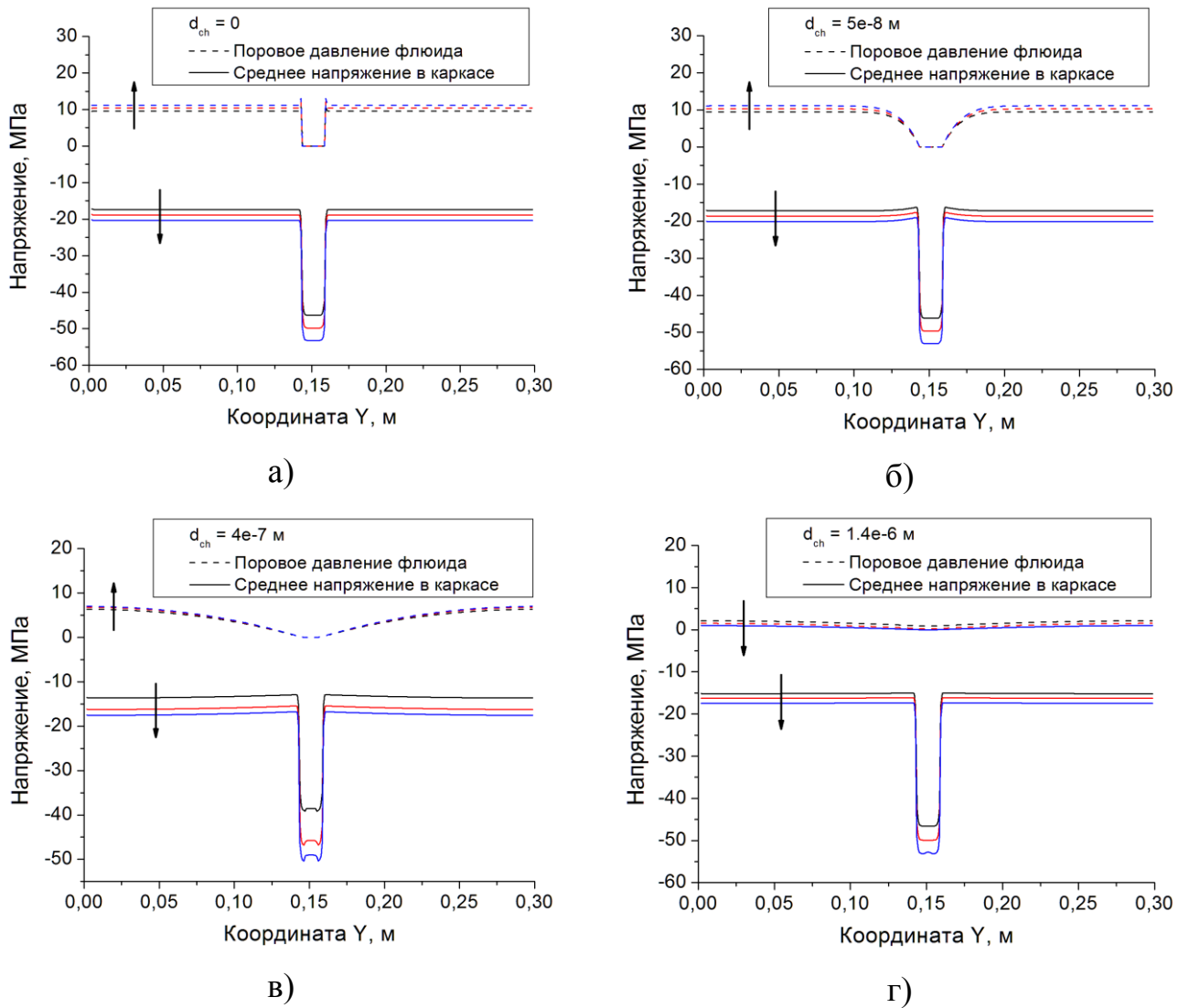


Рисунок 3.14 – Распределения среднего напряжения и порового давления жидкости по высоте образца незадолго до разрушения при различных значениях характерного диаметра фильтрационного канала. $\sigma_N = 13,9$ МПа, $\dot{\epsilon}_{xy} = 0,083$ с⁻¹, $L_0 / L = 0,052$. Стрелками показано направление течения времени (направление роста сдвиговой деформации).

Максимальные значения сдвиговой прочности интерфейса достигаются при нулевой проницаемости материала (см. рисунок 3.14а). В этом случае давление

жидкости в упруго-пластическом интерфейсе быстро снижается до нуля в результате увеличения порового объема при дилатансии. В свою очередь, давление жидкости по всему сечению упругих блоков равномерно растет вследствие сжатия блоков за счет дилатансии интерфейса. По мере роста сдвиговой деформации абсолютное значение среднего напряжения в блоках и в интерфейсе возрастает.

Поскольку дилатансия упруго-пластического интерфейса приводит к возникновению градиента порового давления, в образцах с ненулевой проницаемостью возникает отток жидкости из порового объема упругих блоков в упруго-пластический интерфейс. При низких значениях проницаемости отток жидкости происходит из областей упругих блоков, прилегающих к интерфейсу (см. рисунок 3.14б). В этих областях давление жидкости понижается, вследствие чего линейные размеры данных областей блоков уменьшаются. В результате уменьшается сжатие упруго-пластического интерфейса в сравнении с непроницаемым образцом. Это приводит к снижению сдвиговой прочности с ростом проницаемости по экспоненциальному закону. Заметим, что при малых значениях проницаемости давление жидкости в интерфейсе остается нулевым вплоть до наступления разрушения.

Начиная с некоторой величины проницаемости размер областей пониженного давления достигает размера упругих блоков. В результате поровое давление жидкости начинает снижаться на границах блоков, оставаясь нулевым в упруго-пластическом интерфейсе (см. рисунок 3.14в). Вследствие сокращения размеров упругих блоков и оттока жидкости в интерфейс поровое давление в них практически не изменяется по мере роста сдвиговой деформации, несмотря на дилатансию интерфейса.

При больших значениях проницаемости давление жидкости в упруго-пластическом интерфейсе поддерживается ненулевым вплоть до момента разрушения за счет ее быстрого притока из порового объема упругих блоков (см. рисунок 3.14г). Ненулевое давление жидкости в интерфейсе снижает предел упругости в соответствии с критерием Мизеса-Шлейхера:

$$\Phi = \chi(\bar{\sigma}^{mean} + bP^{pore}) + \bar{\sigma}^{eq} / \sqrt{3} = Y \quad (3.19)$$

и, тем самым, способствует увеличению скорости неупругой составляющей сдвиговой деформации. Соответственно, увеличивается скорость дилатансии интерфейса, что приводит к увеличению степени стеснения и росту прочности интерфейса.

Таким образом, поведение системы, в смысле зависимости ее прочностных свойств от параметров нагружения и проницаемости материала, определяется совместным действием нескольких процессов. К ним относятся: 1) рост (по модулю) среднего напряжения в системе за счет дилатансии при сдвиге; 2) снижение порового давления флюида в интерфейсе в результате увеличения порового объема; 3) перенос жидкости в фильтрационном объеме упругих блоков и межблокового упруго-пластического интерфейса и связанное с ним перераспределение порового давления жидкости [259].

Совокупное влияние данных процессов приводит к немонотонному характеру зависимости $\tau_c(d_{ch})$, и, в частности, к возникновению минимального значения сдвиговой прочности при некотором d_{ch} , при котором скорость фильтрации становится достаточной для поддержания ненулевого давления жидкости в упруго-пластическом интерфейсе.

Описанные выше результаты моделирования демонстрируют существенное влияние скорости фильтрации жидкости, содержащейся в поровом пространстве материала, на прочностные свойства материала в условиях стесненного сдвига. Данный эффект имеет место вследствие дилатансии материала при его пластическом деформировании. Полученные результаты находятся в согласии с представлениями, сформулированными на основе экспериментального изучения прочностных свойств водонасыщенных упруго-пластических сред [246,257,258,260,261].

3.4.1 Обобщенное выражение для прочности упруго-пластического флюидонасыщенного интерфейса в условиях стесненного сдвига

Основываясь на результатах, полученных в параграфе 3.3, было сделано предположение о том, что сдвиговая прочность интерфейса является однозначной функцией следующего параметра, имеющего размерность напряжения [259]:

$$A_{xy} = \eta \frac{L^2 \phi}{4k} \dot{\varepsilon}_{xy}. \quad (3.20)$$

Результаты моделирования показали, что семейства зависимостей сдвиговой прочности, полученные для некоторого заданного значения нормальной сжимающей силы и ширины упруго-пластического интерфейса, могут быть сведены на единую кривую зависимости прочности от параметра (3.20), как показано на рисунке 3.15. Отметим, что высокие значения A_{xy} соответствуют малым значениям проницаемости, низкие значения A_{xy} соответствуют высоким значениям проницаемости.

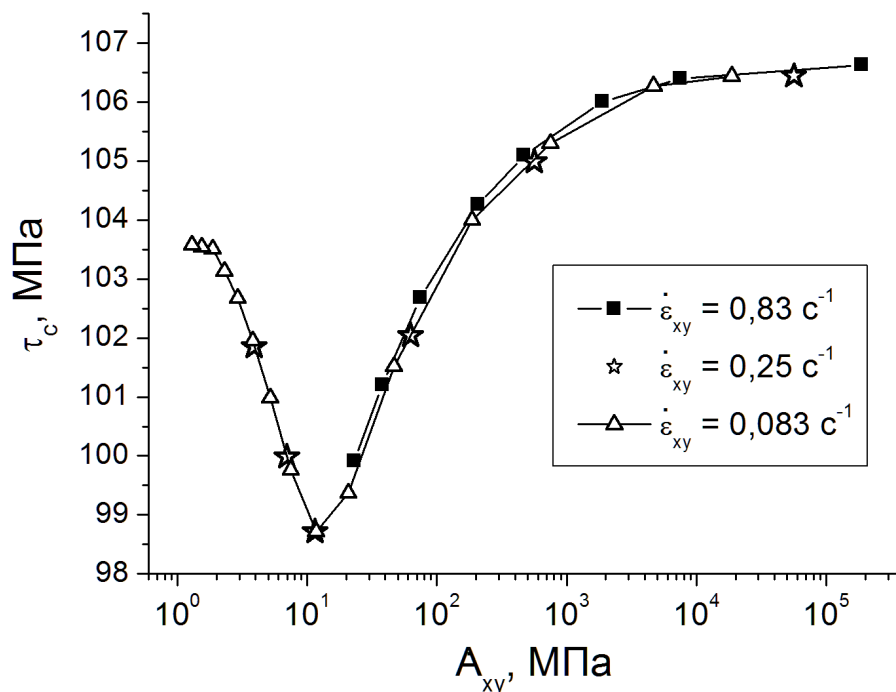


Рисунок 3.15 – Единая зависимость сдвиговой прочности упруго-пластического интерфейса от параметра (3.20). $\sigma_N = 41,7 \text{ МПа}$, $L_0 / L = 0,052$.

Для использованного в работе модельного упруго-пластического материала интерфейса зависимость сдвиговой прочности τ_c от нормальной нагрузки σ_N при нулевой проницаемости материала определяется следующим соотношением:

$$\tau_c(d_{ch} = 0) \sim \tau_0 (\sigma_N / \sigma_{N0})^{0,45}, \quad (3.21)$$

где τ_0 и σ_{N0} – параметры, определяемые физико-механическими свойствами материала. Зависимости $\tau_c(A_{xy})$, полученные для различных значений нормальной нагрузки, приведены на рисунке рисунке 3.16.

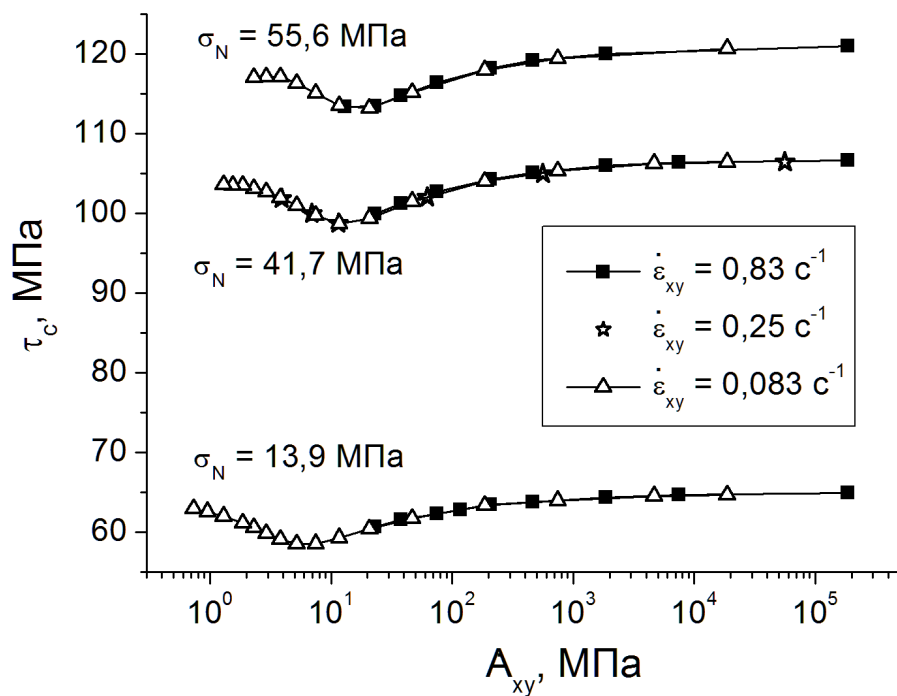


Рисунок 3.16 – Зависимости сдвиговой прочности от параметра (3.20) и скорости сдвиговой деформации $\dot{\epsilon}_{xy}$ при различных значениях нормальной нагрузки при $L_0 / L = 0,052$;.

Немонотонность зависимости сдвиговой прочности $\tau_c(A_{xy})$ от проницаемости проявляется наиболее ярко для образцов с малым соотношением L_0 / L (см. рисунок 3.17). В таких образцах даже небольшое количество жидкости, поступающее из порового объема упругих блоков, приводит к значительному изменению эффективного среднего напряжения в интерфейсе, определяемому как

$$\sigma_{mean}^{eff} = \sigma_{mean} + bP_{pore} , \quad (3.22)$$

и, соответственно, к значительному изменению вклада (3.22) в критерии пластичности и прочности.

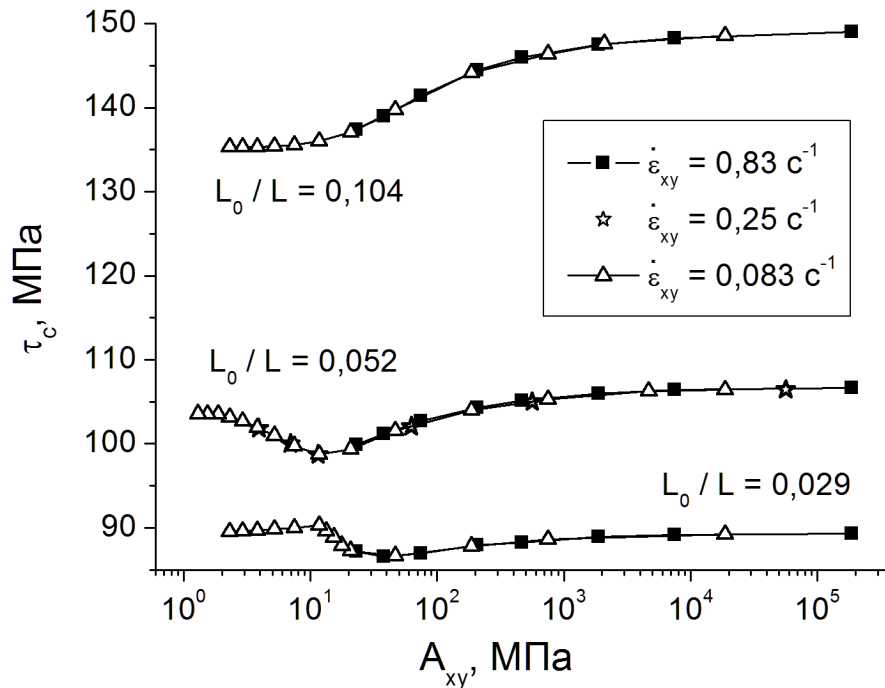


Рисунок 3.17 –Зависимости сдвиговой прочности от параметра (3.20) и скорости сдвиговой деформации $\dot{\epsilon}_{xy}$ при различной ширине упруго-пластического интерфейса при $\sigma_N = 41,7 \text{ МПа}$.

Сформулированные выше предположения об определяющем влиянии процессов дилатансии и массопереноса жидкости в совокупности с результатами численных экспериментов позволяют предложить следующий вид зависимости, обобщающей полученные данные о зависимости сдвиговой прочности от проницаемости и параметров нагружения:

$$\tau_c = \sigma_0 + \sigma_1 \exp(-c_1 A_{xy}) + \frac{\sigma_2}{1 + (c_2 A_{xy})^{-p}} , \quad (3.23)$$

где значение $(\sigma_0 + \sigma_1)$ определяет прочность обводненного образца в условиях отсутствия градиента порового давления, $(\sigma_0 + \sigma_2)$ – прочность непроницаемого

обводненного образца. Параметры c_1 и c_2 характеризуют скорость изменения экспоненциальной и сигмоидальной ветвей зависимости (3.23). Заметим, что значения σ_0 , σ_1 и σ_2 не являются постоянными, а зависят от ширины упруго-пластического интерфейса, физико-механических параметров материала и граничных условий.

Первый член выражения (3.23) обусловлен снижением давления в упругих блоках под влиянием фильтрации флюида в интерфейс, и соответствующим снижением степени стеснения упруго-пластического интерфейса в условиях нулевого давления жидкости в нем. Второй член выражения (3.23) характеризует влияние фильтрации на увеличение среднего давления в интерфейсе за счет роста порового давления жидкости в нем и соответствующего увеличения степени стеснения [259].

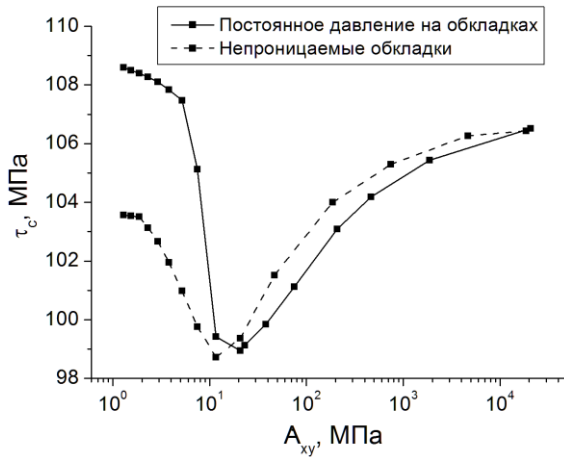
Как показал анализ результатов расчетов, значения σ_0 , σ_1 и σ_2 связаны со значениями ширины упруго-пластического интерфейса L_0 и образца L следующим образом:

$$(\sigma_0 + \sigma_1) \sim (L_0 / L)^{0,4}; \quad (\sigma_0 + \sigma_2) \sim (L_0 / L)^2, \quad (3.24)$$

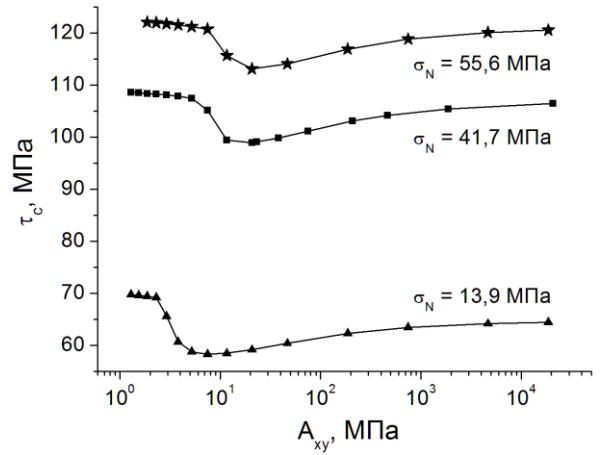
В дальнейшем, представляет интерес построение аналитических выражений для каждой из величин, входящих в выражение (3.23).

3.4.2 Влияние граничных условий на сдвиговую прочность упруго-пластического интерфейса

Полученные выше закономерности зависимости сдвиговой прочности от параметров нагружения и свойств материала остаются справедливыми и в условиях постоянного порового давления жидкости на границах, что имитирует нагружение в бесконечно протяженной проницаемой флюидонасыщенной среде. Как видно из рисунка 3.18, в условиях постоянного давления жидкости на границах сдвиговая прочность сначала снижается, а затем растет по мере роста значения параметра (3.20), аналогично зависимостям, приведенным на рисунке 3.13а.



а)



б)

Рисунок 3.18 – Зависимости $\tau_c(A_{xy})$: давление жидкости на обкладках равно давлению в начальный момент сдвигового нагружения, $\sigma_N = 41,7$ МПа (а); влияние нормальной нагрузки на сдвиговую прочность при постоянном давлении жидкости на обкладках (б). $L_0 / L = 0,052$.

В указанных условиях значение сдвиговой прочности при малых A_{xy} оказывается выше, чем в условиях непроницаемых обкладок. Данный факт обусловлен притоком жидкости из внешней среды в упругие блоки, вследствие чего поровое давление в них оказывается выше, чем в блоках изолированного образца. Это приводит к увеличению сжатия интерфейса и росту его прочности.

Наличие выраженного локального минимума прочности при конечном значении проницаемости на зависимости, приведенной на рисунке 3.18а, свидетельствует о том, что традиционные оценки прочности для «drained» и «undrained» условий фильтрации могут давать завышенные значения прочности для проницаемого обводненного материала.

При этом на распределениях давления флюида по высоте образца появляются локальные максимумы (см. рисунок 3.19а). Появление данных максимумов обусловлено значительным повышением порового давления в упругих блоках при малой проницаемости твердого каркаса (либо при достаточно больших значениях скорости сдвиговой деформации).

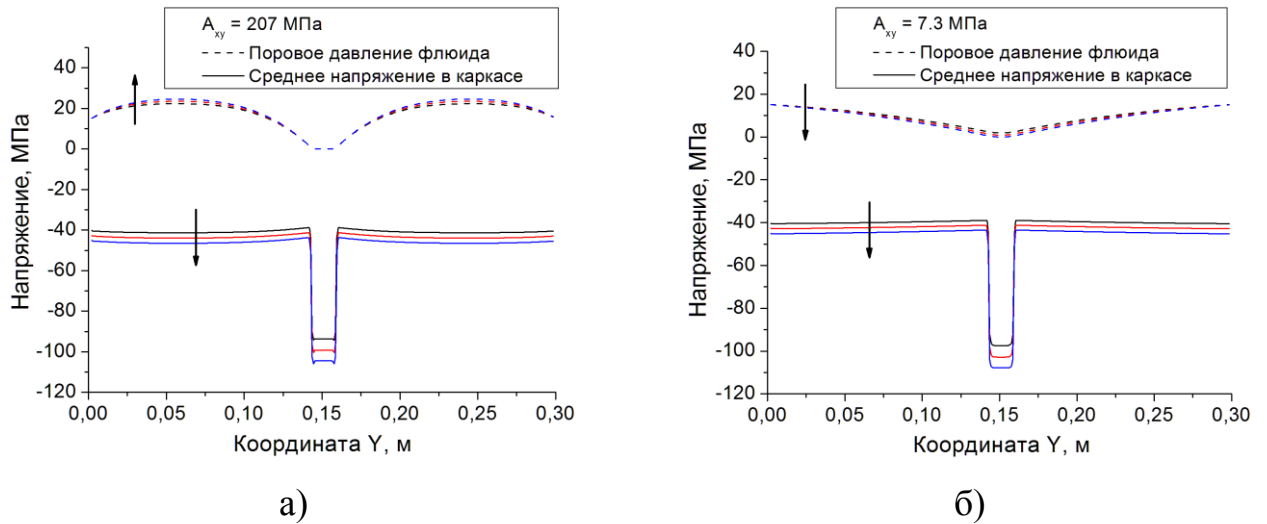


Рисунок 3.19 – Распределения среднего напряжения и порового давления жидкости по высоте образца незадолго до разрушения при различных значениях характерного диаметра фильтрационного канала. На обкладках поддерживается постоянное давление. Стрелками показано направление течения времени (направление роста сдвиговой деформации). $\dot{\epsilon}_{xy} = 0,83 \text{ с}^{-1}$, $\sigma_N = 41,7 \text{ МПа}$,

$$L_0 / L = 0,052.$$

В условиях сдвига при постоянной нормальной нагрузке зависимости сдвиговой прочности от параметра (3.20) приобретают качественно иной характер: сдвиговая прочность остается постоянной в широком диапазоне значений параметра (3.20), при этом по мере увеличения проницаемости или снижения скорости сдвиговой деформации прочность таких образцов стремится к прочности необводненного материала (см. рисунок 3.20). Описанный эффект обусловлен дилатансионным увеличением объема пор в упруго-пластическом интерфейсе, и как следствие, низким давлением жидкости в порах в широком диапазоне значений проницаемости. Полученный результат подтверждает определяющее влияние стесненных условий на сдвиговую прочность упруго-пластического проницаемого материала, насыщенного жидкостью.

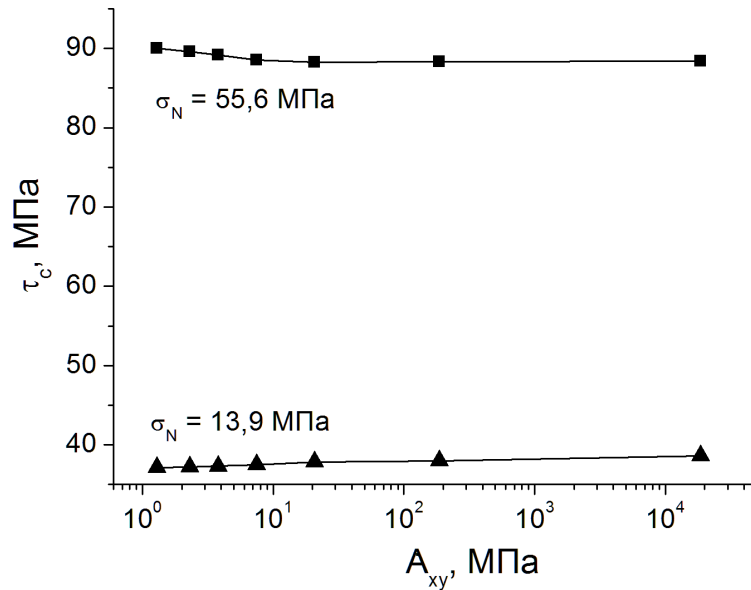


Рисунок 3.20 – Зависимости сдвиговой прочности от значения параметра (3.20) для различных значений нормальной нагрузки. $\dot{\epsilon}_{xy} = 0,83 \text{ с}^{-1}$. На обкладках – постоянная нормальная нагрузка.

3.4.3 Влияние геометрии пор на характер обобщенной зависимости сдвиговой прочности упруго-пластического интерфейса

Как было отмечено в предыдущей главе, геометрия пор определяет величину вклада порового давления флюида в условия достижения предела упругости материала и предела прочности. Физически данный эффект обусловлен наличием (либо отсутствием) концентраторов напряжений в твердом каркасе, связанных с локальной геометрией пор. Так, давление флюида, содержащегося в однородно распределенных порах округлой формы, расстояния между которыми значительно превышает их размер, вносит наименьший вклад в наступление предельного состояния, условие которого в рамках данной модели определяется критерием (3.19)

Оценкой удельного веса данного вклада может служить величина пористости твердого каркаса $b = \phi$. В свою очередь, давление флюида, содержащегося в микроповреждениях и трещинах, может приводить к их раскрытию и локальному увеличению поврежденности каркаса. В этом случае влияние порового давления флюида сопоставимо с влиянием среднего

напряжения в твердом каркасе, соответственно, $b=1$. При наличии в твердом каркасе пор обоих типов, значение параметра b может задаваться в интервале от значения величины пористости до единицы. В связи с тем, что в рассматриваемом нами образце пронизываемый интерфейсный слой, расположенный между упругими блоками, является упруго-пластическим, влияние геометрии пор, эффективно учитываемой путем задания соответствующего значения параметра b , на его прочность оказывается нелинейным, в отличие от образца упруго-хрупкого материала, рассмотренного в п. 3.3.

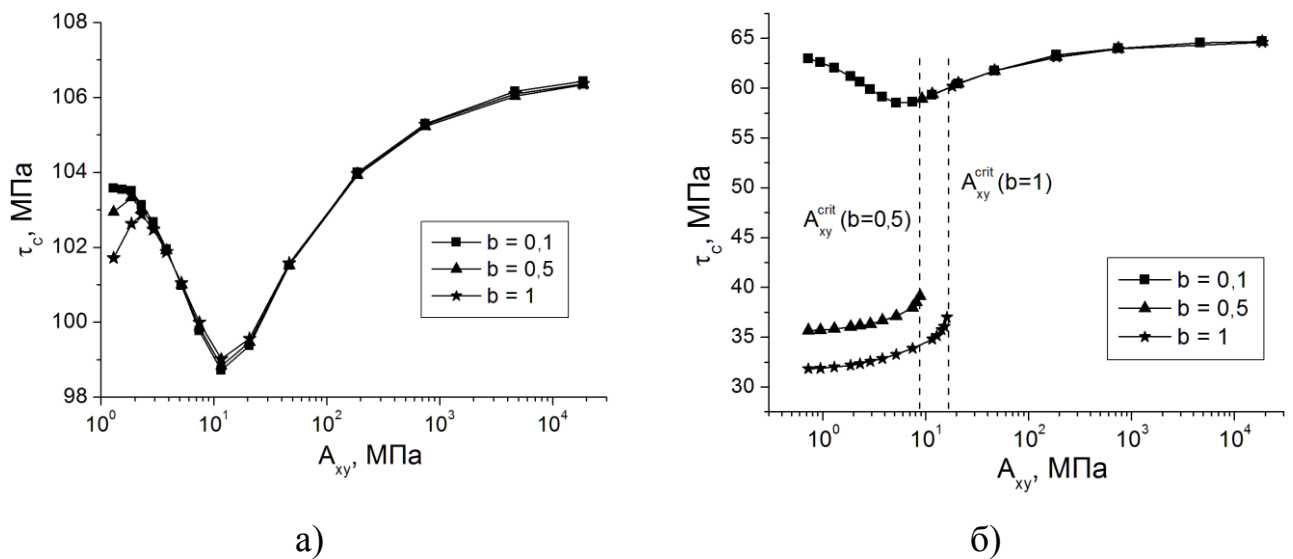


Рисунок 3.21 – Зависимости сдвиговой прочности от значения параметра (3.20) для различных значений b ., $L_0 / L = 0,052$.

$$\sigma_N = 41,7 \text{ МПа (a); } \sigma_N = 13,9 \text{ МПа (б).}$$

Как следует из результатов, приведенных на рисунке 3.21а, по мере увеличения значения параметра b величина $(\sigma_0 + \sigma_2)$, определяющая размах сигмоидального члена в обобщенном выражении (3.23), снижается. При этом вклад сигмоидального члена в выражении (3.23) уменьшается, и зависимость $\tau_c(A_{xy})$ стремится к экспоненциально спадающей. В условиях низких значений нормальной нагрузки, начиная с некоторой величины параметра b , на зависимости $\tau_c(A_{xy})$ возникает участок резкого снижения прочности при

достижении критического значения A_{xy}^{crit} (см. рисунок 3.21б). На данном участке сдвиговая прочность интерфейса практически не зависит от величины A_{xy} . Разрушение интерфейса происходит при незначительном превышении предела упругости при сдвиге, как видно из диаграмм сдвигового нагружения, приведенных на рисунке 3.22.

Результаты моделирования при различных скоростях нагружения показывают, что величина A_{xy}^{crit} для данного материала, геометрии образца и условий нагружения зависит от величины параметра b . Получение аналитической оценки для значения A_{xy}^{crit} требует дальнейших исследований.

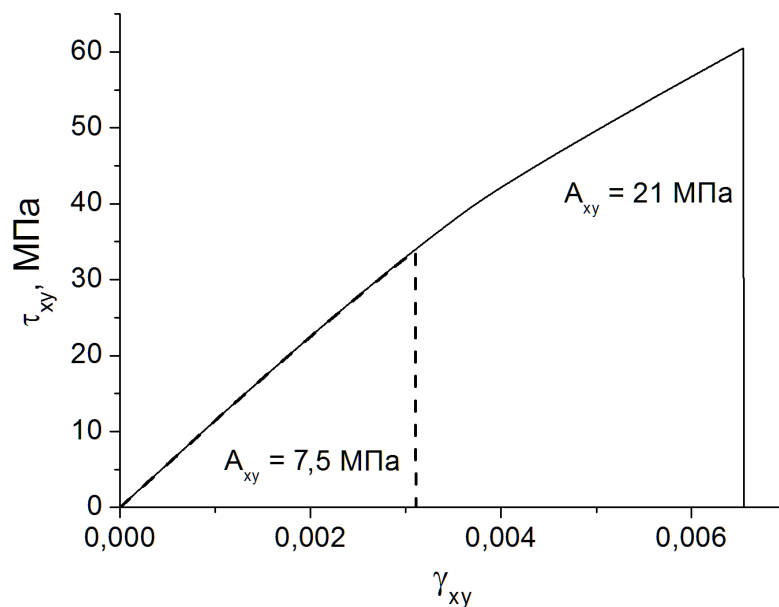


Рисунок 3.22 – Диаграммы сдвигового нагружения образцов для различных значений A_{xy} . Значение параметра $b = 1$.

$$\dot{\epsilon}_{xy} = 0,83 \text{ с}^{-1}, \sigma_N = 13,9 \text{ МПа}, L_0 / L = 0,052.$$

Анализ распределения напряжений по вертикальному сечению образцов показал, что, начиная с некоторого значения проницаемости, скорость притока жидкости из упругих блоков в интерфейс оказывается достаточной для того, чтобы существенно уменьшить падение давления жидкости в интерфейсе за счет дилатансии (см. рисунок 3.23). При этом значение параметра $b \sim 1$ обуславливает, как уже было сказано выше, сопоставимые по величине, но противоположные по

знаку величины вкладов среднего напряжения в каркасе и порового давления в критерий разрушения (3.2). Последнее приводит к тому, что при определенных условиях упруго-пластический интерфейс демонстрирует характер разрушения, близкий к хрупкому разрушению.

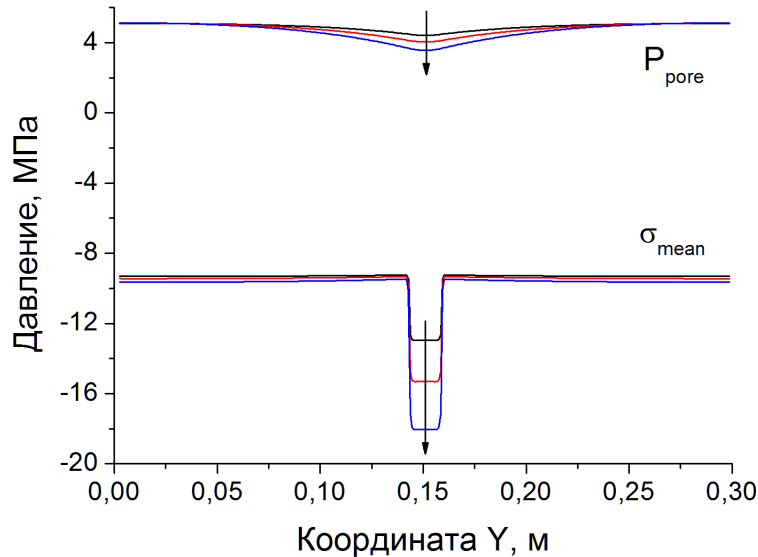


Рисунок 3.23 – Распределения среднего напряжения и порового давления жидкости по высоте образца незадолго до разрушения при $A_{xy} = 7,5$ МПа.

Значение параметра $b = 1$. $\dot{\epsilon}_{xy} = 0,83 \text{ с}^{-1}$, $\sigma_N = 13,9$ МПа, $L_0 / L = 0,052$.

Сходный эффект скачкообразного понижения сдвиговой прочности был выявлен в работе Дж. Самуэльсона и др. [262,263] при изучении процесса нестационарного проскальзывания по водонасыщенным границам раздела в геологических средах на основе подходов, предложенных в работах Дитериха [264] и Руины [265] к описанию нестационарного проскальзывания («stick-slip»). Отметим, что в работе [263] вклады порового давления и среднего напряжения в эффективное среднее напряжение в твердом каркасе полагаются равными, т.е. выполняется условие $b = 1$, как и в результатах, приведенных выше. В работе [262] связь дилатансии и порового давления флюида была изучена экспериментально и теоретически, при этом было отмечено, что дилатансионного увеличения порового объема при сдвиге оказывается достаточно для того, чтобы

поровое давление уменьшилось до нуля, даже при нагружении в стесненных условиях [262]. Сказанное является подтверждением результатов, приведенных на рисунке 3.14. С другой стороны, при наличии притока жидкости в дилатирующий упруго-пластический материал извне (например, из объема, окружающего границу раздела) значение порового давления может оставаться ненулевым и оказывать существенное влияние на прочность. При этом скорость притока жидкости контролируется значением проницаемости, а скорость дилатансии – значением скорости сдвиговой деформации. Как показано в работе [263], при достижении некоторого порогового значения проницаемости значение «максимального сопротивления проскальзыванию» границы раздела быстро увеличивается более чем на порядок величины. Отметим, что данная величина может интерпретироваться как прочность границы раздела сдвиговому нагружению. Последнее является подтверждением адекватности результатов, приведенных на рисунке 3.22.

В целом, полученные результаты показывают, что жидкость, находящаяся в поровом пространстве упруго-пластического материала, может оказывать определяющее влияние на его диаграмму нагружения и прочность в условиях стесненного сдвига. При этом по сравнению с откликом «сухого» материала, даже незначительные (менее порядка величины) изменения скорости нагружения могут приводить к изменению прочности в несколько раз. Аналогичным образом проявляется и влияние порового давления жидкости в среде. Данные явления обусловлены, в первую очередь, процессами перераспределения жидкости в твердом каркасе, приводящими, в свою очередь, к изменению величины локального давления, определяющего прочностные свойства материала согласно критерию разрушения Друккера-Прагера.

3.5 Заключение к главе 3

1. Показано, что прочность газонасыщенных образцов на одноосное сжатие определяется значением порового давления газа, которое линейно входит в

выражение для критерия прочности Друккера-Прагера. Последнее справедливо как для упругих, так и для упруго-пластических материалов.

2. Выявлено, что прочность упруго-хрупких пористых материалов, насыщенных жидкостью, при одноосном сжатии определяется конкуренцией процессов роста порового давления при сжатии образца и снижения порового давления за счет оттока жидкости через боковые поверхности образца во внешнюю среду.

3. Получена обобщенная зависимость прочности водонасыщенных упруго-хрупких проницаемых образцов на одноосное сжатие от комбинации параметров, характеризующих отношение скоростей деформации и фильтрации. Данная зависимость имеет логистический (сигмоидальный) вид.

4. Проведено численное изучение сдвигового нагружения проницаемого флюидонасыщенного упруго-пластического интерфейсного слоя, заключенного между флюидонасыщенными упругими блоками. Получена обобщенная зависимость сдвиговой прочности интерфейса от управляющей комбинации параметров, характеризующих отношение скоростей сдвиговой деформации и фильтрации. Данная зависимость включает экспоненциальный и сигмоидальный члены, первый из которых обусловлен снижением давления в упругих блоках за счет оттока жидкости в интерфейс, а второй связан с увеличением среднего давления в интерфейсе за счет притока в него жидкости, и, соответственно, с увеличением степени стеснения.

5. Выявлен эффект скачкообразного снижения сдвиговой прочности флюидонасыщенного упруго-пластического интерфейса при достижении некоторого критического значения проницаемости. Данный эффект проявляется в материалах, характеризующихся существенно неоднородным распределением микропор. Этот эффект обусловлен тем, что при значениях порового давления, близких к среднему напряжению, величина сдвиговой прочности материала снижается до величины, близкой к пределу упругости на сдвиг. В результате, материал демонстрирует характер разрушения, близкий к хрупкому разрушению.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе при описании механического отклика как сплошных, так и пористых проницаемых неметаллических материалов и сред использован макроскопический подход. В рамках данного подхода используются значения физико-механических параметров материала, характеризующие представительный объем, размеры которого многократно превышают размеры структурных элементов, составляющих материал. В эластомерах такими структурными элементами являются молекулы полимера, имеющие многоуровневую пространственную структуру и взаимодействующие между собой [30]. Отметим, что внутри молекулы полимера действуют ковалентные связи, в то время как межмолекулярное взаимодействие определяется более слабыми ван-дер-ваальсовыми силами [4]. При приложении нагрузки полимерные цепи молекул изменяют свою кривизну на различных масштабных уровнях, что определяет временную многомасштабность макроскопического отклика таких материалов.

Ввиду отсутствия пространственной инвариантности молекулярной структуры эластомеров, а также наличия двух типов межатомного взаимодействия, прочность и разрушение таких материалов демонстрируют сложный характер и нелинейную зависимость от параметров нагружения и от температуры [4]. Локальное разрушение в них происходит: 1) при разделении «перепутанных» полимерных молекул и/или 2) при разрыве полимерной цепи. Вовлечение того или иного механизма определяется, в том числе, температурой, а также скоростью приложенной деформации. Так, при значительных скоростях деформации реализуется механизм разрушения, обусловленный разрывами полимерных цепей, что сопровождается возникновением нанопор в материале между растянутыми полимерными молекулами. По мере развития и коалесценции таких нанопор происходит движение трещины в эластомере.

В пористых проницаемых средах, к которым, в том числе, относятся горные породы, в качестве микроскопического структурного элемента необходимо

рассматривать монолитные зерна пористого каркаса, имеющие кристаллическую структуру. При этом известно, что в кристаллических материалах определяющую роль при возникновении и развитии неупругой деформации и разрушения играют механизмы зарождения и развития дислокаций [14]. Исследование данных механизмов показало необходимость учета кривизны кристаллической решетки на интерфейсе трехмерной кристаллической и двумерной планарной подсистем, последняя из которых образует поверхностные слои и все внутренние границы раздела в твердом теле [15]. При деформировании горных пород интегральное влияние кривизны кристаллической решетки проявляется в формировании межзеренных и внутризеренных трещин, фрагментации зеренной структуры и образовании или развитии связанной сети несплошностей [266].

Процессам возникновения и развития трещин в горных породах, их влиянию на упругие свойства, дилатансию и макроскопическую прочность материала уделяется большое внимание [234]. При этом для решения задач количественного оценивания физико-механических параметров трещиноватых сред на макроуровне и описания процессов, протекающих в таких средах при их механическом нагружении, требуются простые феноменологические соотношения. Данные соотношения должны, с одной стороны, являться достаточно общими для широкого класса рассматриваемых сред, с другой стороны, значения параметров, входящих в данные соотношения, должны быть легко определимы путем проведения испытаний стандартных типов [266]. Как правило, при построении таких соотношений считается, что рассматриваемый материал уже обладает некоторой исходной трещиноватой структурой, которая характеризуется значениями одного или нескольких эмпирических коэффициентов. Данное предположение основывается на том известном факте, что горные породы в процессе их возникновения и эволюции испытывают воздействие множества различных факторов как механической, так и физико-химической природы, в результате чего в них формируется многоуровневая трещинно-поровая структура.

Принимая во внимание сложность явного учета перечисленных выше факторов, в построенных моделях рассматриваемых неметаллических материалов и сред, при достижении цели, сформулированной в настоящей работе, и решении задач, необходимых для достижения поставленной цели, особенности деформации и разрушения материалов на нано- и микроскопическом масштабах учитывались неявно, путем применения соответствующих феноменологических соотношений. Для обеспечения простоты и ясности интерпретации полученных результатов использовались линейные приближения везде, где эти приближения являются адекватными. Несмотря на принятые упрощения, в работе удалось выявить и количественно изучить нелинейные закономерности контактного взаимодействия неметаллических материалов, возникновение которых обусловлено, во-первых, многомасштабностью механизмов диссипации упругой энергии, и, во-вторых, взаимным влиянием каналов диссипации упругой энергии за счет вязкости материалов и их разрушения, происходящего на различных пространственных и временных масштабах.

Полученные в работе результаты позволили сформулировать следующие основные выводы.

1. Развита модель контакта «эластомер-жесткое шероховатое контртело», основанная на методе редукции размерности и позволяющая получать значения коэффициента трения с явным учетом нелинейного отклика эластомера и пространственно-временной многомасштабности контактного взаимодействия.

2. Получено обобщенное соотношение, которое позволило установить связь коэффициента трения в контакте вязко-упругого материала и жесткого шероховатого контртела с параметрами нагружения, физико-механическими параметрами материала и величиной среднего градиента профиля шероховатой поверхности в области реального контакта.

3. Предложено обобщенное выражение для коэффициента трения в пятне контакта вязко-упругого материала с уединенной шероховатостью конической формы в стационарном режиме скольжения с явным учетом

тепловыделения и зависимости вязкости от температуры. Показана необходимость обобщения процедуры построения «единой кривой» путем введения скейлинга по двум осям координат.

4. В рамках метода редукции размерности развита модель износа для тела вращения, находящегося в контакте с упругим основанием. Показано, что эволюция профиля изнашиваемого тела в режимах малых осцилляций (фреттинг) и продолжительного скольжения (gross-slip) однозначно определяется безразмерной комбинацией физико-механических параметров материала и параметров нагружения.

5. Развита гибридный подход, основанный на совмещении метода дискретных элементов и метода сеток и учитывающий пространственные масштабы пористости от нано- до макро-. Данный подход позволил описать отклик проницаемых флюидонасыщенных материалов и сред с учетом внутреннего массопереноса, возникающего под воздействием приложенных нагрузок.

6. Продемонстрировано определяющее влияние вязкости заполняющего флюида на прочность флюидонасыщенного упруго-хрупкого материала, что позволило впервые построить обобщенное выражение, связывающее значение прочности упруго-хрупкого образца на одноосное сжатие с управляющей комбинацией параметров, характеризующей отношение скоростей фильтрационного переноса жидкости и изменения порового давления в результате деформации пор.

7. Показан немонотонный характер зависимости сдвиговой прочности упруго-пластической границы раздела в проницаемой флюидонасыщенной среде от скорости деформации, определяемый взаимным влиянием каналов диссипации упругой энергии, связанных с вязкостью флюида и разрушением твердофазного каркаса на различных масштабных уровнях.

8. Построено обобщенное выражение для сдвиговой прочности флюидонасыщенной упруго-пластической границы раздела в проницаемой блочной среде, позволяющее связать значение сдвиговой прочности со скоростью

деформации, физико-механическими свойствами твердого каркаса и заполняющей поровой объем жидкости и размерами рассматриваемой системы.

Полученные в данной работе результаты основываются на применении макроскопического приближения при рассмотрении физико-механического отклика неметаллических материалов при контактном взаимодействии. Одним из направлений дальнейшего развития полученных результатов, позволяющих углубить представления о закономерностях контактного взаимодействия, является переход на наномасштабный уровень рассмотрения, учитывающий специфику межатомного и межмолекулярного взаимодействия в неметаллических материалах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Coulomb, C.A. Theorie des Machines Simple / C.A. Coulomb. – Paris: Bachelier, 1821. – 379 p.
2. Drucker, D.C. Soil mechanics and plastic analysis for limit design. / D.C. Drucker, W. Prager. – Quarterly of Applied Mathematics. – 1952. – V.10. – No. 2. – P. 157-165.
3. Писаренко, Г.С. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии / Г.С. Писаренко, А.А. Лебедев. – К.: Наук. думка, 1976. – 416 с.
4. Anderson, T.L. Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications. – 2nd edition / T.L. Anderson. – NY: CRC Press, 1995. – 680 p.
5. Jackiewicz, J. Use of a Modified Gurson Model Approach for the Simulation of Ductile Fracture by Growth and Coalescence of Microvoids under Low, Medium and High Stress Triaxiality Loadings / J. Jackiewicz // Engineering Fracture Mechanics. – 2011. – V.78. – P. 487-502.
6. Надаи, А. Пластичность и разрушение твердых тел: пер. с англ. / А. Надаи. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1954. – 648 с.
7. Терцаги, К. Теория механики грунтов / К. Терцаги. – М.: Госстройиздат, 1961. – 507 с.
8. Yamada, H. Strength of Biological Materials / H. Yamada. – Baltimore: The Williams and Wilkins Company, 1970. – 297 p.
9. Meyers, M.A. Biological Materials: Structure and Mechanical Properties / M.A. Meyers, P.-Y. Chen, A. Y.-M. Lin, Y.Seki // Progress in Materials Science. – 2008. – V.53. – P. 1-206.
10. Pal, S. Design of Artificial Joints and Organs / S. Pal. – NY: Springer, 2014. – 419 p.
11. Grosch, K.A. The Relation between Friction and Visco-Elastic Properties of Rubber / K.A. Grosch // Proceedings of the Royal Society (London) A. – 1963. – V. 274 – P. 21-39.

12. Mindlin, R.D. Compliance of Elastic Bodies in Contact / R.D. Mindlin // ASME Journal of Applied Mechanics. – 1949. – V. 16. – P. 259-262.
13. Mindlin, R.D. Elastic Spheres in Contact Under Varying Oblique Forces / R.D. Mindlin, H. Deresiewicz // Journal of Applied Mechanics. – 1953. – V. 20. – P. 327-344.
14. Панин, В.Е. Фундаментальная роль кривизны кристаллической структуры в пластичности и прочности твердых тел / В.Е. Панин, А.В. Панин, Т.Ф. Елсукова, Ю.Ф. Попкова // Физическая мезомеханика. – 2014. – Т.17. – №6. – С. 7-18.
15. Панин, В.Е. Масштабная инвариантность кривизны кристаллической решетки на поверхностях трения металлических материалов как основа механизма их изнашивания / В.Е. Панин, В.Г. Пинчук, С.В. Короткевич, С.В. Панин // Физическая мезомеханика. – 2017. – Т. 20. – №1. – С. 72-81.
16. Герц, Г. Принципы механики, изложенные в новой связи / Г. Герц. – М.: Изд-во АН СССР, 1959. – 386 с.
17. Джонсон, К.Л. Механика контактного взаимодействия: пер. с англ. / К.Л. Джонсон – М.: Мир, 1989. – 512 с.
18. Prandtl, L. Ein Gedankenmodell zur kinetischen Theorie der festen Koerper / L. Prandtl // ZAMM – Journal of Applied Mathematics and Mechanics. – 1928. – No.8. –P. 85-96.
19. Tomlinson, G.A. A Molecular Theory of Friction / G.A. Tomlinson // The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. – 1929. – V. 7 – p. 905.
20. Greenwood, J.A. The Contact of Nominally Flat Surfaces / J.A. Greenwood, J.B.P. Williamson // Proceedings of the Royal Society of London A. – 1966. – V.295. – P. 300-319.
21. Archard, J.F. Elastic Deformation and the Laws of Friction / J.F. Archard // Proceedings of the Royal Society of London. – 1957. – V.243. – No. 1233. – p. 190-205.

22. Bowden, F.P. The Friction and Lubrication of Solids / F.P. Bowden, D. Tabor. – Oxford: Clarendon Press, 2001. – 424 p.
23. Штаерман, И.Я. Контактная задача теории упругости / И.Я. Штаерман – М.: Гостехиздат, 1949. – 270 с.
24. Галин, Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. / Л.А. Галин – М.: Наука, 1980. – 304 с.
25. Горячева, И.Г. Механика фрикционного взаимодействия / И.Г. Горячева – М.: Наука, 2001. – 478 с.
26. Persson, B.N.J. Sliding Friction: Physical Principles and Applications / B.N.J. Persson – Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2000. – 516 p.
27. Barber, J.R., Ciavarella M. Contact Mechanics / J.R. Barber, M. Ciavarella // International Journal of Solids and Structures. – 2000. – V. 37. – No. 1. – P. 29-43.
28. Ciavarella, M. Linear Elastic Contact of the Weierstrass Profile / M. Ciavarella, G. Demelio, J.R. Barber, Y.H. Jang // Proceedings of the Royal Society (London) A. – 2000. – V. 456. – P. 387-405.
29. Бородич, Ф.М., Фрактальная шероховатость в контактных задачах / Ф.М. Бородич, А.Б. Мосолов // Прикладная математика и механика. – 1992. – Т. 56. – Вып. 1. – С. 786-795.
30. Попов, В.Л. Механика контактного взаимодействия и физика трения. От нанотрибологии до динамики землетрясений / В.Л. Попов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 352 с.
31. Greenwood, J.A. The Friction of Hard Sliders on Lubricated Rubber – the Importance of Deformation Losses / J.A. Greenwood, D. Tabor // Proceedings of the Physical Society – 1958. – V. 71. – No. 6. – P. 989-1001.
32. Крагельский, И.В. Основы расчетов на трение и износ / И.В. Крагельский, М.Н. Добычин, В.С. Комбалов – М.: Машиностроение, 1977. – 526 с.
33. Солдатенков, И.А. Износоконтактная задача с приложениями к инженерному расчету износа / И.А. Солдатенков – М.: ФИЗМАТКНИГА, 2010. – 160 с.

34. Popov, V.L. On the Role of Scales in Contact Mechanics and Friction between Elastomers and Randomly Rough Self-Affine Surfaces / V.L. Popov, A.V. Dimaki, S.G. Psakhie, M. Popov // *Scientific Reports*. – 2015. – V. 5. – P. 11139.
35. Li, Q. Friction Between a Visco-Elastic Body and a Rigid Surface with Random Self-Affine Roughness / Q. Li, M. Popov, A. Dimaki, A.E. Filippov, S. Kuerschner, V.L. Popov // *Physical Review Letters*. – 2013. – V. 111. – P. 034301.
36. Persson, B.N.J. On the Nature of Surface Roughness with Application to Contact Mechanics, Sealing, Rubber Friction and Adhesion / B.N.J. Persson, O. Albohr, U. Tartaglino, A.I. Volokitin, E. Tosatti // *Journal of Physics: Condensed Matter*. – 2005. – V. 17. – p. R1-R62.
37. Мур, Д.Ф. Трение и смазка эластомеров: пер. с англ. / Д.Ф. Мур – М.: Химия, 1977. – 264 с.
38. Stachowiak, G.W. *Engineering Tribology: 4th edition* / G.W. Stachowiak, A.W. Batchelor – Oxford: Butterworth-Heinemann, 2014 – 825 p.
39. Слёзкин, Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости / Н.А. Слёзкин – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1955. – 521 с.
40. Hamrock, B.J. *Fundamentals of Fluid Film Lubrication: second edition* / B.J. Hamrock, S.R. Schmid, B.O. Jacobson. – New York, Basel: Marcel Dekker, Inc, 2004. – 693 p.
41. Venner, C.H. *Multi-Level Methods in Lubrication* / C.H. Venner, A.A. Lubrecht – Amsterdam: Elsevier, 2000. – 379 p.
42. Панин, В.Е. Структурные уровни пластической деформации и разрушения / В.Е. Панин, Ю.В. Гриняев, В.И. Данилов и др. – Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1990. – 255 с.
43. Majumdar A. Fractal Model of Elastic-Plastic Contact between Rough Surfaces / A. Majumdar, B. Bhushan // *Journal of Tribology*. – 1991. – V. 113. – p. 1-11.
44. Yan, W. Contact Analysis of Elastic-Plastic Fractal Surfaces / W. Yan, K. Komvopoulos // *Journal of Applied Physics*. – 1998. – V. 84. – p. 3617-3624.

Yan, W. Contact analysis of elastic-plastic fractal surfaces. / W. Yan, K. Komvopoulos // *Journal of Applied Physics*. – 1998. – V. 84. – P. 3617–3624.

45. Бартенеv, Г.М. Трение и износ полимеров / Г.М. Бартенеv, В.В. Лаврентьев // Л.: Химия, 1972. – 240 с.

46. Dmitriev, A.I. Numerical Simulation of Mechanically Mixed Layer Formation at Local Contacts of an Automotive Brake System / A.I. Dmitriev, W. Osterle, H. Kloss // *Tribology Transactions*. – 2008. – V. 51. – No. 6. – p. 810-816.

47. Maugis, D. Adhesion of Spheres: The JKR-DMT Transition Using a Dugdale Model / D. Maugis // *Journal of Colloid and Interface Science*. – 1992. – V. 150. – p. 243–269.

48. Димаки, А.В. Нормальный контакт между цилиндрическим индентором и полупространством с дальнедействующими адгезионными силами: моделирование в рамках метода редукции размерности / А.В. Димаки // *Физическая мезомеханика*. – 2015. – Т. 18. – №4. – С. 42-45.

49. Глезер, А.М. О природе сверхвысокой пластической (мегапластической) деформации / А.М. Глезер // *Известия РАН, Серия физическая*. – 2007. – Т.71. – №12. – С. 1764–1772.

50. Wriggers, P. Analysis and Simulation of Contact Problems / P. Wriggers, U. Nackenhorst. – Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. – 398 p.

51. Басниев, К.С. Подземная гидромеханика / К.С. Басниев, И.Н. Кочина, В.М. Максимов. – М.: Недра, 1993. – 416 с.

52. Carey, J.W. Fracture-Permeability Behavior of Shale / J.W. Carey, Z. Lei, E. Rougier, H. Mori, H. Viswanathan // *Journal of Unconventional Oil and Gas Resources*. – 2015. – V. 11. – P. 27-43.

53. Volkovich, Yu.M. Structural Properties of Porous Materials and Powders Used in Different Fields of Science and Technology / Yu.M. Volkovich, A.N. Filippov, V.S. Bagotsky. – London: Springer-Verlag, 2014. – 328 p.

54. Taylor, D. Fracture and Repair of Bone: a Multiscale Problem / D. Taylor // *Journal of Materials Science* – 2007. – V. 42. – P. 8911-8918.

55. Azami, M. Synthesis and Characterization of Hydroxyapatite/Gelatin Nanocomposite Scaffold with Controlled Pore Structure for Bone Tissue Engineering / M. Azami, A. Samadikuchaksaraei, S.A. Poursamar // *International Journal of Artificial Organs*. – 2010. – V. 33. – P. 86-95.
56. Fernando, J.A. Pore Structure and Permeability of an Alumina Fiber Filter Membrane for Hot Gas Filtration / J.A. Fernando, D.D.L. Chung // *Journal of Porous Materials*. – 2002. – V. 9. – P. 211-219.
57. Biot, M.A. General Theory of Three-Dimensional Consolidation / M.A. Biot // *Journal of Applied Physics* – 1941. – V. 12. – P. 155-164.
58. Biot, M.A. The Elastic Coefficients of the Theory of Consolidation / M.A. Biot // *Journal of Applied Mechanics* – 1957. – V. 24. – P. 594-601.
59. Detournay, E. Fundamentals of Poroelasticity. Chapter 5 in *Comprehensive Rock Engineering: Principles, Practice and Projects, Vol. II, Analysis and Design Method*, ed. C. Fairhurst. / E. Detournay, A.H.-D. Cheng. – Pergamon Press, 1993. – P. 113-171.
60. Paterson, M.S. *Experimental Rock Deformation. The Brittle Field* / M.S. Paterson, T.F. Wong. – Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2005. – 347 p.
61. Ставрогин, А.Н. Экспериментальная физика и механика горных пород / А.Н. Ставрогин, Б.Г. Тарасов. – СПб.: Наука, 2001. – 343 с.
62. Popov, V.L. Method of Dimensionality Reduction in Contact Mechanics and Friction: a User's Handbook. I. Axially-Symmetric Contacts / V.L. Popov, M. Hess // *Facta Universitatis: Mechanical Engineering*. – 2014. – V. 12. – P. 1-14.
63. Popov, V.L. Method of Dimensionality Reduction in Contact Mechanics and Friction / V.L. Popov, M. Hess. – Berlin: Springer-Verlag, 2015. – 265 p.
64. Sneddon, I.N. The Relation between Load and Penetration in the Axisymmetric Boussinesq Problem for a Punch of Arbitrary Profile / I.N. Sneddon // *International Journal of Engineering Science*. – 1965. – V. 3. – No. 1. – P. 47-57.
65. Pohrt, R. Investigation of the Dry Normal Contact between Fractal Rough Surfaces Using the Reduction Method, Comparison to 3D Simulations / Pohrt R., Popov V.L. // *Physical Mesomechanics*. – 2012. – V. 15. – No. 4. – P. 31-35.

66. Димаки, А.В. Метод редукции размерности и его применение для моделирования трения эластомеров в условиях сложных динамических нагрузок / А.В. Димаки, В.Л. Попов // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т. 15. – № 4. – С. 81-86
67. Cundall, P.A. A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies / P.A. Cundall, O.D.L. Strack // Geotechnique. – 1979. – V. 29. – No. 1. – P. 47-65.
68. Mustoe, G.G.W. A Generalized Formulation of the Discrete Element Method. / G.G.W. Mustoe // Engineering Computations. – 1992. – V. 9. – Iss. 2. – P. 181-190.
69. Munjiza, A.A. Computational Mechanics of Discontinua / A.A. Munjiza, E.E. Knight, E. Rougier. – Chichester: Wiley, 2012. – 276 p.
70. Lisjak, A. A Review of Discrete Modeling Techniques for Fracturing Processes in Discontinuous Rock Masses / A. Lisjak, G. Grasseli // Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering. – 2014 – V. 6. – Iss. 4. – P. 301-314.
71. Munjiza, A. The Combined Finite-Discrete Element Method / A. Munjiza. – Chichester: Wiley, 2004. – 352 p.
72. Sakaguchi, H. Hybrid Modelling of Coupled Pore Fluid-solid Deformation Problems / H. Sakaguchi, H.-B. Muhlhaus // Pure and Applied Geophysics. – 2000. – V. 157. – P. 1889–1904.
73. Han, Y. LBM–DEM Modeling of Fluid–Solid Interaction in Porous Media / Y. Han, P.A. Cundall // International Journal for Numerical Analytical Methods in Geomechanics. – 2013. – V 37. – Iss. 10. – P. 1391–1407.
74. Psakhie, S.G. Approach to Simulation of Deformation and Fracture of Hierarchically Organized Heterogeneous Media, Including Contrast Media / S.G. Psakhie, E.V. Shilko, A.Yu. Smolin, A.V. Dimaki, A.I. Dmitriev, Ig.S. Konovalenko, S.V. Astafurov, S. Zavshek // Physical Mesomechanics. – 2011. – V.14. – No. 5-6. – P. 224-248.
75. Димаки, А.В. Развитие формализма метода частиц для моделирования отклика флюидонасыщенных пористых геологических материалов / А.В. Димаки,

Е.В. Шилько, С.В. Астафуров, С.Г. Псахье // Известия ТПУ. – 2014. – Т. 324. – № 1. – С. 102-111.

76. Psakhie, S. Development of a Formalism of Movable Cellular Automaton Method for Numerical Modeling of Fracture of Heterogeneous Elastic-Plastic Materials / S Psakhie, E. Shilko, A. Smolin, S. Astafurov, V. Ovcharenko // Fracture and Structural Integrity. – 2013. – V. 24. – P. 59–91.

77. Psakhie, S.G. A Coupled Discrete Element-Finite Difference Approach for Modeling Mechanical Response of Fluid-Saturated Porous Materials / S.G. Psakhie, A.V. Dimaki, E.V. Shilko, S.V. Astafurov // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 2015. – V.106. – Iss. 8. – P.623-643.

78. Lewis, R.W. The Finite Element Method in the Static and Dynamic Deformation and Consolidation of Porous Media / R.W. Lewis, B.A. Scheffler. – Chichester: Wiley, 1998. – 508 p.

79. Geike, T. Mapping of Three-Dimensional Contact Problems into One Dimension / T. Geike, V.L. Popov // Physical Review E. – 2007. – V. 76. – P. 036710.

80. Pohrt, R. Normal Contact Stiffness of Elastic Solids with Fractal Rough Surfaces for One- and Three-Dimensional Systems / R. Pohrt, V.L. Popov, A.E. Filippov // Physical Review E. – 2012. – V. 86. – No. 2. – P. 026710.

81. Hess, M. On the Reduction Method of Dimensionality: The Exact Mapping of Axisymmetric Contact Problems with and without Adhesion / M. Hess // Physical Mesomechanics. – 2012. – V. 15. – No. 4. – P. 264–269.

82. Heise, R. Adhesive Contribution to the Coefficient of Friction between Rough Surfaces / R. Heise, V.L. Popov // Tribology Letters. – 2010. – V. 39. – No. 3. – P. 247-250.

83. Popov, V.L. Adhesive Properties of Contacts between Elastic Bodies with Randomly Rough Self-Affine Surfaces: A Simulation with the Method of Reduction of Dimensionality / V.L. Popov, A.E. Filippov // Physical Mesomechanics. – 2012. – V. 15. – No. 5-6. – P. 324-329.

84. Dimaki, A.V. Rapid Simulation Procedure for Fretting Wear on the Basis of the Method of Dimensionality Reduction / A.V. Dimaki, A.I. Dmitriev, Y.S. Chai,

V.L. Popov // *International Journal of Solids and Structures*. – 2014. – V. 51. – P. 4215-4220.

85. Li, Q. Simplified Simulation of Fretting Wear Using the Method of Dimensionality Reduction / Q. Li, A.E. Filippov, A.V. Dimaki, Y.S. Chai, V.L. Popov // *Physical Mesomechanics*. – 2014. – V. 17. – No. 3. – P. 236-241.

86. Li, Q. Kinetics of the coefficient of friction of elastomers / Q. Li, A. Dimaki, M. Popov, S.G. Psakhie, V.L. Popov // *Scientific Reports*. – 2014. – V. 4. – P. 5975.

87. Popov, V.L. Contact Mechanics and Friction. Physical Principles and Applications / V.L. Popov. – Berlin: Springer-Verlag, 2010. – 362 p.

88. Попов В.Л. Расчет силы трения между фрактальной шероховатой поверхностью и эластомером с произвольным линейным реологическим законом с использованием иерархической памяти / В.Л. Попов, А.В. Димаки // *Письма в ЖТФ*. – 2011. – Т.37. – №. 1. – С.18-25.

89. Kluppel, M. Rubber Friction on Self-Affine Road Tracks / M. Kluppel, G. Heinrich // *Rubber Chemical Technology*. – 2000. – V. 73. – No. 4. – P. 578-606.

90. Persson, B.N.J. Theory of Rubber Friction. Nonstationary sliding. / B.N.J. Persson, A.I. Volokitin // *Physical Review B*. – 2002. – V. 65. – No. 13. – P. 134106.

91. Kürschner, S. Penetration of Self-Affine Fractal Rough Rigid Bodies into a Model Elastomer Having a Linear Viscous Rheology / S. Kürschner, V.L. Popov // *Physical Review E*. – 2013. – V. 87. – P. 042802.

92. Li, Q. A Reply to the Comment by I. A. Lyashenko et al. / Q. Li, M. Popov, A. Dimaki, A.E. Filippov, S. Kuerschner, V.L. Popov // *Physical Review Letters*. – 2013. – V. 111. – P. 189401.

93. Barber, J.R. Multiscale Surfaces and Amontons' Law of Friction / J.R. Barber // *Tribology Letters*. – 2013. – V. 49. – P. 539–543.

94. Persson, B.N.J. Theory of Rubber Friction and Contact Mechanics / B.N.J. Persson // *Journal of Chemical Physics* – 2001. – V. 115. – No. 8 – P. 3840-3861.

95. Попов, В.Л. От чего на самом деле зависит трение? Естественные определяющие параметры в механике контактного взаимодействия и физике трения / В.Л. Попов // Физическая мезомеханика. – 2015. – Т. 18. – №4. – С. 5-11.
96. Majumdar, A. Role of Fractal Geometry in Characterization and Contact Mechanics of Surfaces / A. Majumdar, B. Bushan. // ASME Journal of Tribology. – 1990. – V.112. – No.2. – P. 205-216.
97. Majumdar, A. Fractal Model of Elasto-Plastic Contact between Rough Surfaces / A. Majumdar, B. Bushan. // ASME Journal of Tribology. – 1991. – V.113. – No.1. – P. 1-11.
98. Jacobs, T. Quantitative Characterization of Surface Topography Using Spectral Analysis [Электронный ресурс] / Т. Jacobs, Т. Junge, L. Pastewka // arXiv preprint, 2016. – Режим доступа: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1607/1607.03040.pdf>
99. ISO 25178:2-2012. Geometrical Product Specifications (GPS) – Surface Texture: Areal – Part 2: Terms, Definitions and Surface Texture Parameters. – ISO, 2012. – 47 P.
100. Heinrich, G. Hysteresis Friction of Sliding Rubbers on Rough and Fractal Surfaces / G. Heinrich // Rubber Chemistry and Technology. –1997. – V. 70. – No.1. – P. 1-14.
101. Dieterich, J.H. Modeling of Rock Friction: 1. Experimental Results and Constitutive Equations / J.H. Dieterich // Journal of Geophysical Research. – 1979. – V. 84. – P. 2161-2168.
102. Ruina, A.L. Slip Instability and State Variable Friction Laws // Journal of Geophysical Research / A.L. Ruina. – 1983. – V. 88. – P. 10359-10370.
103. Heslot, F. Creep, Stick-Slip and Dry Friction Dynamics: Experiment and Heuristic Model / F. Heslot, T. Baumberger, B. Perrin, B. Caroli, C. Caroli // Physical Review E. – 1994. – V. 49. – P. 4973-4988.
104. Popov, V.L. Accelerated Creep as a Precursor of Friction Instability and Earthquake Prediction / V.L. Popov, B. Grzemba, J. Starcevic, C. Fabry // Physical Mesomechanics. – 2010. – V. 13. – No. 5-6 – P. 283-291.

105. Попов, В.Л. Зависимость «статического» коэффициента трения эластомера от времени / В.Л. Попов, А.В. Димаки // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т. 15. – № 3. – С. 55-57.

106. Tolstoi, D.M. Significance of the Normal Degree of Freedom and Natural Normal Vibrations in Contact Friction / D.M. Tolstoi // Wear. – 1967. – V. 10. – No. 3. – P.199-213.

107. Eaves, A. Review of the Application of Ultrasonic Vibrations to Deforming Metals / A. Eaves, A. Smith, W. Waterhouse, D. Sansome // Ultrasonics. – 1975. – V. 13. – No.4. – P. 162-170.

108. Siegert, K. Superimposing Ultrasonic Waves on the Dies in Tube and Wire Drawing / K. Siegert, J. Ulmer // Journal of Engineering Materials and Technology. – 2001. – V. 123. – No. 4. – P. 517.

109. Блехман, И.И. Вибрационное перемещение / И.И. Блехман, Г.Ю. Джанелидзе. – М.: Наука, 1964. – 410 с.

110. Hess, D. Normal Vibrations and Friction at a Hertzian Contact under Random Excitation: Theory and Experiments / D. Hess, A. Soom, C. Kim // Journal of Sound and Vibration. – 1992. – V. 153. – No. 3. – P. 491-508.

111. Колубаев, А.В. Генерация звука при трении скольжения / А.В. Колубаев, Е.А. Колубаев, И.Н. Вагин, О.В. Сизова // Письма в ЖТФ. – 2005. – Т. 31. – № 19. – С. 6-13.

112. Колубаев, А.В. Влияние упругих возбуждений на формирование структуры поверхностного слоя стали Гадфильда при трении / А.В. Колубаев, Ю.Ф. Иванов, О.В. Сизова, Е.А. Колубаев, Е.А. Алешина, В.Е. Громов // Журнал технической физики. – 2008. – Т.78. – № 2. – С. 63-70.

113. Schallamach, A. The Load Dependence of Rubber Friction / A. Schallamach // The Proceedings of the Physical Society B. – 1952. – V. 65. – P. 657–661.

114. Ben-David, O. Static Friction Coefficient is not a Material Constant / O. Ben-David, J. Fineberg // Physical Review Letters – 2011. – V. 106. – P. 254301.

115. Popov, V.L. Method of Reduction of Dimensionality in Contact and Friction Mechanics / V.L. Popov // *Friction*. – 2013. – V. 1. – P. 41–62.
116. Campana, C. Transverse and normal interfacial stiffness of solids with randomly rough surfaces / C. Campana, B.N.J. Persson, M.H. Müser // *Journal of Physics of Condensed Matter*. – 2011. – V. 23. – P. 085001.
117. Lee, E.H. Stress analysis in viscoelastic bodies / E.H. Lee // *Quarterly of Applied Mathematics*. – 1955. – V. 13. – P. 183-190.
118. Radok, J.R.M. Visco-elastic stress analysis / J.R.M. Radok // *Quarterly of Applied Mathematics*. – 1975. – V. 15. – P. 198-202.
119. Argatov, I.I. Spherical indentation of a transversely isotropic elastic half-space reinforced with a thin layer / I.I. Argatov, F.J. Sabina // *International Journal of Engineering Science*. – 2012. – V. 50. – P. 132-143.
120. Gao, H.J. Elastic contact versus indentation modeling of multi-layered materials. / H.J. Gao, C.H. Chiu, J. Lee // *International Journal of Solids and Structures*. – 1992. – V. 29. – P. 2471–2492.
121. Popov, V.L. Method of dimensionality reduction in contact mechanics: heterogeneous systems / V.L. Popov // *Physical Mesomechanics*. – 2013. – V.16. – P. 97-104.
122. Cattaneo, C. Sul Contatto di Due Corpi Elastici: Distribuzione Locale Degli Sforzi / C. Cattaneo // *Atti della Accademia Nazionale dei Lincei, Rendiconti*. – 1938. – V. 27. – PP. 342–348, 434–436, 474–478.
123. Grzemba, B. Maximum micro-slip in tangential contact of randomly rough self-affine surfaces / B. Grzemba, R. Pohrt, E. Teidelt, V.L. Popov // *Wear*. – 2014. – V. 309. – P. 256-258.
124. Borodich, F.M. Fractal roughness in contact problems / F.M. Borodich, A.B. Mosolov // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. – 1992. – V. 56. – P.681–690.
125. Warren, T.L. Fractal models of elastic-perfectly plastic contact of rough surfaces based on the Cantor set / T.L. Warren, D. Krajcinovic // *International Journal of Solids and Structures*. – 1995. – V. 32. – P. 2907–2922.

126. Панин, В.Е. Физическая мезомеханика разрушения и износа на поверхностях трения твердых тел / В.Е. Панин, П.А. Витязь // Физическая мезомеханика. – 2002. – Т. 5. – № 1. – С. 5-13.
127. Панин, В.Е. Поверхностные слои нагруженных твердых тел как мезоскопический структурный уровень деформации / В.Е. Панин // Физическая мезомеханика. – 2001. – Т. 4. – № 3. – С. 5-22.
128. Persson, B.N.J. Rubber Friction: Role of the Flash Temperature / B.N.J. Persson // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2006. – V. 18. – Iss. 32. – P. 7789-7823.
129. Putignano, C. A Theoretical and Experimental Study of Viscoelastic Rolling Contacts Incorporating Thermal Effects / C. Putignano, J. Le Rouzic, T. Reddyhoff, G. Carbone, D. Dini // Proceedings of Institute of Mechanical Engineering, Part J: Journal of Engineering Tribology. – 2014. – P. 1350650114530681.
130. Heise, R. Friction between a Temperature-Dependent Viscoelastic Body and a Rough Surface / R. Heise // Friction. – 2016. – V. 4. – Iss. 1. – P. 50-64.
131. Димаки, А.В. Коэффициент трения между жестким коническим индентором и модельным эластомером: влияние локального фрикционного нагрева / А.В. Димаки, В.Л. Попов // Физическая мезомеханика. – 2014. – Т. 17. – № 5. – С. 57-62.
132. Lim, S.C. Overview no. 55. Wear-Mechanism Maps / S.C. Lim, M.F. Ashby // Acta Metallurgica. – 1987. – V. 35. – No. 1. – P. 1-24.
133. Reye, T. Zur Theorie der Zapfenreibung / T. Reye // Der Civilingenieur. – 1860. – V. 4. – P. 235-255.
134. Хрущев, М.М. Исследование изнашивания металлов / М.М. Хрущев, М.А. Бабичев. – М.: АН СССР, 1980. – 171 с.
135. Suh, N.P. The Delamination Theory of Wear / N.P. Suh // Wear. – 1973. – V. 25. – No. 1. – P. 111–124.
136. Quinn, T.F.J. The Effect of “Hot-Spot” Temperatures on the Unlubricated Wear of Steel / T.F.J. Quinn // ASLE Transactions. – 1967. – V. 10. – No. 2. – P. 158–168.

137. Quinn, T.F.J. Review of Oxidational Wear. Part I: The Origins of Oxidational Wear / T.F.J. Quinn // *Tribology International*. – 1983. – V. 16. – No. 5. – P. 257–271.
138. Archard, J.F. The Wear of Metals under Unlubricated Conditions / J.F. Archard, W. Hirst // *Proceedings of Royal Society of London A*. – 1956 – V. 236. – P. 397-410.
139. Горячева, И.Г. Контактные задачи в трибологии / И.Г. Горячева, М.Н. Добычин. – М.: Машиностроение, 1988. – 256 с.
140. Dimaki, A.V. Fast High-Resolution Simulation of the Gross Slip Wear of Axially Symmetric Contacts / A.V. Dimaki, A.I. Dmitriev, N. Menga, A. Papangelo, M. Ciavarella, V.L. Popov // *Tribology Transactions*. – 2016. – V. 59. – No. 1 – P. 189-194.
141. Wriggers, P. *Computational Contact Mechanics* / P. Wriggers // Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. – 518 p.
142. Lengiewicz, J. Efficient Model of Evolution of Wear in Quasi-Steady-State Sliding Contacts / J. Lengiewicz, S. Stupkiewicz // *Wear*. – 2013. – V. 303. – No. 1-2. – P. 611–621.
143. Ciavarella, M. Brief Note: Some Observations on the Oscillating Tangential Forces and Wear in General Plane Contacts / M. Ciavarella, D.A. Hills // *European Journal of Mechanics – A/Solids*. – 1999. – V. 18. – P. 491–497.
144. Jäger, J. Axi-Symmetric Bodies of Equal Material in Contact Under Torsion or Shift / J. Jäger // *Archive of Applied Mechanics* – 1995. – V. 65. – 478–487.
145. Hills, D.A. Simulation of Fretting Wear in Half-Plane Geometries: Part I – The Solution for Long Term Wear / D.A. Hills, A. Sackfield, R.J.H. Paynter // *Journal of Tribology*. – 2009. – V. 131. – P. 031401.
146. Popov, V.L. Analytic Solution for the Limiting Shape of Profiles due to Fretting Wear / V.L. Popov // *Scientific Reports*. – 2014. – V. 4. – P. 3749.
147. Гаркунов, Д.Н. Триботехника (износ и безызносность) / Д.Н. Гаркунов – М.: «Издательство МСХА», 2001. – 616 с.

148. Zhejun, P.A Theoretical Model for Gas Adsorption-Induced Coal Swelling / P. Zhejun, L.D. Connell // *International Journal of Coal Geology*. – 2007. – V. 69. – No. 4. – P. 243-252.
149. Jing, L. Fundamentals of discrete element method for rock engineering: theory and applications / L. Jing, O. Stephansson. – London: Elsevier, 2007. – 562 p.
150. Psakhie, S.G. A Mathematical Model of Particle–Particle Interaction for Discrete Element Based Modeling of Deformation and Fracture of Heterogeneous Elastic–Plastic Materials / S.G. Psakhie, E.V. Shilko, A.S. Grigoriev, S.V. Astafurov, A.V. Dimaki, A.Yu. Smolin // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2014. – V. 130. – P. 96-115.
151. Litwiniyszyn, J. State of The Art on the Mechanism of Outbursts in Coal Mines. In: Lama, R.D. Ed., *Management and Control of High Gas Outbursts In Underground Coal Mines* / J. Litwiniyszyn. – Westonprint, Kiama, NSW, Australia. – 1995 – P. 1–14.
152. Галлагер, Р. Метод конечных элементов. Основы: Пер. с англ. / Р. Галлагер – М.: Мир, 1984. – 428 с.
153. Sibille, L. Material Instability in Granular Assemblies from Fundamentally Different Models / L. Sibille, F. Nicot, F.V. Donze, F. Darve // *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. – 2007. – V. 31. – No. 3. – P. 457-481.
154. Martin C.L. Study of the Cold Compaction of Composite Powders by the Discrete Element Method / C.L. Martin, D. Bouvard // *Acta Materialia*. – 2003. – V. 51. – No. 2. – P. 373-386.
155. Daw, M.S. The Embedded-Atom Method: a Review of Theory and Applications / M.S. Daw, S.M. Foiles, M.I. Baskes // *Materials Science Reports*. – 1993. – V.9. – P. 251-310.
156. Potyondy, D.O. A Bonded-Particle Model for Rock / D.O. Potyondy, P.A. Cundall // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. – 2004. – V. 41. – No. 8. – P. 1329-1364.

157. Borisenko, A.A. Effect of Gas Pressure on Stresses in Coal Strata / A.A. Borisenko // *Journal of Mining Science*. – 1985. – V. 21. – No. 1. – P. 88-92.
158. Баренблатт, Г.И. Движение жидкостей и газов в природных пластах / Г.И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик. – М.: Недра, 1984. – 211 с.
159. Христианович, С.А. Об измерении давления газа в угольных пластах / С.А. Христианович, Ю.Ф. Коваленко // *Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых*. – 1988. – № 3. – С. 3-24.
160. Полевщиков, Г.Я. Динамические газопроявления при проведении подготовительных и вскрывающих выработок в угольных шахтах / Г.Я. Полевщиков. – Кемерово: Институт угля и углехимии СО РАН, 2003. – 326 с.
161. Полевщиков, Г.Я. Газокинетический паттерн разрабатываемого массива горных пород / Г.Я. Полевщиков, Е.Н. Козырева // *Горный информационно-аналитический бюллетень*. – 2002. – № 11. – С. 117-120.
162. Karacan, C.Ö. Coalmine Methane: a Review of Capture and Utilization Practices with Benefits to Mining Safety and to Greenhouse Gas Reduction / C.Ö. Karacan, F.A. Ruiz, M. Cotè, S. Phipps // *International Journal of Coal Geology* – 2011. – V. 86. – P. 121–156.
163. Ma, J. A Fully Coupled Flow Deformation Model for Elasto-Plastic Damage Analysis in Saturated Fractured Porous Media / J. Ma, G. Zhao, N. Khalili // *International Journal of Plasticity*. – 2016. – V. 76. – P. 29-50.
164. Bignonnet, F. A micro-mechanical model for the plasticity of porous granular media and link with the Cam clay model / F. Bignonnet, L. Dormieux, D. Kondo // *International Journal of Plasticity*. – 2015. – V. 79. – P. 259-274.
165. Bignonnet, F. Strength of a matrix with elliptic criterion reinforced by rigid inclusions with imperfect interfaces / F. Bignonnet, L. Dormieux, E. Lemarchand // *European Journal of Mechanics A/Solids*. – 2015. – V. 52. – P. 95-106.
166. Lewis, R.W. A plasticity model for metal powder forming processes / R.W. Lewis, A.R. Khoei // *International Journal of Plasticity*. – 2001. – V. 17. – P. 1659-1692.

167. Jahani, N. Coupled Fluid-Flow and Elasto-Plastic Damage Analysis for Fractured Porous Chalk with Induced Wormhole / N. Jahani, B. Haugen, G. Berge // International Journal for Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2015. – V. 80. – P. 129-136.
168. Gailani, G. Ramp Loading in Russian Doll Poroelasticity / G. Gaillani, S. Cowin // Journal of the Mechanics and Physics of Solid. – 2011. – V. 59. – P. 103-120.
169. Zhang, D. Estimates of the Peak Pressures in the Bone Pore Water / D. Zhang, S. Weinbaum, S.C. Cowin // Journal of Biomechanical Engineering. – 1998. – V. 120. – P. 697-703.
170. Zavsek, S. Computer-Aided Investigation of Response and Fracture of Lignite Using MCA Method and Symbiotic Cellular Automata Approach / S. Zavsek, E.V. Shilko, A.I. Dmitriev, S.G. Psakhie, A.V. Dimaki, J. Pezdich // Proceedings of International Conference on New Challenges in Mesomechanics. Aalborg Univ., Denmark, 2002. – P. 19-25.
171. Псахье, С.Г. Развитие подхода к моделированию деформирования и разрушения иерархически организованных гетерогенных, в том числе контрастных, сред / С.Г. Псахье, Е.В. Шилько, А.Ю. Смолин, А.В. Димаки, А.И. Дмитриев, Иг.С. Коноваленко, С.В. Астафуров, С. Завшек // Физическая мезомеханика. – 2011. – Т. 14. – № 3. – С. 27-54.
172. Hamiel, Y. Coupled Evolution of Damage and Porosity in Poroelastic Media: Theory and Applications to Deformation of Porous Rocks / Y. Hamiel, V. Lyakhovsky, A. Agnon // Geophysical Journal International – 2004. – V. 156. – P. 701–713.
173. Lyakhovsky, V. Damage Evolution and Fluid Flow in Poroelastic Rock / V. Lyakhovsky, Y. Hamiel // Физика Земли – 2007. – № 1. – С. 16–25.
174. Мейрманов, А.М. Метод двухмасштабной сходимости Нгуэтсенга в задачах фильтрации и сейсмоакустики в упругих пористых средах / А.М. Мейрманов // Сибирский математический журнал. – 2007. – Т. 48. – № 3. – С. 645-667.

175. Бочаров, О.Б. Простейшие модели деформирования пороупругой среды, насыщенной флюидами / О.Б. Бочаров, В.Я. Рудяк, А.В. Серяков // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2014. – № 2. – С. 54-68.

176. Swan, C.C. Micromechanically Based Poroelastic Modeling of Fluid Flow in Haversian Bone / C.C. Swan, R.S. Lakes, R.A. Brand, K.J. Stewart // Journal of Biomechanical Engineering. – 2003. – V. 125. – P. 25-37.

177. Рит, М. Наноконструирование в науке и технике. Введение в мир нанорасчета / М. Рит. – Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2005. – 160 с.

178. Shi, G.H. Discontinuous Deformation Analysis – a New Numerical Model for Statics and Dynamics of Block Systems / G.H. Shi // Engineering Computations. – 1992. – V. 9. – Iss. 2. – P. 157-168.

179. Bićanić, N. Discrete Element Methods. In: Stein E, Borst R, Hughes T.J.R., editors. Encyclopedia of Computational Mechanics. Volume 1: Fundamentals / N. Bićanić. – Chichester: Wiley, 2004. – p. 311-371.

180. Zhao, G.F. A Lattice Spring Model for Coupled Fluid Flow and Deformation Problems in Geomechanics / G.F. Zhao, N. Khalili // Rock Mechanics and Rock Engineering. – 2012. – V. 45. – P. 781–799.

181. Cook, B.K. A Direct Simulation Method for Particle-Fluid Systems / B.K. Cook, D.R. Noble // Engineering Computations. – 2011. – V. 21. – No. 2/3/4. – P. 151-168.

182. Han, Y. Lattice Boltzmann Modeling of Pore-Scale Fluid Flow Through Idealized Porous Media / Y. Han, P.A. Cundall // International Journal for Numerical Methods in Fluids. – 2011. – V. 67. – P. 1720–1734.

183. Псахье, С.Г. Метод подвижных клеточных автоматов как инструмент для моделирования в рамках физической мезомеханики / С.Г. Псахье, Я. Хори, С.Ю. Коростелев, А.Ю. Смолин, А.И. Дмитриев, Е.В. Шилько, С.В. Алексеев // Известия ВУЗов. Физика. – 1995. – Т. 38. – № 11. – С. 58–69.

184. Псахье, С.Г. Метод подвижных клеточных автоматов как новое направление дискретной вычислительной механики. I. Теоретическое описание / С.Г. Псахье, Г.-П. Остермайер, А.И. Дмитриев, Е.В. Шилько, А.Ю. Смолин, С.Ю. Коростелев // Физическая мезомеханика. – 2000. – Т.3. – №2. – С. 5-13.

185. Zavsek, S. Hybrid Cellular Automata Metod. Application to Research on Mechanical Response of Contrast Media / S. Zavsek, A.V. Dimaki, A.I. Dmitriev, E.V. Shilko, J. Pezdic, S.G. Psakhie // Physical Mesomechanics. – 2013. – V. 1. – Iss. 1. – P. 42-51.

186. Кульков, С.Н. Перколяционные переходы в поровой структуре керамики и ее физико-механические свойства / С.Н. Кульков, С.П. Буякова, А.Ю. Смолин, Н.В. Роман, С.А. Кинеловский // Письма в ЖТФ. – 2011. – Т. 37. – Вып. 8. – С. 34–40.

187. Astafurov, S.V. On the Influence of Deformation Mechanisms of Different Scales on Regularities of Response of Shear Fault Zones under Nonequiaxial Compression Loading / S.V. Astafurov, E.V. Shilko, V.V. Sergeev, A.Yu. Panchenko, S.G. Psakhie // Geophysical journal. – 2010. – V.32. – No.4. – з. 7-8

188. Astafurov, S.V. Development of a Structural and Rheological Model for Investigation of Peculiarities of Deformation and Fracture of Metal-ceramic Composites with Multimodal Internal Structure / S.V. Astafurov, E.V. Shilko, V.E. Ovcharenko, A.V. Dimaki, S.G. Psakhie // Procedia Materials Science. – 2014. – V.3. – P. 568-573.

189. Астафуров, С.В. Развитие подхода для описания деформирования и разрушения твердых интерметаллических сплавов в рамках метода подвижных клеточных автоматов / С.В. Астафуров, А.В. Димаки, Е.В. Шилько, В.Е. Овчаренко, С.Г. Псахье // Известия вузов. Физика. – 2013. – №7/3. – С. 122-124.

190. Коноваленко, Иг.С. Применение метода подвижных клеточных автоматов для компьютерного конструирования эндопротезов с гетерогенной демпфирующей структурой / Иг.С. Коноваленко, Е.В. Шилько, Ив.С. Коноваленко, С.Г. Псахье // Физическая мезомеханика. – 2002. – Т. 5. – № 4. – С. 29-33.

191. Димаки, А.В. Связанная модель флюидонасыщенных пористых материалов, основанная на совмещении дискретного и континуального подходов / А.В. Димаки, Е.В. Шилько, С.В. Астафуров, С.Ю. Коростелев, С.Г. Псахье // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2014. – № 4. – С. 68-101.

192. Dimaki, A.V. Simulation of Deformation and Fracture of Fluid-saturated Porous Media with Hybrid Cellular Automaton Method / A.V. Dimaki, E.V. Shilko, S.V. Astafurov, S.G. Psakhie // Procedia Materials Science. – 2014. – V. 3. – P. 985-990.

193. Dimaki, A.V. The Computer-Aided Simulation of Deformation and Fracture of Water-Saturated Elastic Porous Material with Hybrid Cellular Automaton Method / A.V. Dimaki, E.V. Shilko, S.V. Astafurov, S.G. Psakhie // AIP Conference Proceedings. – 2014. – V. 1623. – P. 115–118.

194. Astafurov, S.V. Theoretical Investigation of Influence of Pore Pressure on Mechanical Response of Gas-Filled Permeable Materials / S.V. Astafurov, E.V. Shilko, A.V. Dimaki, S.G. Psakhie // AIP Conference Proceedings. – 2014. – Vol. 1623. – P. 15–18.

195. Cundall, P.A. Formulation of a Three-Dimensional Distinct Element Model – Part I: A Scheme to Detect and Represent Contacts in a System Composed of Many Polyhedral Blocks / P.A. Cundall // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. – 1988. – V. 25. – Iss. 3. – P. 107-116.

196. Hwang, J.-Y. Numerical Analysis of Discontinuous Rock Masses using Three-Dimensional Discontinuous Deformation Analysis (3D DDA) / J.-Y. Hwang, Y. Ohnishi, J. Wu // Geotechnical Engineering – 2004. – V. 8. – Iss. 5. – P. 491-496.

197. Hahn, M. Discrete element representation of discontinua: proof of concept and determination of material parameters / M. Hahn, T. Wallmersperger, B.-H. Kroplin // Computational Materials Science – 2010. – V. 50. – P. 391-402.

198. Гарагаш, И.А. Неассоциированные законы течения и локализации пластической деформации / И.А. Гарагаш, В.Н. Николаевский // Успехи механики. – 1989. – Т. 12. – № 1. – С. 131–183.

199. Стефанов, Ю.П. Локализация деформации и разрушение в геоматериалах. Численное моделирование / Ю.П. Стефанов // Физическая мезомеханика. – 2002. – Т. 5. – № 5. – С. 107–118.
200. Wilkins, M.L. Computer simulation of dynamic phenomena / M.L. Wilkins. – Heidelberg: Springer-Verlag, 1999. – 246 p.
201. Смолин, А.Ю. О вращательном движении в методе подвижных клеточных автоматов / А.Ю. Смолин, Н.В. Роман, С.А. Добрынин, С.Г. Псахье // Физическая мезомеханика. – 2009. – Т. 12. – № 2. – С. 17–22.
202. Kushch, V.I. SIF Statistics in Micro Cracked Solid: Effect of Crack Density, Orientation and Clustering / V.I. Kushch, V.I. Shmegeera, I. Sevostianov // International Journal of Engineering Science – 2009. – V. 47. – P. 192–208.
203. Shilko, E.V. Overcoming the Limitations of Distinct Element Method for Multiscale Modeling of Materials with Multimodal Internal Structure / E.V. Shilko, S.G. Psakhie, S. Schmauder, S.G. Popov, S.V. Astafurov, A.Yu. Smolin // Computational Materials Science. – 2015. – V. 102. – P. 267–285.
204. Псахье, С.Г. Моделирование поведения сложных сред на основе комбинированного дискретно-континуального подхода / С.Г. Псахье, А.Ю. Смолин, Ю.П. Стефанов, П.В. Макаров, Е.В. Шилько, М.А. Чертов, Е.П. Евтушенко. // Физическая мезомеханика. – 2003. – Т. 6. – № 6. – С. 11–21.
205. Псахье, С.Г. Моделирование поведения сложных сред на основе совместного использования дискретного и континуального подходов / С.Г. Псахье, А.Ю. Смолин, Ю.П. Стефанов, П.В. Макаров, М.А.Чертов // Письма в журнал технической физики. – 2004. – Т.30. – Вып. 17. – С. 7–13.
206. Smolin, A.Yu. Coupling of Movable Cellular Automata with Mesh Method / A.Yu. Smolin, S.G. Psakhie // Proceedings of the International Conference on Particle-Based Methods (Particles-2009), Barcelona. Spain. 25–27 November 2009. – Barcelona, 2009. – P. 76–79.
207. Смолин, А.Ю. Моделирование деформации и разрушения материалов на основе совмещенного дискретно-континуального подхода / А.Ю. Смолин,

Н.В. Роман // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского.– 2011.– Т. 2. – № 4.– С. 535–537.

208. Jiang, H. A Note on the Mohr-Coulomb and Drucker-Prager Strength Criteria / H. Jiang, Y. Xie // *Mechanics Research Communications*. – 2011. – V.38. – P. 309-314.

209. Gassman, F. Elastic Waves Through a Packing of Spheres / F. Gassman // *Geophysics*. – 1951. – V. 16. – Iss. 4. – P. 673-685.

210. Nur, A. An Exact Effective Stress Law for Elastic Deformation of Rock with Fluids / A. Nur, J.D. Byerlee // *Journal of Geophysical Research*. – 1971. – V. 76. – P. 6414-6419.

211. Zimmerman, R. Compressibility of Porous Rock / R. Zimmerman, W. Somerton, M. King // *Journal of Geophysical Research*. – 1986. – V. 91. – P. 12765-12777.

212. Yamaji, A. An Introduction to Tectonophysics: Theoretical Aspects of Structural Geology / A. Yamaji. – Tokyo: TERRAPUB, 2007. – 378 p.

213. Hangin J. Experimental Deformation of Sedimentary Rocks Under Confining Pressure: Pore Pressure Tests / J. Hangin, R.V. Hager, M. Friedman, J.N. Feather // *AAPG Bulletin*. – 1963. – V. 47. – Iss. 5. – P. 717-755.

214. Ребиндер, П.А. Поверхностные явления в твердых телах в процессах их деформации и разрушения / П.А. Ребиндер, Е.Д. Щукин // *Успехи физических наук*. – 1972. – Т. 108. – С. 3-42.

215. Vutukuri, V.S. The effect of liquids on the tensile strength of limestone / V.S. Vutukuri // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science and Geomechanical Abstracts*. – 1974. – V. 11. – P. 27-29.

216. Robin, P.-Y.F. Note on Effective Pressure / P.-Y.F. Robin // *Journal of Geophysical Research* – 1973. – V. 78. – No. 14. – P. 2434-2437.

217. Gangi, A.F. An Asperity-Deformation Model for Effective Pressure / A.F. Gangi, R.L. Carlson // *Tectonophysics*. – 1996. – V. 256. – P. 241-251.

218. Boitnott, G.N. Direct Measurement of the Effective Pressure Law: Deformation of Joints Subject to Pore and Confining Pressure / G.N. Boitnott,

G.N. Scholz // *Journal of Geophysical Research* – 1990. – V. 95. – No. B12. – P. 19279-19298.

219. Алексеев, А.Д. Диффузионно-фильтрационная модель выхода метана из угольного пласта / А.Д. Алексеев, Т.А. Василенко, К.В. Гуменник, Н.А. Калугина, Э.П. Фельдман // *Журнал технической физики*. – 2007. – Т. 77. – № 4. – С. 65-74.

220. Алексеев, А.Д. Теория абсорбции газа пористыми веществами / А.Д. Алексеев, В.В. Синолицкий // *Физика и техника высоких давлений*. – 1983. – Вып. 12. – С. 103–106.

221. Алексеев, А.Д. Термодинамика газугольного массива и неоднородное распределение газов в угольных пластах / А.Д. Алексеев, Э.П. Фельдман, Н.А. Калугина // *Журнал технической физики*. – 2010. – Т. 80. – № 12. – С. 57-61,

222. Лейбензон, Л.С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде / Л.С. Лейбензон. – М.-Л.: Гос. изд-во технико-теоретич. лит-ры, 1947. – 244 с.

223. Баренблатт, Г.И. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа / Г.И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик. – М.: «Недра», 1972. – 288 с.

224. Pezdič, J. Laboratory Simulation of Adsorption-Desorption Processes on Different Lignite Lithotypes from the Velenje Lignite Mine / J. Pezdič, M. Markič, M. Letič, A. Popovič, S. Zavsek // *RMZ – Materials and Geoenvironment*. – 1999. – V. 46. – No. 3. – P. 555-568.

225. Zula, J. Adsorption Capacity of the Velenje Lignite: Methodology and Equipment / J. Zula, J. Pezdic, S. Zavsek, E. Buric // *RMZ – Materials and Geoenvironment*. – 2011. – V. 58. – № 2. – P. 193–216.

226. Markic, M. Petrographic Composition and Depositional Environments of the Pliocene Velenje Lignite Seam (Slovenia) / M. Markic, R.F. Sachsenhofer // *International Journal of Coal Geology* – 1997. – V. 33. – P. 229–254.

227. Петухов, И.М. Механика горных ударов и выбросов / И.М. Петухов, А.М. Линьков. – М.: Наука, 1983. – 280 с.

228. Flores, R.M. Coalbed Methane: from Hazard to Resource / R.M. Flores // *International Journal of Coal Geology*. – 1998. – V. 35. – P. 3–26.
229. Beamish, B.B. Instantaneous Outbursts in Underground Coal Mines: an Overview and Association with Coal Type / Beamish B.B., Crosdale P.J. // *International Journal of Coal Geology*. – 1998. – V. 35. – P. 27–55.
230. Cao, Y. Coal and Gas Outbursts in Footwalls of Reverse Faults / Y. Cao, D. He, D.C. Glick // *International Journal of Coal Geology*. – 2001. – V. 48. – P. 47–63.
231. Завшек, С. Метод гибридных клеточных автоматов. Применение к проблеме исследования механического отклика контрастных сред / С. Завшек, А.В. Димаки, А.И. Дмитриев, Е.В. Шилько, Й. Пездич, С.Г. Псахье // *Физическая мезомеханика*. – 2011. – Т. 14. – № 4. – С. 45-55
232. Larsen, J.W. The Effects of Dissolved CO₂ on Coal Structure and Properties / J.W. Larsen // *International Journal of Coal Geology*. – 2004. – V. 57. – P. 63–70.
233. Рац, М.В. Трещиноватость и свойства трещиноватых горных пород / М.В. Рац, С.Н. Чернышев. – М.: Недра, 1970. – 164 с.
234. Чернышев, С.Н. Трещины горных пород / С.Н. Чернышев. – М.: Наука, 1983. – 240 с.
235. Price, D.G. Engineering Geology: Principles and Practice / D.G. Price, M. de Freitas. – Berlin-Heidelberg: Springer Verlag, 2009. – 450 p.
236. Назарова, Л.А. Определение коэффициента диффузии и содержания газа в пласте на основе решения обратной задачи по данным измерения давления в герметичной емкости с угольным веществом / Л.А. Назарова, Л.А. Назаров, Г.Я. Полевщиков, Р.И. Родин // *Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых*. – 2012. – №5. – С. 15-23.
237. Coussy, O. Poromechanics / O.Coussy. – John Wiley & Sons, 2004. – 312 p.
238. Zwietering, M.H. Modeling of the Bacterial Growth Curve / M.H. Zwietering, I. Jongenburger, F.M. Rombouts, K. Van't Riet // *Applied and Environmental Microbiology* – 1990. – Vol. 56. – No. 6. – P. 1875–1881.

239. Димаки, А.В. Влияние фильтрации флюида на прочность пористых флюидонасыщенных хрупких материалов / А.В. Димаки, Е.В. Шилько, С.В. Астафуров, С.Г. Псахье // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 4. – С. 220–247.

240. Casagrande, A. Strength of Soil under Dynamic Loading / A. Casagrande, W.L. Shannon // Proceedings of American Society of Civil Engineering. – 1948. – V. 74. – No. 4. – P. 591–632.

241. Seed, H.B. Investigation of the Effect of Transient Loading on the Strength and Deformation Characteristics of Saturated Sands / H.B. Seed, R. Lundgren // Proceedings of American Society of Testing and Materials. – 1954. – V.54. – P. 1288–1306.

242. Carmeliet, J. Application of the Preisach-Mayergoyz Space Model to Analyze Moisture Effects on the Nonlinear Elastic Response of Rock. / J. Carmeliet, K.E.A. Van Den Abeele // Geophysical Research Letters. – 2002. – V. 29. – No. 7. – P. 1144-1148.

243. Van Den Abeele, K.E.A. Influence of Water Saturation on the Nonlinear Elastic Mesoscopic Response in Earth Materials and the Implications to the Mechanism of Nonlinearity / K.E.A. Van Den Abeele, J. Carmeliet, P.A. Johnson, B. Zinszner, // Journal of Geophysical Research-Solid Earth. – 2002. – V.107. – No. 6. – P. 1029-1039.

244. Yamamura, J.A. Effects of Stain Rate on Instability of Granular Soils. / J.A. Yamamura, P.V. Lade // Geotechnical Testing Journal. – 1993. – V.16. – No. 3. – P. 304–313.

245. Watanabe, K. Reappraisal of Loading Rate Effects on Sand Behavior in View of Seismic Design for Pile Foundation / K. Watanabe, O. Kusakabe // Soils and Foundations. – 2013. – V.53. – No. 2. – P. 215–231.

246. Ougier-Simonin, A. Effects of Pore Fluid Pressure on Slip Behaviors: An Experimental Study / A. Ougier-Simonin, W. Zhu // Geophysical Research Letters. – 2013. – V. 40. – P. 2619-2624.

247. Ougier-Simonin, A. Effect of Pore Pressure Buildup on Slowness of Rupture Propagation / A. Ougier-Simonin, W. Zhu // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. – 2015. – V. 120. – P. 7966-7985.
248. Anderson, R.N. Gulf of Mexico Growth Fault Drilled, Seen as Oil, Gas Migration Pathway / R.N. Anderson, P. Fleming, S. Losh, J. Austin, R. Woodham // *Oil and Gas Journal*. – 1994. – No. 6. – P. 97-102.
249. Etheridge, M.A. High Fluid Pressures During Regional Metamorphism and Deformation / M.A. Etheridge, V.J. Wall, S.F. Cox // *Journal of Geophysical Research*. – 1984. – V. 89. – P. 4344-4358.
250. Sibson, R.H. High-angle Reverse Faults, Fluid Pressure Cycling and Mesothermal Gold-Quartz Deposits / R.H. Sibson, F.R. Robert, H. Poulsen // *Geology*. – 1988. – V. 16. – P. 551-555.
251. Sibson, R.H. Implication of Fault-Valve Behavior for Rupture Nucleation and Recurrence / R.H. Sibson // *Tectonophysics*. – 1992. – V. 211. – P. 283-293.
252. Vernik, L. Petrophysical Analysis of the Cajon Pass Scientific Well: Implications for Fluid Flow and Seismic Studies in the Continental Crust. / L. Vernik, A. Nur // *Journal of Geophysical Research*. – 1992. – V. 97. – P. 5121-5134.
253. Byerlee, J. Friction, Overpressure and Fault Normal Compression. / J. Byerlee // *Geophysical Research Letters*. – 1990. – V. 17. – P. 2109-2112.
254. Wong, T.-F. The Brittle-Ductile Transition in Porous Rock: A Review / T.-F. Wong, P. Baud // *Journal of Structural Geology*. – 2012. – V. 44. – P. 25-53.
255. Стефанов, Ю.П. Моделирование поведения консолидированных и высокопористых геологических сред в условиях сжатия / Ю.П. Стефанов // *Вестник ПГТУ. Математическое моделирование систем и процессов*. – 2007. – № 15. – С. 156-169.
256. Макаров, П.В. Модель землетрясения как сверхбыстрый катастрофический этап эволюции нагружаемой геосреды / П.В. Макаров, И.Ю. Смолин, Е.П. Евтушенко, А.Ю. Перышкин // *Физическая мезомеханика*. – 2010. – Т. 13. – Спец. выпуск. – С. 29-35.

257. Frank, F.C. On Dilatancy in Relation to Seismic Sources / F.C. Frank // *Reviews of Geophysics*. – 1965. – V. 3. – P. 485-503.

258. Brace, W.F. A Test of the Law of Effective Stress for Crystalline Rocks of Low Porosity / W.F. Brace, R.J. Martin // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. – 1968. – V. 5. – P. 415-426.

259. Dimaki, A.V. Strength of water-filled permeable elastic-plastic medium under shear accompanied by compression: A theoretical study / A.V. Dimaki, E.V. Shilko, S.G. Psakhie // *Procedia Structural Integrity*. – 2016. – V.2. – P. 2606-2613.

260. Heap, M.J. Closing an Open System: Pore pressure changes in permeable edifice rock at high strain rates / M.J. Heap, F.B. Wadsworth // *Journal of Volcanology and Geothermal Research*. – 2016. – V.315. – P. 40-50.

261. Makhnenko, R.Y. Dilatant Hardening of Fluid-Saturated Sandstone / R.Y. Makhnenko, J.F. Labuz // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. – 2015. – V.120. – P. 909-922.

262. Samuelson, J. Shear-Induced Dilatancy of Fluid-Saturated Faults: Experiment and Theory / J. Samuelson, D. Elsworth, C. Marone // *Journal of Geophysical Research*. – 2009. – V. 114. – P. B12404.

263. Samuelson, J. Influence of dilatancy on the frictional constitutive behavior of a saturated fault zone under a variety of drainage conditions / J. Samuelson, D. Elsworth, C. Marone // *Journal of Geophysical Research*. – 2011. – V. 116. – P. B10406.

264. Dieterich, J.H. Modeling of Rock Friction. 1. Experimental Results and Constitutive Equations / J.H. Dieterich // *Journal of Geophysical Research*. – 1979. – V. 84. – P. 2161–2168.

265. Ruina, A. Slip Instability and State Variable Friction Laws / A. Ruina // *Journal of Geophysical Research*. – 1983. – V. 88 – P. 10359-10370.

266. Стефанов, Ю.П. Некоторые нелинейные эффекты поведения горных пород / Ю.П. Стефанов // *Физическая мезомеханика*. – 2016. – Т. 19. – № 6. – С. 54-61.