

*На правах рукописи*



ДИМАКИ Андрей Викторович

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
НЕМЕТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ,  
ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ВЯЗКОСТЬЮ И РАЗРУШЕНИЕМ

01.02.04 Механика деформируемого твердого тела

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

г. Томск – 2017

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки  
Институте физики прочности и материаловедения  
Сибирского отделения Российской Академии наук

**Научный консультант:**

доктор физико-математических наук **Шилько Евгений Викторович**

**Официальные оппоненты:**

**Кривцов Антон-Иржи Мирославович** – доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем машиноведения Российской академии наук, заведующий лабораторией «Дискретные модели механики»

**Плехов Олег Анатольевич** – доктор физико-математических наук, профессор РАН, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук, заместитель директора по науке

**Радченко Андрей Васильевич** – доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Томский государственный архитектурно-строительный университет», Институт кадастра, экономики и инженерных систем в строительстве, директор

**Ведущая организация:**

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения Уральского отделения Российской академии наук, г. Екатеринбург

Защита состоится «20» октября 2017 г. в 14<sup>30</sup> на заседании диссертационного совета Д 003.038.01 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института физики прочности и материаловедения Сибирского отделения Российской академии наук (ИФПМ СО РАН) по адресу: 634055, г. Томск, просп. Академический 2/4; e-mail: ovs@ispms.tsc.ru

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ИФПМ СО РАН:  
[www.ispms.ru](http://www.ispms.ru)

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 г.

Ученый секретарь диссертационного совета  
доктор технических наук, профессор



О.В. Сизова

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность работы.** Сложность исследования закономерностей контактного взаимодействия в материалах и средах в значительной степени связана с его нелинейностью, пространственно-временной многомасштабностью и важной ролью процессов диссипации. Закономерности контактного взаимодействия определяются влиянием рельефа взаимодействующих поверхностей, физико-механическими параметрами контактирующих тел, в том числе тел, характеризующихся сложной реологией, влиянием параметров нагружения, разрушением, включая износ, наличием жидкости или газа в области контакта и т.д. При интерпретации результатов изучения контактного взаимодействия необходимо принимать во внимание широкий спектр процессов, протекающих в зоне контакта, к которым относятся упругая и пластическая деформация контактирующих тел, разрушение и интенсивный массоперенос, сопровождающиеся отделением фрагментов материала, нелинейный механический отклик материала, влияние смазки, адгезионные взаимодействия и т.д.

В связи со сказанным выше, развитие и применение новых численных моделей, позволяющих эффективно учитывать такие эффекты как нелинейность отклика среды и процессы диссипации на различных пространственных и временных масштабах, является важным для теоретического изучения закономерностей контактного взаимодействия неоднородных материалов и сред. Таким образом, актуальность настоящей работы связана с необходимостью получения новых знаний о влиянии пространственно-временной многомасштабности структуры и свойств материала на его поведение в сложных условиях нагружения при контактном взаимодействии. Эти знания и полученные закономерности влияния диссипации упругой энергии на контактное взаимодействие тел могут быть эффективно применены во многих прикладных областях механики и материаловедения. К ним относятся задачи проектирования трибосопряжений, использующих эластомеры, в частности, в автомобильной промышленности. Развитые модели, описывающие физико-механический отклик проницаемых флюидонасыщенных сред, могут быть использованы при прогнозировании безопасных режимов эксплуатации подземных сооружений (шахт, тоннелей и др.) в проницаемых горных пластах, насыщенных жидкостью или газом. Изучение нелинейных закономерностей влияния перераспределения флюида в проницаемой среде является принципиально важным при оценке условий наступления критического состояния в разломно-блоковых средах, в частности, в земной коре.

**Степень разработанности темы.** Целенаправленному изучению процессов контактного взаимодействия посвящены работы многих отечественных и зарубежных ученых, в том числе Ш.О. Кулона, К.А. Гроша, Г.А. Томлинсона, Л. Прандтля, Д. Тейбора, Р.Д. Миндлина, К.Л. Джонсона, И.Я. Штаермана, Л.А. Галина, И.В. Крагельского, Дж.А. Гринвуда, Дж.Р. Барбера, Б.Н.Дж. Перссона, М. Чиавареллы, И.А. Солдатенкова, Ф.М. Бородича, В.Л. Попова, И.Г. Горячевой и многих других. Традиционно (начиная со знаменитых работ Г. Герца и т.д.) контактные задачи рассматриваются в предположении о неизменности свойств материала в глубине контактирующих тел в течение их взаимодействия. Указанное

приближение оказывается не применимым при рассмотрении контактов (как нормальных, так и тангенциальных) тел, в которых под влиянием напряжений в области контакта возникает динамический процесс массопереноса. Яркими представителями материалов, в которых проявляется указанный эффект, являются пористые проницаемые материалы различной природы (геологические породы и пласты, биологические ткани, фильтрующие технические материалы и т.д.), насыщенные жидкостью и/или газом. Физико-механический отклик таких материалов определяется процессами взаимодействия пористого вмещающего каркаса и флюида (жидкого либо газообразного), находящегося в поровом объеме. Кроме того, перераспределение флюида в твердом каркасе, представляющее собой динамический процесс, может приводить к существенным изменениям напряженно-деформированного состояния и прочностных свойств проницаемого тела, особенно в материалах, прочность которых зависит от величины среднего напряжения в объеме. Все вышесказанное демонстрирует необходимость развития новых эффективных подходов к решению контактных задач с учетом динамического массопереноса и наличия внутренних и внешних границ раздела.

В настоящее время получил развитие и широко применяется для решения различных контактных задач метод редукции размерности (МРР), в рамках которого решение исходной трехмерной контактной задачи сводится к решению задачи контакта набора независимых одномерных «пружин» путем преобразования Абеля от исходного профиля индентора. Аналогичным образом, основываясь на преобразовании Абеля, формулируются выражения, связывающие распределения напряжений и перемещений в трехмерном контакте и его «одномерном» отображении. МРР позволяет получить точное решение задачи о контакте тел вращения. Для контактов тел, не являющихся телами вращения, в том числе тел с явно заданной геометрией шероховатости, МРР позволяет получать оценки решений, качественно совпадающих с решениями соответствующих трехмерных контактных задач. Отличительными особенностями метода, наряду с возможностью получения точных решений ряда трехмерных контактных задач, являются простота численной реализации и высокое быстродействие.

Несмотря на указанные выше достоинства, МРР не может быть применен для описания сред со структурой и многофазных сред, а также процессов, сопровождающихся множественным разрушением и контактным взаимодействием образующихся поверхностей. Для решения указанных классов задач широко применяются вычислительные методы, основанные на концепции дискретных элементов, в рамках которых моделируемая среда представляется ансамблем взаимодействующих частиц конечного размера. Основной особенностью методов дискретных элементов (МДЭ), определяющих их преимущества, является способность дискретных элементов изменять окружение, что является принципиально важным при моделировании сложных явлений контактного взаимодействия, трещинообразования, разделения тел на фрагменты и т.д. При этом область применения МДЭ для моделирования флюидонасыщенных материалов, как правило, ограничивается микроскопическим масштабным уровнем, на котором поры, трещины и каналы учитываются явным образом. Для описания многофазных сред на более высоких масштабных уровнях используются комбинированные схемы. В таких схемах МДЭ применяется для

моделирования механического отклика твердофазного каркаса, а метод решеточных уравнений Больцмана или метод сеток – для моделирования массопереноса жидко-фазного или газообразного флюида. Помимо этого, в рамках МДЭ возможен неявный учет поровой структуры каркаса проницаемой флюидонасыщенной среды, в этом случае задача массопереноса флюида решается непосредственно на слое дискретных элементов. В подобных методах массообмен с внешней средой может быть описан путем постановки соответствующих граничных условий на ансамбле дискретных элементов или введением дополнительного сеточного слоя. Для адекватного описания физико-механического отклика флюидонасыщенного каркаса необходимо применение связанных моделей типа модели пороупругости и поропластичности.

**Цель настоящей работы** заключается в установлении закономерностей нелинейного влияния вязкости и разрушения на различных пространственных и временных масштабах на силу трения между контактирующими телами в сложных условиях нагружения.

Для достижения указанной цели в работе были поставлены и решены следующие **задачи**:

1. Развить модель сухого тангенциального контакта с учетом временной многомасштабности релаксационных процессов, определяющих вязкость материала, и многомасштабной геометрии контакта в рамках метода редукции размерности.
2. Изучить основные закономерности влияния вязкости контактирующих тел и многомасштабного рельефа поверхности контакта на коэффициент трения, в том числе при нестационарном режиме скольжения.
3. Выявить обобщенные закономерности влияния тепловыделения в контакте на коэффициент трения в стационарном режиме скольжения.
4. Развить метод редукции размерности для описания процесса износа для случая осесимметричной области контакта.
5. Развить подход к описанию контактного взаимодействия в сложных многокомпонентных средах, учитывающий разрушение многоуровневого пористого каркаса и вязкость жидкой и/или газообразной фаз в рамках дискретно-континуальной модели с учетом многочастичного взаимодействия дискретных элементов.
6. Изучить влияние физико-механических свойств вмещающего пористого каркаса и вязкости порового флюида на прочность упруго-пластического межблочного интерфейса во флюидонасыщенной блочной среде в сложных условиях нагружения.

#### **Научная новизна.**

1. Впервые получена обобщенная нелинейная зависимость коэффициента трения в паре «вязкоупругий материал – жесткое контртело» от параметров нагружения, свойств материала и параметров шероховатости поверхности контртела, имеющей фрактальный рельеф.
2. Впервые получено обобщенное нелинейное уравнение для коэффициента трения между жестким коническим индентором, моделирующим уединенную шероховатость («single asperity»), и вязко-упругим основанием с явным учетом тепловыделения в контакте.
3. Построена аналитическая зависимость прочности упруго-хрупких пористых образцов, насыщенных жидкостью, при их одноосном сжатии от физико-

механических параметров каркаса и жидкости, скорости деформации и геометрии образца. Показано, что прочность таких образцов определяется конкуренцией процессов роста порового давления жидкости при сжатии образцов и снижения порового давления за счет оттока жидкости из образца в окружающее пространство.

4. Предложен общий функциональный вид нелинейной зависимости прочности проницаемой упруго-пластической среды, насыщенной жидкостью, от физико-механических свойств материала вмещающего каркаса и жидкости, а также параметров нагружения, в условиях стесненного сдвига. Продемонстрировано значительное влияние давления жидкости в поровом пространстве на сдвиговую прочность упруго-пластической проницаемой среды.

**Теоретическая значимость** полученных результатов заключается в том, что они имеют фундаментальный характер и вносят существенный вклад в развитие современных представлений о влиянии каналов диссипации упругой энергии, обусловленных вязкостью и разрушением, на контактное взаимодействие тел, образованных неметаллическими материалами.

Полученная обобщенная зависимость величины коэффициента трения от шероховатости фрактального рельефа поверхности контакта и нормальной нагрузки является фундаментальной и служит основой для построения новых моделей контактного взаимодействия вязко-упругих материалов, учитывающих вовлечение канала диссипации упругой энергии, обусловленного вязкостью, на различных пространственных и временных масштабах.

Предложенная в работе обобщенная функциональная зависимость величины прочности флюидонасыщенных материалов от управляющего параметра, характеризующего взаимное влияние процессов фильтрационного переноса флюида в поровом объеме и изменения порового объема при нагружении, позволяет расширить теоретические представления об особенностях деформирования и разрушения блочных проницаемых сред с внутренними границами раздела, включая горные породы и пористые органические материалы.

**Практическая значимость** результатов работы заключается в следующем. Полученная обобщенная зависимость коэффициента трения в паре «вязко-упругий материал – шероховатое контртело с фрактальным профилем» может быть использована для оценивания сил трения в контактах с широким спектром пространственных и временных масштабов взаимодействия.

Построенная модель износа применима для описания процесса износа упругих тел вращения в широком диапазоне скоростей скольжения, нормальных нагрузок и значений физико-механических параметров материалов контактирующей пары как в режиме малоамплитудных тангенциальных осцилляций так и при продолжительном скольжении. Возможности модели позволяют прогнозировать динамику износа, что является важным для оценивания износостойкости различных узлов машин и механизмов.

Развитые модели деформирования и разрушения флюидонасыщенных проницаемых материалов могут применяться при анализе и прогнозировании прочностных свойств проницаемых горных пород, насыщенных жидкостью или газом. Результаты изучения зависимости сдвиговой прочности упруго-

пластического флюидонасыщенного материала могут быть использованы в задачах анализа динамики приближения состояния участков разломно-блоковых сред к критическому.

**Методология и методы исследования.** Диссертационная работа выполнена в рамках методологии математического моделирования. В качестве методов исследования использованы метод редукции размерности, метод дискретных элементов и метод конечных разностей.

**Положения, выносимые на защиту.**

1. Математическая модель контактного взаимодействия вязко-упругого основания с жестким шероховатым контртелом, позволяющая явным образом учесть пространственную многомасштабность фрактального рельефа контртела и временную многомасштабность отклика вязко-упругого материала.

2. Величина среднеквадратичного наклона шероховатого профиля поверхности в области реального контакта является фундаментальным параметром, определяющим коэффициент трения при контакте жесткого контртела и вязко-упругого основания без адгезии.

3. Обобщенная зависимость коэффициента трения в контакте уединенной шероховатости с основанием Кельвина от свойств материала и параметров нагружения, учитывающая взаимное влияние тепловыделения и вязкости.

4. Модель износа, основанная на методе редукции размерности и энергетическом критерии износа Арчарда, позволяющая адекватно описывать износ упругих тел вращения.

5. Метод гибридных клеточных автоматов для описания проницаемой флюидонасыщенной среды, позволяющий адекватно моделировать взаимосвязанные процессы деформирования и разрушения твердого каркаса и массопереноса флюида в трещинно-поровом пространстве.

6. Прочность упруго-хрупких проницаемых флюидонасыщенных образцов при одноосном сжатии является логистической функцией отношения констант скорости фильтрации к скорости деформации образца.

7. Сдвиговая прочность упруго-пластической интерфейсной области во флюидонасыщенной блочной среде в условиях стесненного сдвига описывается обобщенным двучленным соотношением, учитывающим взаимное влияние процессов дилатансии границы раздела и массопереноса флюида в поровом пространстве.

**Достоверность полученных результатов,** вынесенных на защиту положений и сформулированных выводов обеспечивается адекватным применением современных методов математического моделирования, согласованием результатов, полученных различными методами, сопоставлением их с данными других авторов, качественным согласием с результатами экспериментов.

**Апробация работы.** Материалы диссертации докладывались на German-Russian Workshop “Contact Mechanics and Friction” (Berlin, Germany, 2009), XXXVIII Summer School “Advanced Problems in Mechanics” (Санкт-Петербург, Россия, 2010), The 5th International Conference on Discrete Element Methods (London, Great Britain, 2010), XVII Международной конференции по вычислительной механике и современным

прикладным программным системам (Алушта, 2011), German-Russian Workshop "Theoretical foundations, applications and problems of methods of reduction of dimensionality " (Berlin, Germany, 2011), 19<sup>th</sup> European Conference on Fracture «Fracture Mechanics for Durability, Reliability and Safety» (Казань, Россия, 2011), Международной конференции по физической мезомеханике, компьютерному конструированию и разработке новых материалов (Томск, Россия, 2011), German-Russian Workshop «Friction: From elementary mechanisms to macroscopic behavior» (Berlin, Germany, 2012), III International conference on Particle-Based Methods, Fundamentals and Applications (Stuttgart, Germany, 2013), XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (Алушта, 2013), Международной конференции "Иерархически организованные системы живой и неживой природы" (Томск, Россия, 2013), International Workshop and School “New Methods of Numerical Simulation and Measurement in Tribology” (Sandanski, Bulgaria, 2013), International Summer School-Conference “Advanced Problems in Mechanics” (Санкт-Петербург, Россия, 2013), Международной конференция «Физическая мезомеханика многоуровневых систем - 2014» (Томск, Россия, 2014), German-Russian Workshop “Tribology in Aerospace Applications” (Berlin, Germany, 2014), 20<sup>th</sup> European Conference on Fracture (Trondheim, Norway, 2014), XI Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Казань, Россия, 2015), IV International Conference on Particle-based Methods – Fundamentals and Applications (Barcelona, Spain, 2015), 21<sup>th</sup> European Conference on Fracture (Catania, Italy, 2016), Международной конференции «Перспективные материалы с иерархической структурой для новых технологий и надежных конструкций – 2016» (Томск, Россия, 2016).

**Публикации.** Основные результаты диссертации опубликованы в 23 работах, в том числе в 11 статьях в изданиях, входящих в перечень рецензируемых журналов ВАК РФ, в 12 статьях в зарубежных изданиях, включенных в библиографические базы данных Web of Science и Scopus.

**Личный вклад автора.** Все научные результаты, изложенные в диссертации, получены автором лично или в соавторстве при его непосредственном участии. Выбор направления исследований, обработка, анализ и обсуждение полученных результатов и сопоставление их с литературными данными осуществлялось автором лично.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка цитируемой литературы из 266 наименований, содержит 65 рисунков, 2 таблицы, всего 214 страниц.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** указана актуальность исследованной проблемы, изложена степень ее разработанности, сформулирована цель работы и решаемые задачи, отмечена научная новизна полученных результатов, раскрыта их теоретическая и практическая ценность, перечислены положения, выносимые на защиту, представлены апробация работы, публикации и личный вклад соискателя, описаны структура и объем диссертации.

В первой главе излагаются теоретические основы МРР. Основной идеей данного метода является замена исходной трехмерной контактной задачи набором одномерных задач, исходя из эквивалентности получаемых решений, с использованием преобразования Абеля трехмерного профиля контактирующих тел (рисунок 1). Трехмерный профиль  $z = I(r)$  преобразуется в одномерный профиль  $g(x)$  в соответствии со следующим интегральным преобразованием:

$$g(x) = |x| \int_0^{|x|} \frac{I'(r) dr}{\sqrt{x^2 - r^2}}. \quad (1)$$

Обратное преобразование (из одномерного в трехмерный профиль) дается следующим интегральным преобразованием:

$$I(r) = \frac{2}{\pi} \int_0^r \frac{g(x)}{\sqrt{r^2 - x^2}} dx. \quad (2)$$

В рамках МРР взаимодействующие тела заменяются набором одномерных элементов, имеющих независимые степени свободы. Физико-механический отклик данных элементов определяется соответствующими физико-механическими свойствами моделируемых трехмерных тел, которые в рамках метода редукции размерности считаются линейно упругими или вязко-упругими. Предполагается, что каждый из элементов имеет пространственный размер  $\Delta x$  (см. рисунок 1б).

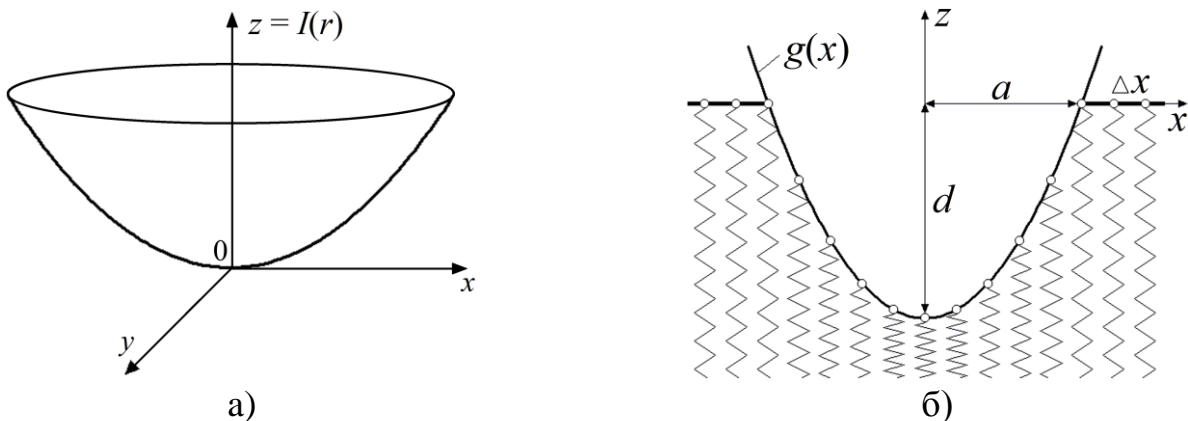


Рисунок 1 – Трехмерное тело вращения (а); одномерный профиль тела в контакте с упругим основанием, полученный по правилу МРР (б).

При рассмотрении контакта между телами вращения МРР позволяет получить решение, совпадающее с решением соответствующей трехмерной контактной задачи. В случае если одно или оба контактирующих тела не являются телами вращения (например, обладают сложным рельефом поверхности), МРР позволяет получить приближенное решение.

В последнее время развиваются представления о рельефе шероховатой поверхности как совокупности синусоидальных мод, имеющих различную амплитуду и различный пространственный период. В рамках данных представлений для описания рельефа поверхности возможно эффективное применение аппарата частотного анализа и преобразований Фурье, по аналогии с применением данного аппарата для анализа временных рядов. Пространственный период каждой синусоидальной моды, образующей рельеф, называют длиной волны шероховатости, а величину, обратную к ней, – волновым вектором шероховатости.

По аналогии со спектральной плотностью периодических колебаний можно ввести спектральную плотность рельефа шероховатой поверхности:

$$C(q) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \langle h(\mathbf{x})h(\mathbf{0}) \rangle \exp(-\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}) d^2x, \quad (3)$$

где  $h(\mathbf{x})$  – высота профиля шероховатой поверхности относительно «нулевого уровня» в точке, координаты которой определяются вектором  $\mathbf{x}$ ;  $\mathbf{q}$  – волновой вектор;  $q$  – амплитуда (длина) волнового вектора; операция  $\langle \dots \rangle$  означает усреднение по ансамблю.

Спектральная плотность профиля шероховатых поверхностей отлична от нуля только в ограниченном диапазоне длин волновых векторов  $q$ . Нижняя граница диапазона  $q_{\min}$ , соответствующая максимальной длине волны шероховатости, очевидно, не превышает характерного размера рассматриваемой системы, а для поверхностей материалов и сред, образованных сцепленными частицами (асфальт, горные породы и т.п.), величина  $q_{\min}$  определяется характерным размером частицы. Верхняя граница диапазона рассматриваемых волновых векторов  $q_{\max}$  определяется минимальным размером шероховатостей и существенным образом зависит от типа материала, способа обработки поверхности и т.д. Спектральная плотность профиля шероховатой поверхности вида

$$C(q) = C_0 (q / q_0)^{-2H-2}, \quad (4)$$

где  $C_0$  и  $q_0$  – некоторые константы, соответствует поверхности с фрактальным рельефом шероховатости с показателем Херста  $H$ . Под фрактальностью рельефа поверхности контакта здесь понимается его статистическое самоподобие при увеличении масштаба. В рамках МРР спектральная плотность профиля высот жесткой «одномерной шероховатой поверхности»  $C_{1D}(q)$  рассчитывается согласно правилу:

$$C_{1D}(q) = f_{norm}(H) q C_{2D}(q), \quad (5)$$

найденному в [Geike T., Popov V.L. Mapping of Three-Dimensional Contact Problems into One Dimension // Physical Review E. – 2007. – V. 76. – P. 036710], где  $C_{2D}(q)$  – заданная спектральная плотность двумерной поверхности;  $f_{norm}(H)$  – нормирующая функция, зависящая от показателя Херста спектральной плотности профиля двумерной поверхности. Хорошим приближением является  $f_{norm}(H) = \pi$ . Заметим, что  $C_{2D}(q)$  имеет размерность  $[m^4]$ , а  $C_{1D}(q)$  –  $[m^3]$ . Выражение (5) обеспечивает эквивалентность контактных свойств одномерной модели и реального трехмерного эластомера. На основании (5) могут быть определены значения среднеквадратичного отклонения высот профиля поверхности (среднеквадратичной шероховатости):

$$h = \sqrt{2 \int_{q_{\min}}^{q_{\max}} C_{1D}(q) dq}, \quad (6)$$

среднеквадратичного градиента (наклона) профиля поверхности:

$$\nabla z = \sqrt{2 \int_{q_{\min}}^{q_{\max}} C_{1D}(q) q^2 dq} \quad (7)$$

и среднеквадратичного значения кривизны профиля поверхности:

$$\kappa_{surf} = \sqrt{2 \int_{q_{min}}^{q_{max}} C_{1D}(q) q^4 dq}. \quad (8)$$

Таким образом, спектральная плотность профиля шероховатой поверхности (4) однозначно определяет среднеквадратичные значения высоты шероховатости, наклона поверхности (называемого еще градиентом профиля поверхности) и кривизны профиля поверхности. Далее в работе используется модель шероховатой поверхности с фрактальным рельефом, спектральная плотность которого описывается выражением (5), если не оговорено применение иной модели рельефа поверхности. Заметим, что среднеквадратичные значения градиента и кривизны профиля поверхности определяются в основном коротковолновой частью спектральной плотности.

Верификация построенной модели проводилась на примере задачи трения между эластомером со сложной реологией (широким спектром времен релаксации) и жестким контртелом. Была рассчитана зависимость коэффициента трения от скорости движения жесткой поверхности, имеющей характерную длину волны  $\lambda = 20$  мкм, для которой существует аналитическая оценка коэффициента трения:

$$\mu(kV_x) = \frac{G''(\zeta q_{cp} V_x)}{|\hat{G}(\zeta q_{cp} V_x)|} \nabla_z. \quad (9)$$

Здесь  $\hat{G}(\zeta q_{cp} V_x)$  есть комплексный модуль сдвига, а  $G''(\zeta q_{cp} V_x)$  – его мнимая часть;  $q_{cp} = 2\pi / \lambda$  – характерный (средний) волновой вектор шероховатой поверхности;  $\zeta$  – безразмерная константа. Зависимость модуля сдвига эластомера от времени  $G(t)$  задана в следующей интегральной форме:

$$G(t) = G_0 + G_1 \tau_1 \int_{\tau_1}^{\tau_2} \tau^{-s} e^{-t/\tau} d\tau \quad (10)$$

с  $G_0 = 1$  МПа,  $G_1 = 1000$  МПа,  $\tau_1 = 10^{-2}$  с,  $\tau_2 = 10^2$  с,  $s = 2$ . Зависимость коэффициента трения от скорости, полученная численным моделированием, а также аналитическая оценка (9) приведены на рисунке 2.

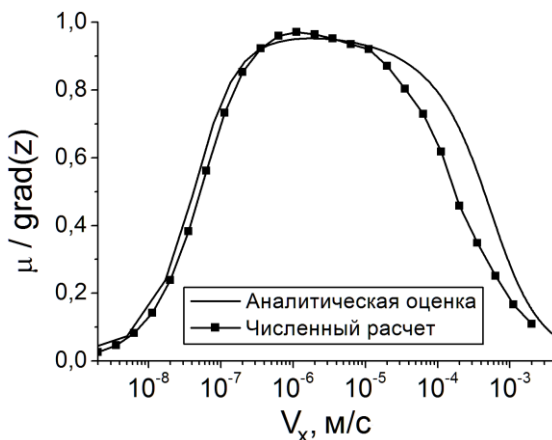


Рисунок 2 – Сравнение модельной зависимости коэффициента трения скольжения от скорости с аналитической оценкой.

Сравнение данных зависимостей позволяет сделать вывод о корректности построенной модели и ее применимости для моделирования трения между эластомерами и шероховатыми поверхностями.

Проведено теоретическое изучение зависимости статического коэффициента трения вязко-упругого материала, реологические свойства которого описываются выражением (10), от времени фиксации  $t_{fix}$  эластомера в неподвижном состоянии на жестком шероховатом основании, величины нормальной нагрузки  $F_N$  и скорости скольжения  $V_x$ .

Показано, что данная зависимость в интервале времен фиксации ( $\tau_1; \tau_2$ ) имеет логарифмический характер и может быть описана выражением следующего вида:

$$\mu_{static} / \nabla z = a + b(\log(t_{fix} / \tau_0)), \quad (11)$$

где  $\tau_0 = \lambda / V_x$ ;  $a$  и  $b$  – коэффициенты, зависящие от свойств эластомера, скорости относительного движения и нормальной силы (см. рисунок 3).

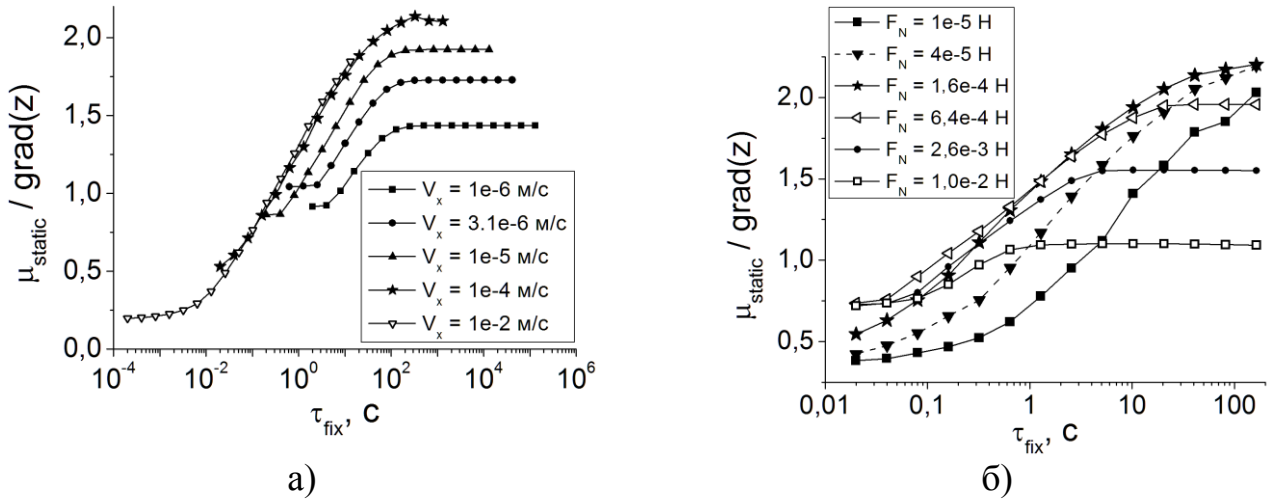


Рисунок 3 – Зависимости нормированного значения статического коэффициента трения от времени фиксации эластомера на жесткой поверхности для различных значений скорости скольжения (а); то же для различных значений нормальной силы (б).

Изучено влияние осцилляций нормальной силы на коэффициент трения. Рассмотрены два типа профилей шероховатости жесткого контртела: 1) рельеф, имеющий характерную длину волны  $\lambda = 20$  мкм; и 2) фрактальный рельеф, сгенерированный на основе снимка рельефа поверхности шероховатого образца с пространственным разрешением порядка 0,6 мкм. Несмотря на фрактальный характер, и для второго типа поверхностного рельефа возможно определение характерного значения волнового вектора  $\bar{q}$  согласно следующей формальной процедуре:

$$\bar{q} = \int_0^{q_{max}} q C_{1D}(q) dq / \int_0^{q_{max}} C_{1D}(q) dq, \quad (12)$$

где  $C_{1D}(q)$  – спектральная плотность профиля поверхности. Характерная длина волны  $\bar{\lambda} = 1 / \bar{q}$  в рассматриваемом случае составляла  $\bar{\lambda} \approx 4,7$  мкм. Образец эластомера с реологией, определяемой соотношением (10), приводился в контакт с жестким контртелом под действием нормальной силы  $F_N$ . Затем жесткое контртело двигалось в тангенциальном направлении со скоростью  $V_x$  в течение времени  $t_{max} \gg \tau_2$ . Указанное условие гарантирует исключение влияния переходных процессов на значение коэффициента трения, иными словами, гарантируется полностью стационарный режим скольжения. При этом нормальная сила изменялась по гармоническому закону.

Обнаружен локальный минимум зависимости коэффициента трения от частоты осцилляций при  $V_x / \lambda = f_0$  (см. рисунок 4). Наличие данного минимума имеет следующее объяснение.

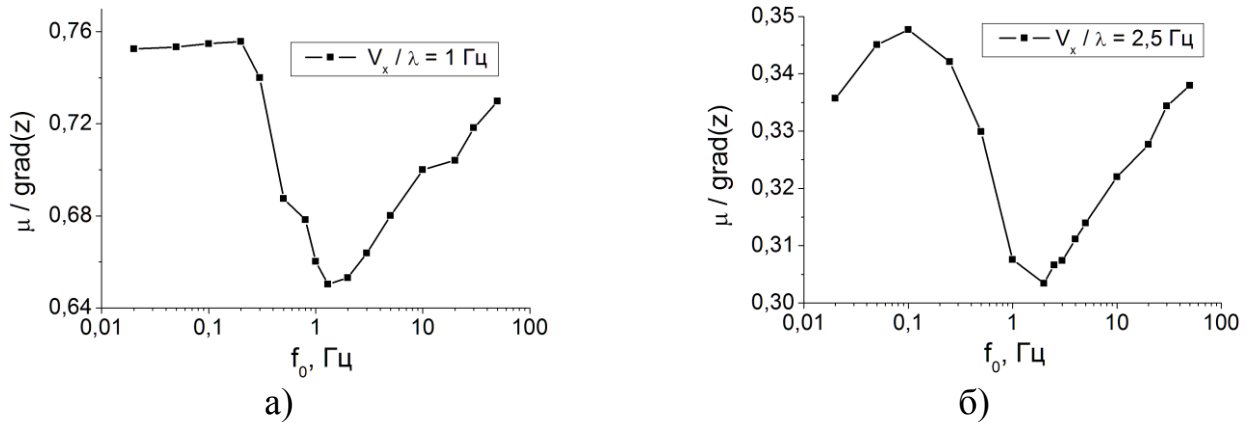


Рисунок 4 – Зависимости коэффициента трения скольжения от частоты осцилляций прижимающей нормальной силы для жесткой шероховатой поверхности: с характерной длиной волны  $\lambda = 20$  мкм (а); с фрактальным профилем (б).

В случае, когда период вибраций соответствует времени прохождения характерной длины волны поверхности жесткого контртела, на поверхности эластомера формируется «отпечаток» жесткой поверхности, имеющий тот же порядок величины длины волны. В таких условиях контакт эластомера с жестким контртелом происходит в областях малых градиентов жесткой поверхности, в результате чего коэффициент трения снижается. Таким образом, воздействие вибрации определенной частоты приводит к адаптации эластомера к профилю поверхности жесткого контртела.

Проведено численное моделирование сухого трения между вязко-упругим основанием (материалом Кельвина) и жестким контртелом с фрактальным рельефом поверхности. Контртело моделировалось фрактальной шероховатой поверхностью, имеющей спектральную плотность

$$C_{1D}(q) = C_0 q^{-2H-1}, \quad (13)$$

где  $q$  – волновой вектор;  $H$  – показатель Херста;  $C_0$  – нормирующий множитель. На основе результатов моделирования построено обобщенное соотношение для описания коэффициента трения в области линейного роста, учитывающее параметры нагружения и фрактального рельефа (рисунок 5).

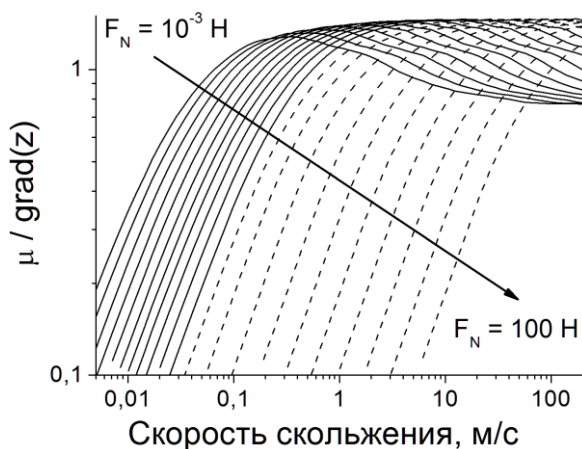


Рисунок 5 – Зависимости коэффициента трения от скорости скольжения, построенные для различных значений нормальной силы.

Полученное обобщенное соотношение имеет следующий вид:

$$\mu = \beta \frac{\tau V_x \nabla_z}{h} \left( \frac{GhL}{F_N} \right)^\alpha, \quad (14)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – безразмерные параметры.

Значение среднеквадратичного градиента профиля поверхности в области контакта в общем случае является функцией глубины вдавливания жесткого контртела в основание и, соответственно, функцией безразмерной силы  $\tilde{F}_N = F_N / GhL$ . Глубина вдавливания, в свою очередь, зависит от контактной жесткости эластомера, определяемой максимальной длиной волны

спектральной плотности профиля пятна контакта. На основании сказанного соотношение (14) может быть записано в общем виде следующим образом:

$$\mu = \nabla z_{cont}(\tilde{F}_N) g_1(\tilde{V}_x / g_2(\tilde{F}_N)), \quad (15)$$

или в явном виде:

$$\mu = \nabla z_{cont} \left( \frac{F_N}{GhL} \right) g_1 \left( \frac{\tau V_x}{\sqrt{2}} \nabla z_{cont} \left( \frac{F_N}{GhL} \right) / g_2 \left( \frac{F_N}{GhL} \right) \right), \quad (16)$$

где среднеквадратичный градиент в области контакта полагается величиной, зависящей от безразмерной нормальной силы  $\tilde{F}_N$ , а функции  $g_1$  и  $g_2$  определяют характер зависимости коэффициента трения от безразмерной скорости  $\tilde{V}_x = \tau V_x \nabla z_{cont} / \sqrt{2}h$  и безразмерной силы  $\tilde{F}_N$  соответственно. Скейлинговое соотношение (16) показывает, что зависимость коэффициента трения от скорости в двойном логарифмическом масштабе имеет одинаковую форму для любых значений параметров, входящих в данное уравнение: нормальной силы  $F_N$ , размера системы  $L$  и времени релаксации  $\tau$ . Изменение любого из этих параметров приводит к смещению зависимости  $\mu(V_x)$  на величину, пропорциональную  $\log \left[ \frac{\tau \nabla z_{cont}}{\sqrt{2}h} / g_2 \left( \frac{F_N}{GhL} \right) \right]$  по оси абсцисс и на величину, пропорциональную  $\log(\nabla z_{cont})$  по оси ординат. Если соотношение (14) справедливо только для материала Кельвина и жесткого контртела с фрактальным рельефом поверхности, то соотношение (16) пригодно для описания коэффициента трения материалов со сложными реологическими свойствами в стационарном режиме скольжения.

Показано определяющее влияние наибольшего и наименьшего пространственных масштабов шероховатости на коэффициент трения («двухмасштабность» силы трения). «Двухмасштабность» силы трения в контакте означает, что ее величина слабо чувствительна к изменениям в средней части спектральной плотности профиля шероховатой поверхности контакта. Для изучения данного свойства был проведен расчет коэффициента трения для поверхностей контакта с полным спектром волновых векторов (рисунок 6а, штриховая линия), а также со спектрами, из средней части которых были удалены участки различной ширины (рисунок 6а, сплошная линия). Значения параметров  $k_1$  и  $k_2$  на рисунке 6а определяют положение вырезанной части спектральной плотности. Как видно из рисунков 6б и 6в, удаление средней части спектральной плотности профиля шероховатой поверхности приводит к ее «выглаживанию» на макроскопическом масштабе, при этом на микромасштабе шероховатость присутствует.

Результаты численного моделирования коэффициента трения для шероховатых поверхностей с показателем Херста  $H = 0,5$  показывают, что удаление значительных участков спектральной плотности, соответствующих диапазонам значений  $k_1 \in [10; 1000]$  и  $k_2 \in [10; 1000]$ , практически не оказывает влияния на значение коэффициента трения (см. рисунок 7).

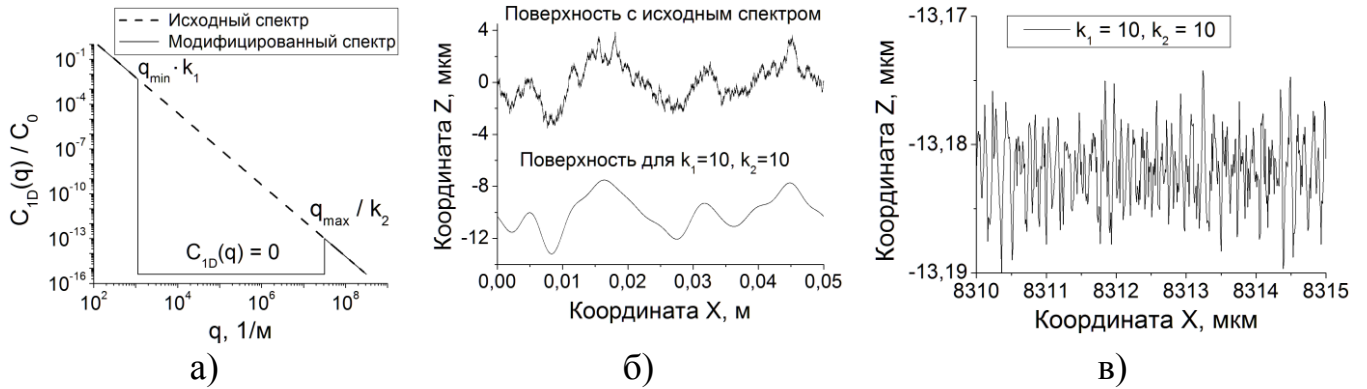


Рисунок 6 – Нормированная спектральная плотность профиля шероховатой поверхности. Штриховая линия – исходный спектр фрактального профиля, сплошная линия – спектр с удаленной средней частью (а). Профили шероховатых поверхностей, сгенерированные на основе исходного «фрактального» спектра и спектра с удаленным средним участком (б). Увеличенный фрагмент поверхности, построенной на основе спектра с удаленным средним участком (в).

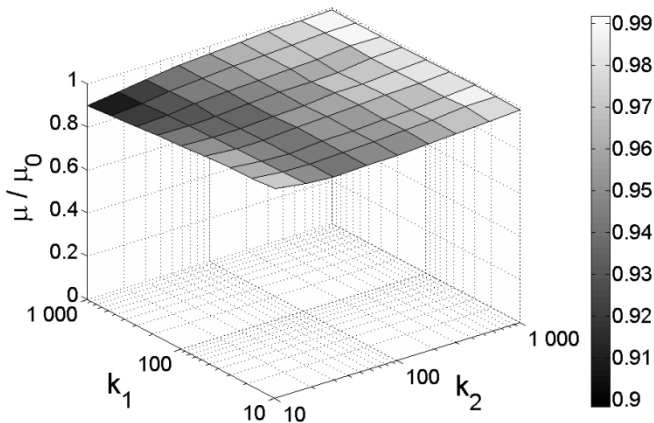


Рисунок 7 – Зависимость коэффициента трения от значений параметров  $k_1$  и  $k_2$  для шероховатой поверхности с показателем Херста  $H = 0,5$ .

Детальный анализ поверхности, приведенной на рисунке 7, показывает, что различие величины коэффициента трения для поверхности с исходным спектром и поверхностей, сгенерированных на основе спектра с удаленным средним участком, не превышает 10%. Заметим, что по мере увеличения показателя Херста и приближения его значения к единице чувствительность коэффициента трения к значениям параметров  $k_1$  и  $k_2$  возрастает. Данный факт обусловлен тем, что при  $H = 1$  оценка среднеквадратичного градиента (7)

логарифмически расходится на верхнем и нижнем пределах интегрирования. Только в этом случае коэффициент трения действительно зависит от всего спектра профиля поверхности, соответственно, процесс трения является многомасштабным.

Изучено влияние фрикционного разогрева на коэффициент трения между материалом Кельвина и жестким контртелом при стационарном скольжении для уединенной конической шероховатости («one-asperity model»). При этом вязкость полагалась зависящей от температуры по закону Аррениуса:

$$\eta(T) \approx A_0 \exp\left(-\frac{U_0}{k_b T_0} - \frac{U_0}{k_b T_0^2} \Delta T\right) = \eta_0 \exp(-\alpha_T \Delta T), \quad (17)$$

где  $A_0$  – предэкспонентный множитель;  $U_0$  – некоторая энергия активации;  $k_b$  – постоянная Больцмана;  $\eta_0$  – вязкость материала при температуре  $T_0$ ;  $\alpha_T$  – константа, характеризующая влияние температуры на эффективную вязкость материала. Для конического индентора вертикальная составляющая скорости перемещения элементов в контакте с индентором равна  $\dot{i}_z = \pm cV_x$ . Это означает, что

изменение температуры элементов  $\Delta T$  постоянно во всей области контакта. Соответственно, в рамках МРР можно записать нелинейное уравнение, описывающее величину разогрева  $\Delta T$  материала в области контакта с учетом зависимости эффективной вязкости от температуры:

$$\Delta T = \frac{2\eta_0 c^2 V_x^2}{\kappa} \exp(-\alpha_T \Delta T), \quad (18)$$

где  $c$  – тангенс угла при вершине индентора;  $\kappa$  – теплопроводность. Поскольку для конического индентора температура во всей области контакта одинакова, вязкость также остается постоянной. Введя обозначения

$$\xi = \alpha_T \Delta T, \quad \phi = 2\alpha_T \eta_0 c^2 V_x^2 / \kappa, \quad (19)$$

выражение (18) может быть переписано в следующем виде:

$$\xi = \phi e^{-\xi}. \quad (20)$$

Тогда выражение для коэффициента трения материала имеет вид:

$$\mu = \mu(\tilde{\psi}) = \begin{cases} c \left[ 2^{3/2} \tilde{\psi} \sqrt{1 - \tilde{\psi}^2} - \tilde{\psi}^2 \right], & \tilde{\psi}^2 < 1/3 \\ c, & \tilde{\psi}^2 > 1/3 \end{cases}, \quad (21)$$

где параметр  $\tilde{\psi}$  определяется в соответствии с выражением:

$$\tilde{\psi}^2 = \frac{2c V_x^2 \eta_0^2}{GF_N} \exp(-2\xi(\phi)), \quad (22)$$

где  $\xi(\phi)$  есть решение нелинейного уравнения (20). Величина  $\phi$ , определенная в (22), может быть выражена через параметр  $\psi$ :

$$\psi = V_x \eta_0 \sqrt{2c / (GF_N)}, \quad \zeta = \alpha_T c GF_N / (\kappa \eta_0). \quad (23)$$

В обозначениях (23) уравнение (22) может быть записано в виде:

$$\tilde{\psi}^2 = \psi^2 \exp(-2\xi(\psi^2 \zeta)). \quad (24)$$

В соответствии с выражением (21), коэффициент трения определяется только параметром  $\tilde{\psi}$ . Переменная  $\zeta$ , входящая в выражение (24), зависит от нормальной силы и не зависит от скорости скольжения, в то время как величина параметра  $\psi$  пропорциональна скорости скольжения. Таким образом, параметр  $\psi$  характеризует нормированную скорость скольжения. Выражение (24) демонстрирует, что для любого  $\zeta$  значения параметра  $\tilde{\psi}$  и, соответственно, коэффициента трения определяются только величиной нормированной скорости  $\psi$ . Рост температуры при высоких скоростях скольжения приводит к снижению коэффициента трения, при этом для больших  $\zeta$  зависимость  $\tilde{\psi}(\psi)$  достигает только очень малых значений. Соответственно, выражение (21) для коэффициента трения для больших  $\zeta$  может быть преобразовано в упрощенную форму (исходя из предположения, что  $\mu / c \approx 2^{2/3} \tilde{\psi}$ ):

$$\frac{\mu}{c} \approx 2^{3/2} \psi \exp(-\xi(\psi^2 \zeta)) = 4V_x \eta_0 \sqrt{\frac{c}{GF_N}} \exp\left(-\xi\left(\frac{2\alpha_T \eta_0 c^2 V_x^2}{\kappa}\right)\right). \quad (25)$$

В выражении (25) вязкость содержится в качестве множителя и под экспонентой. Соответственно, зависимость логарифма коэффициента трения от

логарифма скорости скольжения для различных значений вязкости (соответствующих различным температурам в зоне контакта) будет, сохраняя свою форму, смещаться по горизонтальной и вертикальной осям (см. рисунок 8). Видно, что данные зависимости могут быть сведены к «единой кривой» с использованием смещающих множителей по двум осям координат.

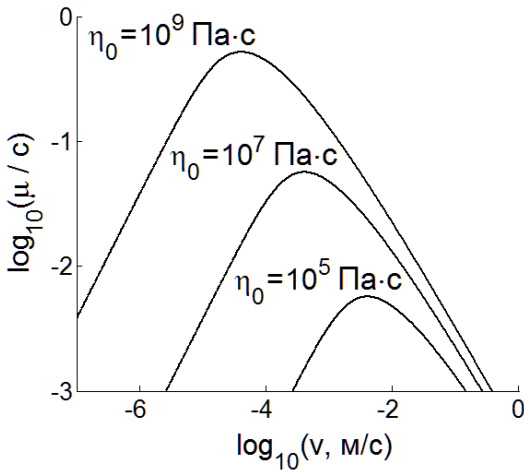


Рисунок 8 – Зависимости логарифма коэффициента трения от логарифма скорости скольжения для различных значений вязкости  $\eta_0$ , соответствующих различным температурам в зоне контакта.

Сказанное демонстрирует, что известная процедура построения «единой кривой» («master curve») может применяться в данном случае только при введении смещающих множителей как вдоль горизонтальной, так и вдоль вертикальной осей, в отличие от традиционного подхода, предложенного К.А. Грошем. Заметим, что указанное обобщение процедуры построения «единой кривой» необходимо для материалов с сильной зависимостью вязкости от температуры или в высоконагруженных системах с сильным тепловыделением.

В рамках МРР проведено теоретическое изучение износа в режиме малых осцилляций (фреттинг) и в режиме продолжительного скольжения (gross-slip). Для описания износа использовано соотношение, предложенное Дж.Ф. Арчардом и основанное на предположении о прямой пропорциональности между скоростью износа и работой сил трения. В локальной форме данное соотношение может быть записано следующим образом:

$$\Delta I(r) = \frac{k_{wear}}{\sigma_0} \tau(r) (\Delta u_x^{(0)} - \Delta u_x^{(3D)}(r)), \quad (26)$$

где  $\Delta I(r)$  – локальное изменение трехмерного профиля  $I(r)$ ;  $r$  – полярный радиус в плоскости контакта;  $u_x^{(0)}$  – относительное тангенциальное перемещение;  $u_x^{(3D)}(r)$  – относительное тангенциальное перемещение за счет упругой деформации среды;  $\tau(r)$  – касательное напряжение в плоскости контакта;  $\sigma_0$  – твердость материала;  $k_{wear}$  – эмпирический безразмерный коэффициент износа;  $\Delta$  означает приращение соответствующей величины за один шаг пространственного перемещения.

Верификация построенной модели проводилась совместно с научной группой М. Ciavarella путем сравнения распределений нормальных давлений, а также зависимостей радиуса контакта от длины пути скольжения в режиме gross-slip, полученных в МРР и при моделировании износа методом конечных элементов (МКЭ) в трехмерной постановке задачи. С использованием МКЭ моделировался износ трехмерной сферы при ее трении о плоскую жесткую поверхность с заданным коэффициентом трения в программном пакете ANSYS. Получены распределения давлений в области контакта и зависимости радиуса контакта для различных значений пройденного пути скольжения (см. рисунок 9).

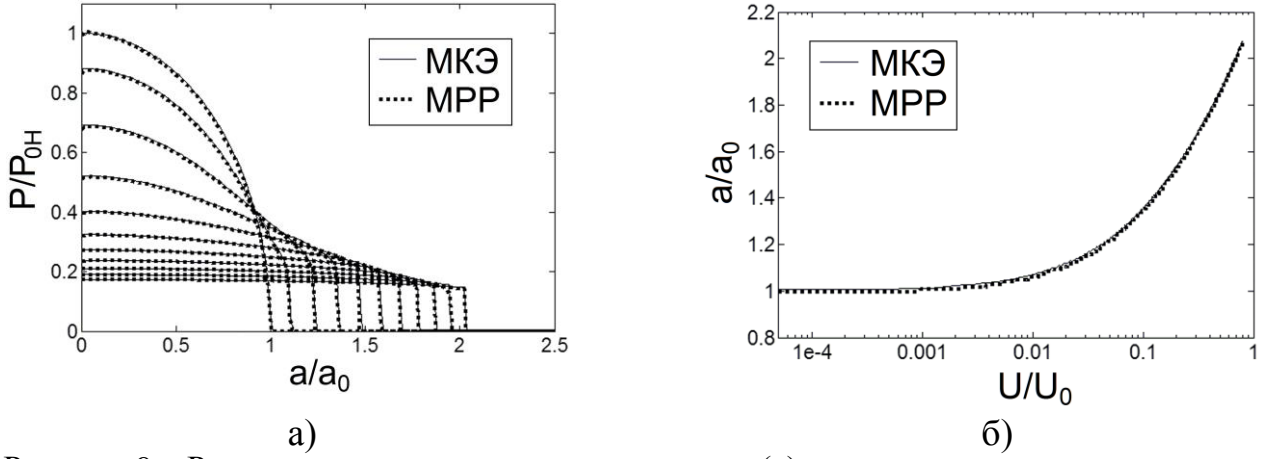


Рисунок 9 – Распределения нормального давления (а) и зависимости радиуса контакта от нормированной длины пути скольжения (б), полученные в построенной одномерной модели и в трехмерной конечно-элементной модели.

Как видно из рисунка 9а, распределения давлений в области контакта, полученные в рамках МРР и МКЭ, совпадают (давления нормированы на величину исходного давления в центре области контакта  $P_{0H}$ ). Также совпадают и зависимости радиуса контакта  $a$  (отнесенного к начальному радиусу контакта  $a_0$ ) от длины пути скольжения  $U$  (рисунок 9б). Здесь  $U_0$  – длина пути скольжения, необходимая для достижения глубины износа, сравнимой с начальной глубиной вдавливания индентора в упругое основание  $d_0$ :

$$U_0 = \frac{\pi \sigma_0 a_0^2 d_0}{k_{wear} \mu F_N}. \quad (27)$$

Для износа с постоянной глубиной вдавливания возможно получение аналитической оценки профиля изношенного индентора в режиме «shakedown» (предельный износ). Указанная аналитическая оценка, полученная В.Л. Поповым, имеет следующий вид:

$$\tilde{I}_\infty(\tilde{r}) = \begin{cases} \tilde{r}^2 / 2R, & 0 < \tilde{r} < \tilde{c} \\ 1 - \frac{2}{\pi} \left( 1 - \frac{\tilde{r}^2}{2} \right) \arcsin \frac{\tilde{c}}{\tilde{r}} - \frac{\tilde{r}\tilde{c}}{\pi} \sqrt{1 - \left( \frac{\tilde{c}}{\tilde{r}} \right)^2}, & \tilde{c} < \tilde{r} < \tilde{a} \end{cases}, \quad (28)$$

где  $\tilde{I} = I/d_0$ ;  $\tilde{r} = r/a_0$ ;  $\tilde{c} = c/a_0$ ;  $\tilde{a} = a/a_0$ ;  $a_0$  – начальное значение радиуса контакта;  $c$  – радиус «зоны схватывания», определяемый следующим образом:

$$c = \sqrt{R \left( d_0 - \frac{G^*}{E^*} \frac{u_x^{(0)}}{\mu} \right)}. \quad (29)$$

Радиус контакта и, соответственно, радиус изношенной области могут быть определены из условия  $\tilde{I}_\infty(\tilde{a}) = \tilde{I}_0(\tilde{a})$ :

$$1 - \frac{2}{\pi} \left( 1 - \frac{\tilde{a}^2}{2} \right) \arcsin \frac{\tilde{c}}{\tilde{a}} - \frac{\tilde{a}\tilde{c}}{\pi} \sqrt{1 - \left( \frac{\tilde{c}}{\tilde{a}} \right)^2} = \frac{\tilde{a}^2}{2}. \quad (30)$$

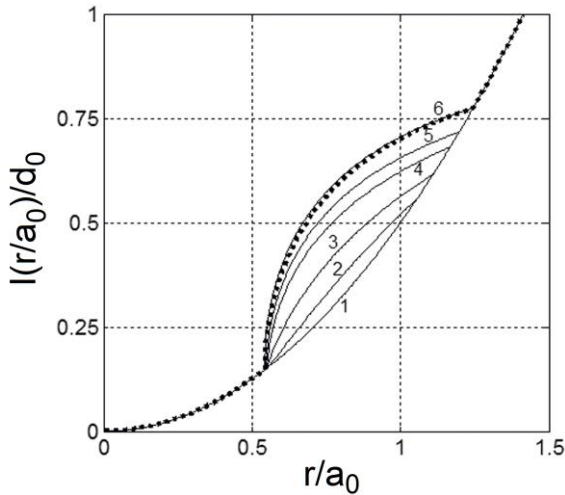


Рисунок 10 – Эволюция трехмерного профиля параболического индентора при износе с постоянной глубиной вдавливания. Кривая 1 соответствует начальному профилю, кривая 6 – профилю при предельном износе. Точками показана аналитическая оценка (28).

аналитической оценкой. Развитый метод допускает моделирование износа профилей сложной формы, что актуально для изучения эволюции профилей предварительно изношенных деталей.

**Во второй главе** развит подход к теоретическому описанию механического отклика и разрушения пористых проницаемых материалов и сред, насыщенных жидкостью или газом. Данный подход, основанный на совмещении метода дискретных элементов и метода сеток, получил название метода гибридных клеточных автоматов (ГКА). В рамках метода ГКА моделируемая среда рассматривается как суперпозиция двух слоев, один из которых образован дискретными элементами, а другой – конечно-разностной сеткой (рисунок 11).

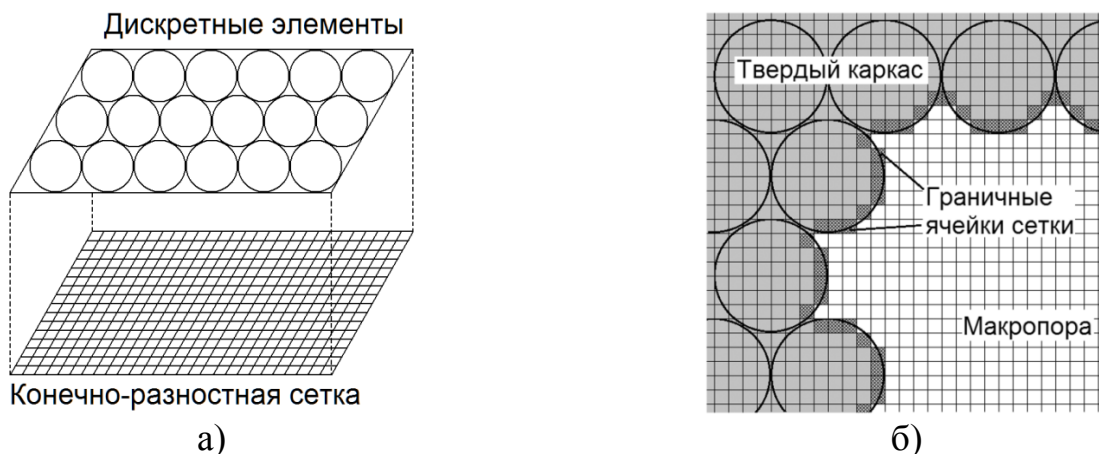


Рисунок 11 – Слои, образованные дискретными элементами (подвижными клеточными автоматами) и конечно-разностной сеткой (а); ячейки сетки на границе твердого каркаса и макропоры (б).

Временной шаг в построенной модели разбивается на несколько «подшагов»: 1) «механический подшаг», на котором решается задача моделирования деформации и разрушения твердого каркаса; 2) «фильтрационный подшаг», на котором

При сравнении результатов численного моделирования с аналитической оценкой (28) исходный трехмерный профиль индентора описывался выражением  $I_0(r) = r^2 / (2R)$ , где  $R$  – радиус кривизны. Исходный радиус контакта индентора с основанием есть  $a_0 = \sqrt{d_0 R}$ . Амплитуда тангенциальных осцилляций подбиралась таким образом, чтобы радиус области контакта без проскальзывания был равен  $c = 0,4a_0$ . Эволюция профиля параболического индентора при износе с постоянной глубиной вдавливания показана на рисунке 10. Как видно из рисунка 10, профиль параболического индентора при предельном износе, полученный с использованием МРР, хорошо согласуется с

осуществляется решение задачи о переносе флюида в фильтрационном объеме твердого каркаса; 3) «сеточный подшаг», на котором рассчитывается массоперенос флюида между макроскопическими полостями (макропорами) и фильтрационным объемом.

В основу описания механического отклика твердого каркаса положены модель дилатансионной пластичности Николаевского и модель пороупругости Био, устанавливающая связь между напряженно-деформированным состоянием твердого пористого каркаса, давлением флюида (под которым понимается жидкость или газ в поровом объеме) и деформациями пор. Задача фильтрационного переноса флюида в трещинно-поровом пространстве твердого каркаса решается на слое дискретных элементов. В свою очередь, задача массопереноса флюида между твердым каркасом и внешней средой (макроскопическими порами и полостями) решается на сеточном слое.

Верификация развитой модели переноса газообразных компонентов контрастной среды в твердофазном каркасе проводилась путем моделирования установления стационарного режима фильтрации газа в плоскопараллельном пористом пласте (рисунок 12).

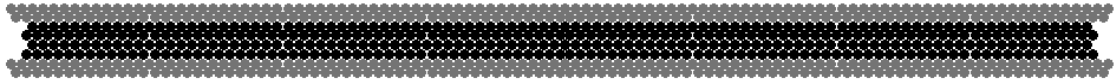


Рисунок 12 – Структура пласта, моделируемая набором дискретных элементов.

В случае идеального газа установившееся распределение давления газа по длине пласта описывается следующим аналитическим выражением:

$$P(x) = \sqrt{P_1^2 - \frac{P_1^2 - P_2^2}{L} x}, \quad (31)$$

где  $P_1$  – постоянное давление на левой границе пласта (в толще массива);  $P_2$  – постоянное давление на правой границе (на галерее);  $L$  – длина моделируемого участка пласта;  $x$  – координата в направлении простирания пласта. Отметим, что данное решение получено в приближении фильтрации только в направлении простирания пласта (что эквивалентно непроницаемым верхней и нижней обкладкам слоя, приведенного на рисунке 12).

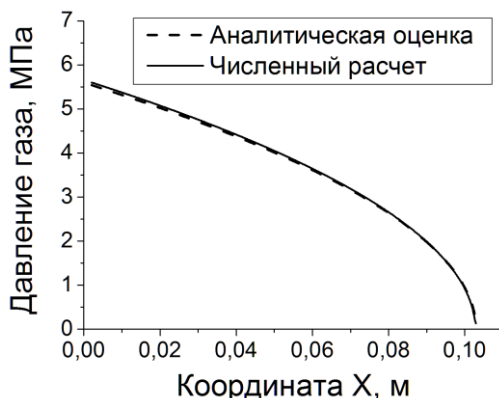


Рисунок 13 – Распределение давления газа по простиранию пласта.

На рисунке 13 представлены стационарное распределение давления, полученное в численном расчете, и соответствующая аналитическая оценка (31). Видно хорошее согласие численных результатов с аналитическим решением, что свидетельствует о корректности реализованной модели фильтрации газа.

Верификация построенной модели фильтрации жидкости проводилась на основе следующих тестов: 1) просачивание жидкости через тонкий слой и 2) выдавливание жидкости из образца при быстром одноосном нагружении (без разрушения). Моделировалось просачивание жидкости через тонкий слой пористого материала длиной  $L = 0.94$  м и шириной

$W_s = 0.0035$  м. Применялись следующие начальные и граничные условия по давлению:

$$P(x=0) = 0,43 \text{ МПа}; P(x=L) = 0; P(t=0) = 0. \quad (32)$$

Исходная пористость образца составляла  $\phi = 0,1$ , поры образца считались полностью заполненными жидкостью. Схема моделируемого образца аналогична приведенной на рисунке 12. Полагая жидкость слабосжимаемой и пренебрегая деформацией пор под воздействием жидкости, распределение давления в узком слое можно аппроксимировать следующим рядом [Лейбензон, Л.С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. – М.-Л.: Гос. изд-во технико-теоретич. лит-ры, 1947. – 244 с.]:

$$P(x,t) = P(x=0) \cdot (1 - x/L) + \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p \exp\left(-\left(\frac{p\pi}{L}\right)^2 \frac{kK_{fl}t}{\phi\eta_{fl}}\right) \cdot \frac{\sin(p\pi x/L)}{p\pi}, \quad (33)$$

где  $K_{fl}$  – модуль всестороннего сжатия жидкости;  $\eta_{fl}$  – вязкость жидкости;  $k = \phi d_{ch}^2$  – проницаемость материала,  $d_{ch}$  – характерный диаметр фильтрационных каналов, которые контролируют скорость движения флюида в среде.

С целью выяснения адекватности модели и изучения влияния явного учета пороупругости на распределение давления в образце было проведено моделирование фильтрации жидкости в описанной выше постановке с постоянной пористостью, не зависящей от давления жидкости и напряженного состояния материала ( $\phi = const$ ), и с пористостью, зависящей от давления флюида. В обоих случаях результаты, получаемые в численных расчетах, отличались от аналитической оценки (33) для профилей давления не более чем на 10% (рисунок 14а).

Как видно из рисунка 14б, учет пороупругости даже при относительно невысоких давлениях приводит к некоторому снижению порового давления, по сравнению с моделью, в которой пороупругость не учитывается. Данные результаты демонстрируют необходимость учета пороупругости, особенно при расчетах полей давления в образцах, испытывающих высокие механические нагрузки либо нагружаемых при высоких значениях порового давления жидкости.



Рисунок 14 – Зависимости порового давления по протяженности образца в различные моменты времени: постоянная пористость (а); пористость, зависящая от давления (б). Исходное давление жидкости в порах полагалось равным атмосферному.

Как следует из использованных в работе положений теории пороупругости, механический отклик пористого водонасыщенного образца определяется следующими факторами: 1) упругим модулем твердого каркаса; 2) наличием жидкости в порах и ее модулем всестороннего сжатия; 3) фильтрацией жидкости из твердого каркаса во внешнюю среду. Последний фактор приводит к снижению порового давления жидкости и, соответственно, уменьшению силы реакции, действующей на обкладки со стороны образца при его сжатии.

Для верификации изложенного выше предположения было проведено моделирование быстрого одноосного деформирования пористого водонасыщенного образца (см. рисунок 12) до некоторой заданной величины деформации с дальнейшей фиксацией образца в деформированном состоянии. Под быстрым деформированием подразумевается нагружение образца до заданной величины деформации за время, значительно меньшее характерного времени фильтрации жидкости через поперечное сечение образца. Как было отмечено выше, после окончания нагружения образца с постоянной скоростью давление на обкладки начинает снижаться (рисунок 15).

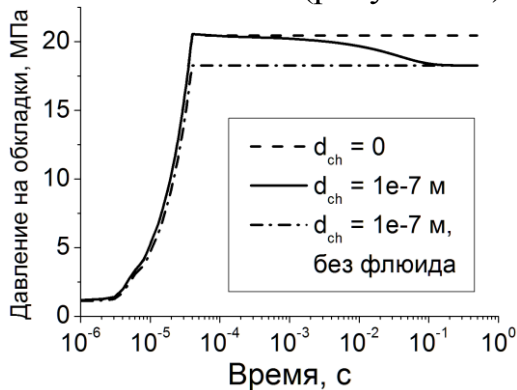


Рисунок 15 – Зависимости давления на обкладки образцов от времени. Исходное давление жидкости в порах водонасыщенных образцов равно атмосферному.

имитирует отсутствие фильтрационного переноса жидкости между порами и ее выдавливания во внешнюю среду), и образца, в порах которого жидкость отсутствовала. Как видно из рисунка 15, все предположения о характере зависимости силы реакции деформированного образца от времени полностью подтвердились. Результаты тестирования демонстрируют перспективность применения построенной модели флюидонасыщенной пористой среды для решения сложных задач изучения механического отклика и прочности образцов флюидонасыщенных материалов.

**Третья глава** посвящена применению рассмотренной во второй главе гибридной модели для изучения влияния флюида (жидкого либо газообразного) в поровом пространстве образцов на их прочностные свойства. Известно, что хрупкие материалы, включая большинство горных пород, характеризуются низкими значениями прочности на растяжение  $\sigma_t$  при достаточно высоких значениях прочности на сжатие  $\sigma_c$ . Отношение  $\sigma_c/\sigma_t$  определяется особенностями гетерогенной структуры материала, в том числе иерархией исходных повреждений.

Пренебрегая зависимостью пористости от давления, можно считать, что указанное снижение давления на обкладки происходит по экспоненциальному закону. Начальное значение давления соответствует давлению, создаваемому деформированным непроницаемым водонасыщенным образцом, а конечное значение – давлению, создаваемому на обкладки таким же образцом при отсутствии жидкости в поровом объеме. Исходя из указанных предположений, проведено моделирование одноосного сжатия водонасыщенного образца с  $d_{ch} = 0$  (что

С увеличением концентрации «крупных» дефектов и повреждений (размер которых много больше характерного размера пор и каналов, определяющих проницаемость) величина прочности материала на растяжение снижается быстрее величины прочности на сжатие. Это связано с различиями в функционировании повреждений типа плоских трещин в условиях растяжения (разрыв) и сжатия (сухое/вязкое трение сжатых поверхностей повреждения).

Представляет интерес анализ влияния порового давления газа на прочность материалов, характеризующихся различным отношением  $\lambda_c = \sigma_c / \sigma_t$ . Проведено моделирование одноосного сжатия образцов хрупкого проницаемого материала, насыщенного газом или жидкостью, в плоско-напряженном состоянии (рисунок 16).



Рисунок 16 – Схема моделируемого образца.

Результаты моделирования показали, что в условиях одноосного сжатия образцы демонстрируют хрупкий отклик, разрушение происходит путем формирования одной или нескольких диагональных трещин. С увеличением начального порового давления газа прочность образцов снижается по линейному закону (рисунок 17а) в соответствии с критерием разрушения Друккера-Прагера. По мере роста отношения прочностей материала на сжатие и растяжение  $\sigma_c / \sigma_t$  влияние порового давления газа на прочность образца усиливается (рисунок 17а). Применяемый в рамках изложенной модели модифицированный критерий Друккера–Прагера может быть записан в следующей форме:

$$\sigma_{DP} = 0,5(\lambda_c + 1)\sigma_{\text{int}} + 1,5(\lambda_c - 1)(K\varepsilon_{\text{mean}} + bP_{\text{gas}}), \quad (34)$$

где  $\sigma_{\text{int}}$  – интенсивность напряжений;  $K$  – модуль все-стороннего сжатия материала;  $\varepsilon_{\text{mean}}$  – объемная деформация;

$P_{\text{gas}}$  – давление со стороны газа на твердый каркас;  $b$  – безразмерный параметр, учитывающий геометрию пор. В данных расчетах  $b = \phi$ .

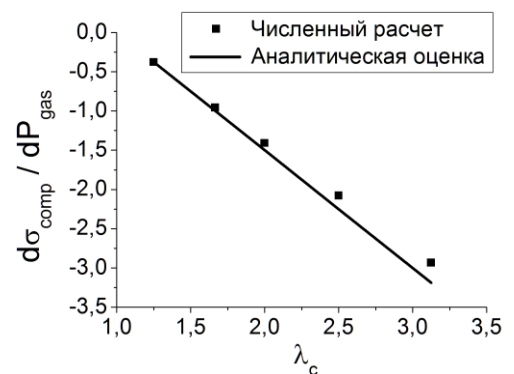
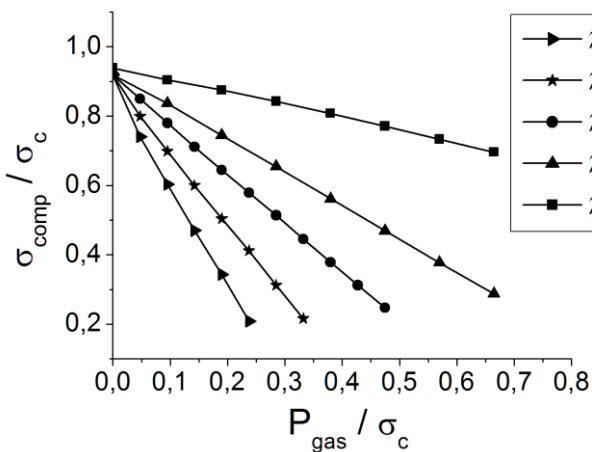


Рисунок 17 – Зависимости прочности образца модельного упруго-хрупкого материала от давления газа в порах (а); зависимость угла наклона прямых на рисунке 17а от соотношения прочностей на сжатие и растяжение (б).

Пренебрегая вкладом давления газа  $P_{gas}$  в величину  $\sigma_{yy}$  и влиянием объемной деформации на величину  $P_{gas}$ , можно записать следующую оценку, связывающую значение критерия Друккера-Прагера со значением порового давления газа:

$$\frac{d\sigma_{DP}}{dP_{gas}} = 1,5(\lambda_c - 1) \frac{d}{dP_{gas}} (K\varepsilon_{kk} + bP_{gas}) = 1,5b(\lambda_c - 1). \quad (35)$$

Выражение (35) позволяет оценить скорость снижения прочности образцов с увеличением порового давления газа. На рисунке 17б приведены значения тангенса угла наклона зависимости прочности образцов от отношения  $\lambda_c = \sigma_c / \sigma_t$ , полученные путем численного моделирования, а также вычисленные при помощи выражения (35). Из рисунка 17б видно, что результаты численного моделирования находятся в хорошем согласии с аналитической оценкой (35). Имеющиеся различия обусловлены неоднородностью распределения напряжений в углах образца вблизи матрицы и пуансона.

Изучено влияние жидкости в поровом объеме упруго-хрупких проницаемых образцов на их прочность при одноосном сжатии. Показано, что прочность таких образцов определяется конкуренцией двух процессов – ростом порового давления жидкости по мере сжатия образцов и снижением давления за счет истечения жидкости через свободные границы. При учете влияния порового давления на прочность образцов рассматривались следующие гипотезы о распределении микропор в твердофазном каркасе.

1. Микропоры распределены однородно, размер их много меньше характерного размера повреждений, формирующихся в процессе разрушения. В таком случае возникновение повреждений жестко не привязано к местам расположения микропор и связано с наличием в твердом каркасе других дефектов большего (в сравнении с микропорами) масштаба. Влияние порового давления на прочность каркаса определяется величиной пористости и учитывается посредством следующего определения коэффициента:  $b = \phi$ .

2. Микропоры распределены неоднородно, повреждения в материале формируются путем соединения трещиной нескольких микропор. В этом случае влияние порового давления на прочность каркаса существенно выше, чем в предыдущем:  $b = 1$ .

Анализ полученных зависимостей прочности образцов от проницаемости, размера образцов, скорости нагружения и упругих модулей твердого каркаса показал возможность сведения их на единую кривую зависимости прочности от параметра

$$A_{fluid} = \eta_{fl} \frac{W^2 \phi}{4k} \dot{\varepsilon}_{yy}, \quad (36)$$

характеризующего отношение скоростей фильтрации и роста порового давления при сжатии образцов (см. рисунок 18).

Величина параметра  $b$ , определяющего вклад порового давления в критерий разрушения, оказывает значительное влияние на прочность флюидонасыщенных образцов. Так, в случае использования приближения однородного распределения микропор ( $b = \phi$ ) в твердом каркасе вклад порового давления оказывается относительно слабым (максимальное снижение прочности образцов не превышает 20%).

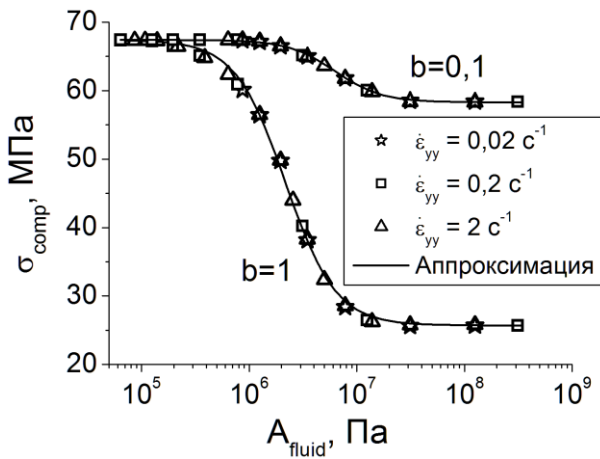


Рисунок 18 – Зависимости прочности водонасыщенных образцов от значения параметра (36) при различных значениях скоростей нагружения и параметра  $b$ .

прочности водонасыщенных образцов при одноосном сжатии предложена логистическая функция следующего вида:

$$\sigma_{comp} = \sigma_c^{\min} + \frac{\sigma_c^0 - \sigma_c^{\min}}{1 + (A_{fluid} C_{solid} / C_0)^p}, \quad (37)$$

где  $\sigma_c^0$  – прочность образца при одноосном сжатии в отсутствие жидкости в поровом пространстве;  $\sigma_c^{\min}$  – прочность водонасыщенного образца в условиях «запирания» жидкости в порах (то есть при отсутствии фильтрационного движения жидкости в твердом каркасе);  $C_{solid} = \frac{E}{\sigma_c} \sqrt{\frac{\alpha}{K\phi^{2/3}}}$  – параметр, определяющий изменение порового давления за счет деформации пор в твердом каркасе;  $\alpha = 1 - K / K_s$ ;  $K_s$  – объемный модуль упругости беспористых зерен твердого каркаса;  $p \approx 1,8 + 0,1b$  – показатель степени;  $C_0$  – нормирующий множитель (см. рисунок 19).

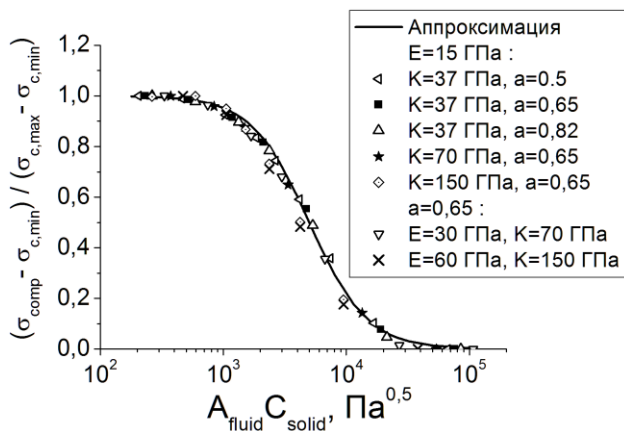


Рисунок 19 – Обобщенная зависимость прочности водонасыщенных образцов (37) для различных значений упругих свойств пористого каркаса ( $\dot{\epsilon} = 2 \text{ c}^{-1}$ ,  $b = 0,1$ ).

В рамках второго приближения ( $b=1$ ) прочность водонасыщенных образцов при низких значениях проницаемости (определяемой диаметром фильтрационного канала) может снижаться в несколько раз (см. рисунок 18).

Процессы, протекание которых определяется конкуренцией некоторых факторов или явлений (например, рост биологических популяций) зачастую описываются логистической функцией. Основываясь на изложенном выше предположении об определяющей роли конкуренции процессов роста порового давления и оттока жидкости из образца, для аппроксимации зависимостей

Величина  $\sigma_c^{\min}$  для плоско-напряженного состояния может быть оценена следующим образом:

$$\sigma_{c,\min}^{ПНС} = \sigma_c^0 / \left[ 1 + \frac{(\lambda_c - 1)bK_{fl}}{2(K_p - \alpha K_{fl})} \right], \quad (38)$$

где  $K_p = \phi K / \alpha$ .

Исследованы особенности механического отклика пористых проницаемых упруго-пластических сред, насыщенных жидкостью, в условиях стесненного сдвига. Рассматривалось сдвиговое нагружение протяженного фрагмента материала в горизонтальной

плоскости в условиях внешней сжимающей нагрузки (рисунок 20а). Диаграммы одноосного сжатия образцов упругого и упруго-пластического материалов приведены на рисунке 20б. Проницаемости блоков и интерфейса считались одинаковыми, поровый объем был заполнен водой при начальном нулевом (атмосферном) давлении. Сверху и снизу образец ограничен тонкими слоями материала (обкладками), к которым прикладывается внешняя нагрузка. В горизонтальном направлении действуют периодические граничные условия. Толщина образца (расстояние между обкладками) равна  $L$ . Толщина интерфейса равна  $L_0$ . Прочность границы раздела, как правило, значительно ниже прочности окружающих ее блоков. Исходя из этого, в построенной модели материал упругих блоков полагался неразрушаемым. Значения прочностей на сжатие и растяжение для упруго-пластического интерфейса составляли  $\sigma_c = 70$  МПа и  $\sigma_t = 23,3$  МПа соответственно.

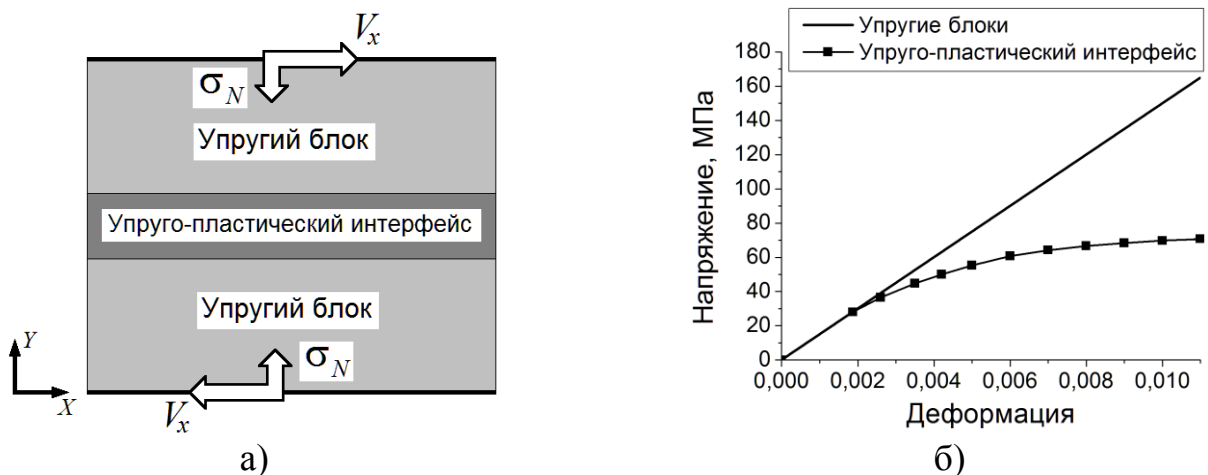


Рисунок 20 – Схема нагружения образца пористого водонасыщенного материала (а); диаграммы одноосного сжатия материала упругих блоков и интерфейса (б).

Описанная система может быть интерпретирована как упрощенная модель границы раздела (например, частично залеченной трещины) между блоками геологической среды. В такой системе действуют сжимающие напряжения, обусловленные давлением вышележащих слоев породы, а также сдвиговые напряжения. С целью воспроизведения указанных условий нагружение образцов проводилось в два этапа: 1) начальная пригрузка образцов и достижение стационарного распределения давления по образцу (иными словами, выдержка образца до затухания в нем упругих волн); 2) сдвиговое нагружение образца в горизонтальной плоскости с постоянной скоростью  $V_x$  до разрушения, на обкладках вертикальная составляющая скорости и проницаемость полагались равными нулю.

Установлено, что сдвиговая прочность интерфейса увеличивается с ростом сжимающих напряжений, что обусловлено увеличением степени стеснения материала интерфейса. В связи с тем, что дилатансия упруго-пластического интерфейса приводит к возрастанию среднего напряжения в образце, здесь и далее под нормальной нагрузкой  $\sigma_N$  понимается значение нагрузки, приложенной к образцу до начала сдвигового нагружения. Представленные далее результаты получены в диапазоне значений нормальных нагрузок, при которых разрушение упруго-пластического интерфейса происходит после достижения им предела упругости (то есть в условиях пластического деформирования).

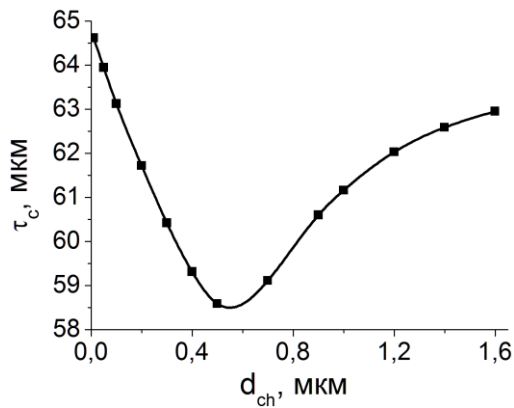


Рисунок 21 – Типичная зависимость сдвиговой прочности интерфейса от характерного диаметра фильтрационного канала.

При малых значениях проницаемости давление жидкости в упруго-пластическом интерфейсе быстро снижается до нуля в результате увеличения порового объема при дилатансии (см. рисунок 22а). Под влиянием градиента порового давления в упругих блоках и в интерфейсе возникает отток жидкости из порового объема упругих блоков в упруго-пластический интерфейс, что сопровождается падением давления жидкости в блоках. В результате уменьшается сжатие упруго-пластического интерфейса, что приводит к снижению его прочности по экспоненциальному закону.

При больших значениях проницаемости давление жидкости в упруго-пластическом интерфейсе поддерживается ненулевым за счет ее быстрого притока из порового объема упругих блоков (см. рисунок 22б). Ненулевое давление жидкости в интерфейсе снижает эффективный предел упругости материала и тем самым способствует увеличению скорости неупругой составляющей сдвиговой деформации. Соответственно, возрастает скорость дилатансии интерфейса и его сдвиговая прочность вследствие увеличения сжатия.

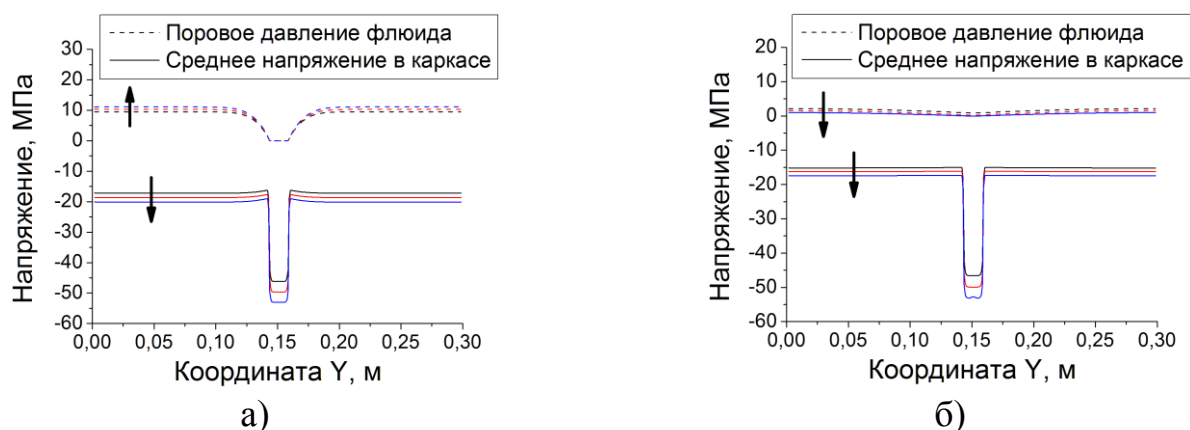


Рисунок 22 – Распределения среднего напряжения и порового давления жидкости по высоте образца незадолго до разрушения при различных значениях характерного диаметра фильтрационного канала:  $d_{ch} = 5e-8$  м (а);  $d_{ch} = 1,4e-6$  м (б).  $\sigma_N = 41,7$  МПа,  $\dot{\epsilon}_{xy} = 0,083$  с<sup>-1</sup>,  $L_0 / L = 0,052$ . Стрелками показано направление течения времени (направление роста сдвиговой деформации).

Совокупное влияние процессов фильтрации и дилатансии приводит к немонотонному характеру зависимости  $\tau_c(d_{ch})$  и, в частности, возникновению минимального значения сдвиговой прочности, при котором скорость фильтрации еще мала для поддержания ненулевого давления жидкости по всему сечению упруго-пластического интерфейса и в то же время достаточна для снижения давления жидкости в поровом объеме упругих блоков.

Таким образом, поведение системы, в смысле зависимости ее прочностных свойств от параметров нагружения и проницаемости материала, определяется совместным действием нескольких процессов. К ним относятся: 1) рост (по модулю) среднего напряжения в системе; 2) увеличение объема пор в интерфейсе, сопровождающееся снижением порового давления; 3) перенос жидкости в фильтрационном объеме упругих блоков и межблокового упруго-пластического интерфейса и связанное с ним перераспределение порового давления жидкости.

Описанные результаты демонстрируют существенное влияние скорости перераспределения порового флюида в материале на его прочность при стесненном сдвиге. Данный эффект имеет место вследствие дилатансии материала и увеличения объема пор в интерфейсе при его неупругом деформировании. Полученные результаты находятся в согласии с представлениями, сформулированными на основе экспериментального изучения прочностных свойств водонасыщенных упруго-пластических сред.

Основываясь на результатах, полученных при изучении механического отклика водонасыщенных образцов на одноосное сжатие, был предложен управляющий параметр, имеющий размерность напряжения:

$$A_{xy} = \eta_{fl} \frac{L^2 \phi}{4k} \dot{\epsilon}_{xy}, \quad (39)$$

где  $\dot{\epsilon}_{xy} = V_x / L$  – скорость сдвиговой деформации. Семейства зависимостей сдвиговой прочности, полученные для некоторого заданного значения нормальной сжимающей силы и ширины упруго-пластического интерфейса, могут быть сведены на единую кривую зависимости прочности от безразмерного параметра (39), как показано на рисунке 23.

Сформулированные предположения об определяющем влиянии процессов дилатансии и массопереноса жидкости в совокупности с результатами численных экспериментов позволяют предложить следующий вид аналитической зависимости, обобщающей полученные данные о зависимости сдвиговой прочности от проницаемости и параметров нагружения:

$$\tau_c = \sigma_0 + \sigma_1 \exp(-c_1 A_{xy}) + \frac{\sigma_2}{1 + (c_2 A_{xy})^{-p}}, \quad (40)$$

где значение  $(\sigma_0 + \sigma_1)$  – прочность обводненного образца в условиях отсутствия градиента порового давления;  $(\sigma_0 + \sigma_2)$  – прочность непроницаемого обводненного образца;  $p$  – показатель степени; параметры  $c_1$  и  $c_2$  характеризуют скорость изменения экспоненциальной и сигмоидальной ветвей зависимости (40).

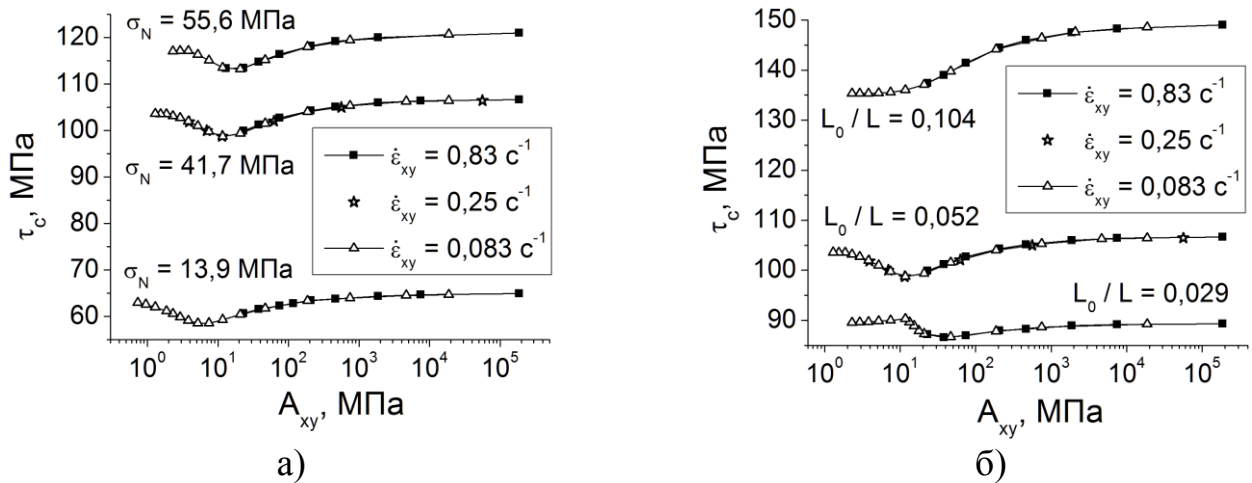


Рисунок 23 – Зависимости сдвиговой прочности интерфейса от управляющего параметра (39) и скорости сдвиговой деформации  $\dot{\epsilon}_{xy}$ : при различных значениях нормальной нагрузки при  $L_0/L = 0,052$  (а); при различной ширине интерфейса и  $\sigma_N = 41,7$  МПа (б).

Значения  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  в (40) не являются постоянными, а зависят от ширины упруго-пластического интерфейса, физико-механических параметров материала и граничных условий. Первый член выражения (40) обусловлен снижением давления в упругих блоках под влиянием фильтрации флюида в интерфейс и соответствующим снижением степени стеснения упруго-пластического интерфейса в условиях нулевого давления жидкости в нем. Второй член выражения (40) характеризует влияние фильтрации на увеличение среднего давления в интерфейсе за счет роста порового давления жидкости в нем и соответствующего увеличения степени стеснения.

Анализ результатов расчетов показал, что значения  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  связаны со значениями ширины упруго-пластического интерфейса и образца следующим образом:

$$(\sigma_0 + \sigma_1) \sim (L_0/L)^{0,4}; \quad (\sigma_0 + \sigma_2) \sim (L_0/L)^2. \quad (41)$$

Изучено влияние граничных условий на обкладках на сдвиговую прочность упруго-пластического интерфейса (рисунок 24а). Выявлено, что в условиях постоянного давления жидкости на обкладках значение сдвиговой прочности при малых  $A_{xy}$  оказывается выше, чем в условиях непроницаемых обкладок. Данный факт обусловлен притоком жидкости из внешней среды в упругие блоки, вследствие чего поровое давление в них оказывается выше, чем в блоках изолированного образца. Это приводит к увеличению сжатия интерфейса и росту его прочности.

В условиях сдвига при постоянной нормальной нагрузке характер зависимости сдвиговой прочности от параметра (39) качественным образом изменяется: сдвиговая прочность остается постоянной в широком диапазоне значений параметра (39), как показано на рисунке 24б. Описанный эффект обусловлен тем, что в указанных условиях дилатансия межблочного интерфейса не приводит к росту среднего давления в образце. При малых значениях  $A_{xy}$  изменение сдвиговой прочности интерфейса обусловлено перераспределением флюида в образце. Полученный результат подтверждает определяющее влияние стесненных условий на сдвиговую прочность упруго-пластического проницаемого материала, насыщенного жидкостью.

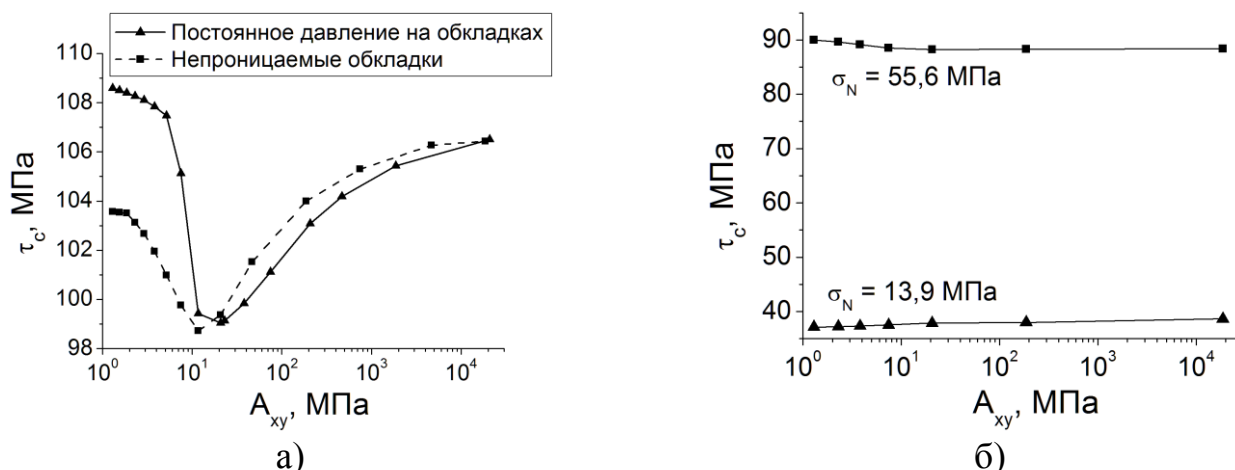


Рисунок 24 – Зависимости сдвиговой прочности интерфейса от безразмерного параметра (39): давление жидкости на обкладках равно давлению в начальный момент сдвигового нагружения,  $\sigma_N = 41,7$  МПа (а); на обкладках – постоянная нормальная нагрузка (б).

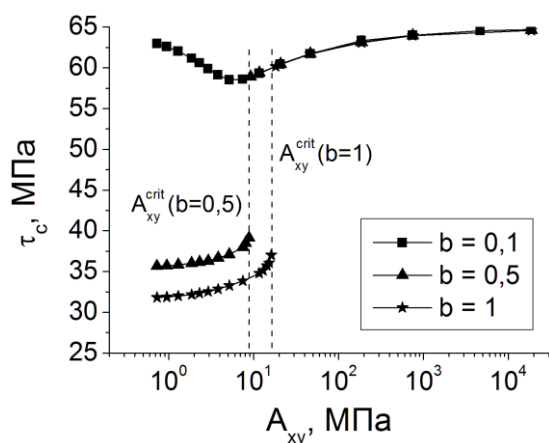


Рисунок 25 – Зависимости сдвиговой прочности интерфейса от значения параметра (39) для различных значений  $b$ .  $\sigma_N = 13,9$  МПа,  $L_0 / L = 0,052$ .

Выявлен нелинейный характер влияния значения параметра  $b$ , характеризующего геометрию пор в твердом каркасе, на прочность упруго-пластического интерфейса (см. рисунок 25). Начиная с некоторой величины параметра  $b$ , на зависимости  $\tau_c(A_{xy})$  возникает участок резкого снижения прочности при достижении критического значения  $A_{xy}^{crit}$ , зависящего от значения  $b$ . Разрушение интерфейса происходит при незначительном превышении предела упругости на сдвиг, что обусловлено взаимной компенсацией вкладов среднего напряжения и порового давления в критерий разрушения.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе при описании механического отклика как сплошных, так и пористых проницаемых неметаллических материалов и сред применен макроскопический подход. В рамках данного подхода используются значения физико-механических параметров материала, характеризующие представительный объем, размеры которого многократно превышают размеры структурных элементов, составляющих материал. В эластомерах такими структурными элементами являются молекулы полимера, имеющие многоуровневую пространственную структуру и взаимодействующие между собой. При приложении нагрузки полимерные цепи молекул изменяют свою кривизну на различных масштабных уровнях, что определяет временную многомасштабность макроскопического отклика таких

материалов. Прочность и разрушение эластомеров демонстрируют сложный характер и нелинейную зависимость от параметров нагружения и температуры. Так, при значительных скоростях деформации реализуется механизм разрушения, обусловленный разрывами полимерных цепей, что сопровождается возникновением нанопор в материале между растянутыми полимерными молекулами. В пористых проницаемых средах, к которым, в том числе, относятся горные породы, в качестве микроскопического структурного элемента необходимо рассматривать монолитные зерна пористого каркаса, имеющие кристаллическую структуру. Известно, что в кристаллических материалах определяющую роль при возникновении и развитии неупругой деформации и разрушения играют механизмы зарождения и развития дислокаций. Исследование данных механизмов показало необходимость учета кривизны кристаллической решетки на интерфейсе трехмерной кристаллической и двумерной планарной подсистем, последняя из которых образует поверхностные слои и все внутренние границы раздела в твердом теле [Панин, В.Е., Пинчук, В.Г., Короткевич, С.В., Панин, С.В.. Масштабная инвариантность кривизны кристаллической решетки на поверхностях трения металлических материалов как основа механизма их изнашивания. // Физическая мезомеханика. – 2017. – Т.20. – №1. – С. 72-81]. При деформировании горных пород интегральное влияние кривизны кристаллической решетки проявляется в формировании межзеренных и внутризеренных трещин, фрагментации зеренной структуры и образовании или развитии связанной сети несплошностей.

Принимая во внимание сложность явного учета перечисленных факторов в построенных моделях рассматриваемых неметаллических материалов и сред, при достижении цели, сформулированной в настоящей работе, и решении поставленных задач особенности деформации и разрушения материалов на нано- и микроскопическом масштабах учитывались неявно, то есть путем применения соответствующих феноменологических соотношений. Несмотря на принятые упрощения, удалось выявить и количественно изучить нелинейные закономерности контактного взаимодействия неметаллических материалов, возникновение которых обусловлено, во-первых, многомасштабностью механизмов диссипации упругой энергии и, во-вторых, взаимным влиянием каналов диссипации упругой энергии за счет вязкости материалов и их разрушения, происходящей на различных пространственных и временных масштабах. Полученные в работе результаты позволили сформулировать следующие основные выводы.

1. Развита модель контакта «эластомер – жесткое шероховатое контртело», основанная на методе редукции размерности и позволяющая получать значения коэффициента трения с явным учетом нелинейного отклика эластомера и пространственно-временной многомасштабности контактного взаимодействия.

2. Получено обобщенное соотношение, которое позволило установить связь коэффициента трения в контакте вязко-упругого материала и жесткого шероховатого контртела с параметрами нагружения, физико-механическими параметрами материала и величиной среднего градиента профиля шероховатой поверхности в области реального контакта.

3. Предложено обобщенное выражение для коэффициента трения в пятне контакта вязко-упругого материала с уединенной шероховатостью конической формы

в стационарном режиме скольжения с явным учетом тепловыделения и зависимости вязкости от температуры. Показана необходимость обобщения процедуры построения «единой кривой» путем введения скейлинга по двум осям координат.

4. В рамках метода редукции размерности разработана модель износа для тела вращения, находящегося в контакте с упругим основанием. Показано, что эволюция профиля изнашиваемого тела в режимах малых осцилляций (фреттинг) и продолжительного скольжения (gross-slip) однозначно определяется безразмерной комбинацией физико-механических параметров материала и параметров нагружения.

5. Разработан гибридный подход, основанный на совмещении метода дискретных элементов и метода сеток и учитывающий пространственные масштабы пористости от нано- до макро-. Данный подход позволил описать отклик пористых флюидонасыщенных материалов и сред с учетом внутреннего массопереноса, возникающего под воздействием приложенных нагрузок.

6. Продемонстрировано определяющее влияние вязкости заполняющего флюида на прочность флюидонасыщенного упруго-хрупкого материала, что позволило впервые построить обобщенное выражение, связывающее значение прочности упруго-хрупкого образца на одноосное сжатие с управляющей комбинацией параметров, характеризующей отношение скоростей фильтрационного переноса жидкости и изменения порового давления в результате деформации пор.

7. Показан немонотонный характер зависимости сдвиговой прочности упруго-пластической границы раздела в пористой флюидо-насыщенной среде от скорости деформации, определяемый взаимным влиянием каналов диссипации упругой энергии, связанных с вязкостью флюида и разрушением твердофазного каркаса на различных масштабных уровнях.

8. Построено обобщенное выражение для сдвиговой прочности флюидонасыщенной упруго-пластической границы раздела в пористой блочной среде, позволяющее связать значение сдвиговой прочности со скоростью деформации, физико-механическими свойствами твердого каркаса и поровой жидкости и размерами рассматриваемой системы.

## ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ РАБОТЫ

*В рецензируемых научных журналах, входящих в перечень ВАК РФ:*

1. Псахье, С.Г. Развитие подхода к моделированию деформирования и разрушения иерархически организованных гетерогенных, в том числе контрастных, сред / С.Г. Псахье, Е.В. Шилько, А.Ю. Смолин, **А.В. Димаки**, А.И. Дмитриев, Иг.С. Коноваленко, С.В. Астафуров, С. Завшек // Физическая мезомеханика. – 2011. – Т. 14. – № 3. – С. 27-54

2. Попов В.Л. Расчет силы трения между фрактальной шероховатой поверхностью и эластомером с произвольным линейным реологическим законом с использованием иерархической памяти / В.Л. Попов, **А.В. Димаки** // Письма в ЖТФ. – 2011. – Т.37. – №. 1. – С.18-25.

3. Завшек, С. Метод гибридных клеточных автоматов. Применение к проблеме исследования механического отклика контрастных сред / С. Завшек,

**А.В. Димаки**, А.И. Дмитриев, Е.В. Шилько, Й. Пездич, С.Г. Псахье // Физическая мезомеханика. – 2011. – Т. 14. – № 4. – С. 45-55.

4. Попов, В.Л. Зависимость «статического» коэффициента трения эластомера от времени / В.Л. Попов, **А.В. Димаки** // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т. 15. – № 3. – С. 55-57.

5. **Димаки, А.В.** Метод редукции размерности и его применение для моделирования трения эластомеров в условиях сложных динамических нагрузок / А.В. Димаки, В.Л. Попов // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т. 15. – № 4. – С. 81-86.

6. Астафуров, С.В. Развитие подхода для описания деформирования и разрушения твердых интерметаллических сплавов в рамках метода подвижных клеточных автоматов / С.В. Астафуров, **А.В. Димаки**, Е.В. Шилько, В.Е. Овчаренко, С.Г. Псахье // Известия вузов. Физика. – 2013. – №7/3. – С. 122-124.

7. **Димаки, А.В.** Развитие формализма метода частиц для моделирования отклика флюидонасыщенных пористых геологических материалов / А.В. Димаки, Е.В. Шилько, С.В. Астафуров, С.Г. Псахье // Известия ТПУ. – 2014. – Т. 324. – № 1. – С. 102-111.

8. **Димаки, А.В.** Коэффициент трения между жестким коническим индентором и модельным эластомером: влияние локального фрикционного нагрева / А.В. Димаки, В.Л. Попов // Физическая мезомеханика. – 2014. – Т. 17. – № 5. – С. 57-62.

9. Li, Q. Simplified Simulation of Fretting Wear Using the Method of Dimensionality Reduction / Q. Li, A.E. Filippov, **A.V. Dimaki**, Y.S. Chai, V.L. Popov // Physical Mesomechanics. – 2014. – V. 17. – No. 3. – P. 236-241.

10. **Димаки, А.В.** Связанная модель флюидонасыщенных пористых материалов, основанная на совмещении дискретного и континуального подходов / А.В. Димаки, Е.В. Шилько, С.В. Астафуров, С.Ю. Коростелев, С.Г. Псахье // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2014. – № 4. – С. 68-101.

11. **Димаки, А.В.** Влияние фильтрации флюида на прочность пористых флюидонасыщенных хрупких материалов / А.В. Димаки, Е.В. Шилько, С.В. Астафуров, С.Г. Псахье // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2016. – № 4. – С. 220–247.

*В журналах, включенных в библиографические базы данных цитирования  
Web of Science и Scopus:*

12. Li, Q. Friction Between a Visco-Elastic Body and a Rigid Surface with Random Self-Affine Roughness / Q. Li, M. Popov, **A. Dimaki**, A.E. Filippov, S. Kuerschner, V.L. Popov // Physical Review Letters. – 2013. – V. 111. – P. 034301.

13. Li, Q. A Reply to the Comment by I. A. Lyashenko et al. / Q. Li, M. Popov, **A. Dimaki**, A.E. Filippov, S. Kuerschner, V.L. Popov // Physical Review Letters. – 2013. – V. 111. – P. 189401.

14. **Dimaki, A.V.** Rapid Simulation Procedure for Fretting Wear on the Basis of the Method of Dimensionality Reduction / A.V. Dimaki, A.I. Dmitriev, Y.S. Chai, V.L. Popov // International Journal of Solids and Structures. – 2014. – V. 51. – P. 4215-4220.

15. Li, Q. Kinetics of the coefficient of friction of elastomers / Q. Li, **A. Dimaki**, M. Popov, S.G. Psakhie, V.L. Popov // Scientific Reports. – 2014. – V. 4. – P. 5975.

16. Psakhie, S.G. A Mathematical Model of Particle–Particle Interaction for Discrete Element Based Modeling of Deformation and Fracture of Heterogeneous Elastic–Plastic Materials / S.G. Psakhie, E.V. Shilko, A.S. Grigoriev, S.V. Astafurov, **A.V. Dimaki**, A.Yu. Smolin // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2014. – V. 130. – P. 96-115.
17. **Dimaki, A.V.** Simulation of Deformation and Fracture of Fluid-saturated Porous Media with Hybrid Cellular Automaton Method / A.V. Dimaki, E.V. Shilko, S.V. Astafurov, S.G. Psakhie // *Procedia Materials Science*. – 2014. – V. 3. – P. 985-990.
18. **Dimaki, A.V.** The Computer-Aided Simulation of Deformation and Fracture of Water-Saturated Elastic Porous Material with Hybrid Cellular Automaton Method / A.V. Dimaki, E.V. Shilko, S.V. Astafurov, S.G. Psakhie // *AIP Conference Proceedings*. – 2014. – V. 1623. – P. 115–118.
19. Astafurov, S.V. Theoretical Investigation of Influence of Pore Pressure on Mechanical Response of Gas-Filled Permeable Materials / S.V. Astafurov, E.V. Shilko, **A.V. Dimaki**, S.G. Psakhie // *AIP Conference Proceedings*. – 2014. – V. 1623. – P. 15–18.
20. Popov, V.L. On the Role of Scales in Contact Mechanics and Friction between Elastomers and Randomly Rough Self-Affine Surfaces / V.L. Popov, **A.V. Dimaki**, S.G. Psakhie, M. Popov // *Scientific Reports*. – 2015. – V. 5. – P. 11139.
21. Psakhie, S.G. A Coupled Discrete Element-Finite Difference Approach for Modeling Mechanical Response of Fluid-Saturated Porous Materials / S.G. Psakhie, **A.V. Dimaki**, E.V. Shilko, S.V. Astafurov // *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. – 2015. – V. 106. – Iss. 8. – P.623-643.
22. **Dimaki, A.V.** Fast High-Resolution Simulation of the Gross Slip Wear of Axially Symmetric Contacts / A.V. Dimaki, A.I. Dmitriev, N. Menga, A. Papangelo, M. Ciavarella, V.L. Popov // *Tribology Transactions*. – 2016. – V. 59. – No. 1 – P. 189-194.
23. **Dimaki, A.V.** Strength of water-filled permeable elastic-plastic medium under shear accompanied by compression: A theoretical study / A.V. Dimaki, E.V. Shilko, S.G. Psakhie // *Procedia Structural Integrity*. – 2016. – V. 2. – P. 2606-2613.